

# la Gazette

des Mathématiciens



- **Mathématiques** – Miroirs, lentilles et équations de Monge-Ampère
- **Mathématiques** – La « sunset conjecture » d'Erdős
- **Information** – « Les Maths où on ne les attend pas ! »
- **Information** – « La Grange des Maths »

## Comité de rédaction

### Rédacteur en chef

#### Damien GAYET

Institut Fourier, Grenoble  
damien.gayet@ujf-grenoble.fr

### Rédacteurs

#### Maxime BOURRIGAN

Lycée Sainte-Geneviève, Versailles  
maxime.bourrigan@gmail.com

#### Christophe ECKÈS

Archives Henri Poincaré, Nancy  
eckes@math.univ-lyon1.fr

#### Sébastien GOUËZEL

Université de Nantes  
sebastien.gouezel@univ-nantes.fr

#### Sophie GRIVAUX

Université de Lille  
grivaux@math.univ-lille1.fr

#### Pauline LAFITTE

École Centrale, Paris  
pauline.lafitte@centralesupelec.fr

#### Mylene MAÏDA

Université de Lille  
mylene.maida@univ-lille.fr

#### Gabriel RIVIÈRE

Université de Nantes  
Gabriel.Riviere@univ-nantes.fr

#### Romain TESSERA

Université Paris-Sud  
romain.tessera@math.u-psud.fr

### Secrétariat de rédaction :

SMF – Claire ROPARTZ  
Institut Henri Poincaré  
11 rue Pierre et Marie Curie  
75231 Paris cedex 05  
Tél. : 01 44 27 67 96 – Fax : 01 40 46 90 96  
gazette@smf.emath.fr – <http://smf.emath.fr>

### Directeur de la publication : Fabien DURAND

ISSN : 0224-8999



**À propos de la couverture.** L'image présente la première itération d'un algorithme de calcul du transport optimal quadratique entre la mesure de Lebesgue  $\mu$  sur  $[0, 1]^2$  et une mesure de probabilité  $\nu$  à support fini, supportée sur un ensemble  $\{y_1, \dots, y_N\} \subseteq [0, \frac{1}{3}]$ . La résolution du problème du transport optimal quadratique entre  $\mu$  et  $\nu$  repose sur la notion de *diagramme de Laguerre*, une décomposition de l'espace en polyèdres paramétrée par un vecteur  $\psi \in \mathbb{R}^N$ :  $\text{Lag}_i(\psi) = \{x \in [0, 1]^2 \mid \forall j, \|x - y_i\|^2 + \psi_i \leq \|x - y_j\|^2 + \psi_j\}$ . Ce diagramme induit une solution du transport optimal entre  $\mu$  et  $\nu$  si et seulement si pour tout  $i \in \{1, \dots, N\}$ , l'aire de la  $i$ -ième cellule  $\text{Lag}_i(\psi)$  vaut  $\nu(\{y_i\})$ . L'image représente la tessellation de Laguerre obtenue après une itération d'une méthode de Newton pour résoudre ce système d'équations, obtenue avec le logiciel PyMongeAmpere. (Crédit : Quentin Mérigot et Boris Thibert)

N° 166

## Éditorial

J'avoue, quand je participais aux expéditions de MathaLyon en collège dans la région lyonnaise avec mes compères JY<sup>\*\*\*</sup>, R<sup>\*\*\*</sup> et V<sup>\*\*\*</sup>, je squattais le stand des bulles de savon et je n'en parlais que sous hypoglycémie aiguë ou pour la manip de la cycloïde, qui marchait pourtant tellement mal qu'elle confinait à l'expérience de pensée. Ça tombait bien parce que JY<sup>\*\*\*</sup> aimait bien gagner au stand des jeux avec stratégie... gagnante, R<sup>\*\*\*</sup> retrouvait son enfance avec les puzzles arithmétiques de triangles et de cubes, et V<sup>\*\*\*</sup> adorait surprendre les élèves avec les géodésiques contre-intuitives sur le globe terrestre qu'on apportait dans une malle. Pour revenir aux bulles, je me souviens de la tête systématiquement incrédule et émerveillée des élèves quand elles et ils découvraient l'incroyable bulle s'attachant aux arêtes du cube métallique que je ressortais de l'eau savonneuse. J'ai retrouvé ce plaisir universel du jeu, de la manipulation et des mathématiques dans les présentations de *Maths en scène* et de *la Grange des maths*. Ces deux formidables associations, lauréates de prix de l'Académie des sciences, décrivent dans cette *Gazette* leurs activités mathématiques, toujours ludiques et hors des clous scolaires, et très populaires auprès des élèves et des enseignants du secondaire, mais pas seulement comme on le découvrirra.

Autre plaisir, celui des yeux, avec l'image de couverture, une jolie mosaïque générée par un glacial algorithme. Celui-ci résout numériquement un problème analytiquement intordable d'optique lié au duo Monge et Ampère (qui est né à Lyon!). Cette sombre affaire est présentée dans un article lumineux dont l'accroche est bien simple : comment tailler un miroir pour qu'il réfléchisse une source ponctuelle lumineuse selon une image prescrite.

De façon fortuite, le Raconte-moi de ce numéro convoque ces deux mêmes personnages, Monge et Ampère, et plonge brièvement et intensément les lectrices et lecteurs dans les équations éponymes, cette fois dans le bain complexe. Il y est, entre autres, question de courbure négative et d'analyse complexe polonaise retrouvant une nouvelle jeunesse en géométrie.

Deux autres articles de mathématiques sont publiés. Le premier expose

avec brio un récent théorème répondant à une vieille question toute simple sur les sous-ensembles à densité strictement positive des entiers naturels. Le ton est léger, les mathématiques accessibles et variées. L'auteur présente de surcroît deux preuves du résultat. En passant, on saura quel livre de mathématiques il faut emmener sur une île déserte<sup>1</sup>.

Il faut bien le dire, le second article fera un peu peur aux non algébristes en raison des gros mots qu'il profère dès le premier paragraphe :  $K$ -théorie et cohomologie galoisienne. Qu'on se rassure : l'auteur a pris bien soin d'introduire le sujet central, la classification des formes quadratiques, et les gros mots sont développés uniquement vers la fin, et de manière à ce que tout le monde y trouve son compte.

Pour terminer, j'aimerais dire un mot du texte de 1976 que nous republions et qui est une tribune au sujet de la parité. Il est assez fascinant et surtout déprimant de constater que le texte pourrait essentiellement être publié... en 2020.

Au nom de toute l'équipe de la *Gazette*, je vous souhaite une agréable lecture.

Damien GAYET

---

1. D'ailleurs, chères lectrices et chers lecteurs, je veux bien que vous m'envoyiez le titre de votre livre de mathématiques à emporter sur une île déserte, je ferai le bilan anonymisé dans le prochain numéro si ce sondage n'est pas un vaste naufrage.



N° 166

## Sommaire

|                                                                                                     |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>SMF</b>                                                                                          | <b>4</b>  |
| Mot du président                                                                                    | 4         |
| <b>MATHÉMATIQUES</b>                                                                                | <b>6</b>  |
| Miroirs, lentilles et équations de Monge-Ampère – <i>Q. MÉRIGOT et B. THIBERT</i>                   | 6         |
| La « sunset conjecture » d'Erdős – <i>É. MATHERON</i>                                               | 22        |
| Autour de la conjecture de Milnor – <i>D. IZQUIERDO</i>                                             | 35        |
| <b>PARITÉ</b>                                                                                       | <b>50</b> |
| Des femmes et des mathématiques – <i>M. DESCHAMPS et al.</i>                                        | 50        |
| <b>RACONTE-MOI</b>                                                                                  | <b>53</b> |
| Monge-Ampère complexe – <i>E. DI NEZZA</i>                                                          | 53        |
| <b>INFORMATION</b>                                                                                  | <b>57</b> |
| Le réseau R2M – <i>C. LECOUEY et M. PEIGNÉ</i>                                                      | 57        |
| « Les Maths où on ne les attend pas! » - Association <i>Les Maths En Scène</i> – <i>H. LAFRANCE</i> | 59        |
| Le projet <i>La Grange des Maths</i> – <i>É. BLAYO et C. KAZANTSEV</i>                              | 65        |
| <b>LIVRES</b>                                                                                       | <b>72</b> |