363-364

ASTÉRISQUE

2014

TRAVAUX DE GABBER SUR L'UNIFORMISATION LOCALE ET LA COHOMOLOGIE ÉTALE DES SCHÉMAS QUASI-EXCELLENTS

Séminaire à l'École polytechnique 2006–2008

dirigé par Luc Illusie, Yves Laszlo et Fabrice Orgogozo

Avec la collaboration de
Frédéric Déglise, Alban Moreau, Vincent Pilloni, Michel Raynaud,
Joël Riou, Benoît Stroh, Michael Temkin et Weizhe Zheng

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE
Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Astérisque est un périodique de la Société Mathématique de France.

Numéro 363-364, 2014

Diffusion

Maison de la SMF
Case 916 - Luminy
13288 Marseille Cedex 9
France
smf@smf.univ-mrs.fr

Hindustan Book Agency
O-131, The Shopping Mall
Arjun Marg, DLF Phase 1
Gurgaon 122002, Haryana
Inde

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
www.ams.org

Tarifs

Vente au numéro : 140 € ($ 210)

Abonnement Europe : 530 €, hors Europe : 569 € ($ 853)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat : Nathalie Christiaën

Astérisque
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
revues@smf.ens.fr • http://smf.emath.fr/

ISSN 0303-1179

ISBN 978-2-85629-790-2

Directeur de la publication : Marc Peigné

363-364 ASTÉRISQUE

2014

TRAVAUX DE GABBER SUR L'UNIFORMISATION LOCALE ET LA COHOMOLOGIE ÉTALE DES SCHÉMAS QUASI-EXCELLENTS

Séminaire à l'École polytechnique 2006–2008

dirigé par Luc Illusie, Yves Laszlo et Fabrice Orgogozo

Avec la collaboration de
Frédéric Déglise, Alban Moreau, Vincent Pilloni, Michel Raynaud,
Joël Riou, Benoît Stroh, Michael Temkin et Weizhe Zheng

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Luc Illusie
Mathématique, Bât. 425
Université Paris-Sud
91405 Orsay Cedex - France
`Luc.Illusie@math.u-psud.fr`

Yves Laszlo
École normale supérieure
45 rue d'Ulm
75005 Paris - France
`yves.laszlo@ens.fr`

Fabrice Orgogozo
Centre de mathématiques Laurent Schwartz
École polytechnique
91128 Palaiseau Cedex - France
`Fabrice.Orgogozo+math@normalesup.org`

***Classification mathématique par sujet* (2000).** — 12F15, 12G05, 12G10, 12L10, 13B02, 13B40, 13F40, 13H05, 13J10, 14B05, 14E15, 14F17, 14F20, 14L30, 18F10, 20M32.

Mots-clefs. — Diviseurs à croisements normaux, altérations, approximation d'Artin, champs en groupoïdes, cohomologie étale, cycles proches, descente cohomologique, dimension cohomologique, désingularisation canonique, géométrie logarithmique, pureté, revêtement modéré, rigidité, résolution des singularités, topos, torseurs.

TRAVAUX DE GABBER SUR L'UNIFORMISATION LOCALE ET LA COHOMOLOGIE ÉTALE DES SCHÉMAS QUASI-EXCELLENTS

dirigé par Luc ILLUSIE, Yves LASZLO et Fabrice ORGOGOZO

Résumé. — Les travaux d'Ofer Gabber présentés dans ce volume comportent deux parties étroitement liées, l'une, géométrique, l'autre, cohomologique. La première est constituée de théorèmes d'uniformisation locale, affirmant que tout couple formé par un schéma noethérien quasi-excellent et un fermé rare devient, après localisation par des morphismes étales et des altérations convenables, isomorphe au couple formé par un schéma régulier et un diviseur à croisements normaux. Il s'agit de résultats de nature locale, mais leur démonstration fournit des corollaires globaux, raffinant des théorèmes d'altération de de Jong pour les schémas de type fini sur un corps ou un anneau de Dedekind. Des techniques de géométrie logarithmique, et, pour les résultats les plus fins, de désingularisation canonique en caractéristique nulle jouent un rôle clef dans les démonstrations. Dans la seconde partie, on donne des applications, accompagnées d'exemples et contre-exemples, à des théorèmes de finitude (abéliens), de dimension cohomologique, et de dualité en cohomologie étale sur les schémas quasi-excellents. On y démontre notamment la conjecture de dualité locale de Grothendieck, et, par une nouvelle méthode, sa conjecture de pureté cohomologique absolue. Des résultats de rigidité et finitude non abéliens sont également établis dans les derniers exposés.

***Abstract* (Gabber's work on local uniformization and étale cohomology of quasi-excellent schemes.)** — The work of Ofer Gabber presented in this book can be divided roughly into two closely related parts, a geometric one and a cohomological one. The first part contains local uniformization theorems which state that any pair consisting of a quasi-excellent noetherian scheme and a nowhere dense closed subscheme becomes isomorphic, after localization by suitable étale morphisms and alterations, to a pair consisting of a regular scheme and a normal crossings divisor. These are local results, but their proofs have global theorems as corollaries, refining alteration theorems of de Jong for schemes of finite type over a field or a Dedekind ring. Techniques from logarithmic geometry and, as regards the finest results, canonical desingularization in characteristic zero, play a key role in the proofs. In the second part, we give

applications, with examples and counter-examples, to abelian finiteness theorems, as well as theorems on cohomological dimension and duality in étale cohomology over quasi-excellent schemes. In particular, Grothendieck's local duality conjecture is proved, and his absolute cohomological purity conjecture is proved by a new method. Non-abelian rigidity and finiteness results are also established in the final exposés.

TABLE DES MATIÈRES