

## MAURICE FRÉCHET STATISTICIEN, ENQUÊTEUR ET AGITATEUR PUBLIC

Michel ARMATTE (\*)

---

**RÉSUMÉ.** — Le mathématicien Maurice Fréchet (1878–1973) est surtout connu pour sa contribution à l'analyse et à la topologie, notamment ses travaux sur les espaces métriques et les espaces abstraits. Son rôle dans la renaissance d'une école française de calcul des probabilités à la suite d'Émile Borel et aux côtés de Paul Lévy a été largement étudié. Ici c'est la facette Fréchet statisticien qui est explorée, en prenant pour principal fil conducteur une campagne menée entre 1934 et 1936 à l'Institut International de Statistique (IIS) contre les usages abusifs du coefficient de corrélation. Cette campagne prend la forme inhabituelle d'une enquête d'opinion auprès de nombreux collègues du monde entier, d'une série d'articles, de rapports de commission et de motions incendiaires dans les organes de l'IIS. Elle met en lumière les difficultés d'un fondement mathématique solide d'une des notions les plus élémentaires de la statistique mathématique, à un moment clé de son déploiement comme discipline scientifique. De plus la corrélation est une notion largement mobilisée comme instrument de preuve dans plusieurs domaines des sciences d'observation. Maurice Fréchet ne dédaignera pas d'apporter, après la guerre, sa pierre à cet édifice de refondation mathématique de la corrélation, à partir de ses propres travaux sur la notion de distance. Et, parce qu'il a une conception très respectueuse des mathématiques appliquées, il usera encore de la même technique d'enquête par correspondance et de la même pugnacité pour interroger la cohérence et la pertinence d'autres méthodes statistiques, comme l'estimation des paramètres d'une distribution théorique et l'application des mathématiques aux questions économiques et sociales.

**ABSTRACT.** — MAURICE FRÉCHET STATISTICIAN, INVESTIGATOR AND PUBLIC AGITATOR. — The mathematician Maurice Fréchet (1878–1973) is well known for his contributions to analysis and topology, and particularly his works on

---

(\*) Texte reçu le 11 juillet 2001, révisé le 28 octobre 2001.

M. ARMATTE, UFR d'économie appliquée, Université Paris-Dauphine, 75775 Paris  
CEDEX 16 et Centre Alexandre Koyré, Pavillon Chevreul, 57 rue Cuvier, 75005 Paris.  
Tél. : 01 44 05 40 16, fax : 01 44 05 47 33.

Courrier électronique : michel.armatte@dauphine.fr.

Mots clés : Fréchet, statistique, probabilité, corrélation, distance, histoire, enquête, correspondance.

Classification AMS : 62-03, 01A60, 01A90.

metric and abstract spaces. His role, following Émile Borel and together with Paul Lévy, in the renaissance of the French school of probability theory has been amply studied. In this paper, Fréchet the statistician will be explored, in particular the campaign sustained from 1934 to 1936 at the International Institute of Statistics (IIS) against improper uses of the correlation coefficient. This campaign took the unusual form of a survey sent to colleagues all over the world as well as a series of papers, committee reports, and censure motions within the IIS. It sheds light on the difficulties of giving a mathematically sound foundation to one of the most elementary notions of mathematical statistics, at the key moment when it was developing into an autonomous scientific discipline. Moreover, correlation is a notion largely used as an instrument of proof in several domains of observational sciences. Maurice Fréchet did not disdain contributing his own stone to the building of these mathematical foundations via his work on the notion of distance. And, because he respected applied mathematics, he used the same surveying technique – and with the same pugnacity – to examine the consistency and relevance of other statistical methods, like the estimation of the parameters of a theoretical distribution and the application of mathematics to economic and social questions.

---

## INTRODUCTION : LA VÉRITÉ MATHÉMATIQUE SERAIT-ELLE UNE QUESTION D'OPINION?

On dit souvent<sup>1</sup> que la science mathématique n'est plus, depuis le milieu du XIX<sup>e</sup> siècle, définie par ses objets — la quantité et l'espace — mais par sa méthode, déductive, organisée autour de la notion de preuve et de démonstration. Pour Charles S. Peirce, «*mathematics is the science of making necessary conclusions*». Et si la notion de preuve est elle-même ambiguë, sauf à la définir mathématiquement, comme l'ont tenté Russell, Peano ou Tarski, on ne s'attend guère à trouver dans la littérature mathématique autre chose que des énoncés établis par des preuves logiques et des démonstrations formelles, dans le style argumentatif couramment admis dans la communauté des mathématiciens.

Le dossier que nous présentons ici tranche curieusement avec cette vision standard de la discipline mathématique et de ses modes d'expression considérés comme légitimes. Certes, il s'agit d'une branche un peu particulière de la mathématique qu'on appelle la statistique mathématique, toute jeune au moment des faits qui seront évoqués, puisqu'elle ne prend ce nom qu'au début du XX<sup>e</sup> siècle, même si les premiers principes en ont déjà été établis fin XVIII<sup>e</sup>–début XIX<sup>e</sup> par des mathématiciens de renom

---

<sup>1</sup> Par exemple [Davis et Hersh 1981, p. 6].

comme Laplace et Gauss. Le cadre de la controverse que nous allons étudier n'est pas celui de la communauté des mathématiciens au sens le plus général, mais celui d'une respectable société savante internationale créée en 1885, l'Institut International de Statistique (IIS), qui tient son congrès tous les deux ans et qui édite un *Bulletin (BIIS)* ainsi qu'une *Revue (RIIS)*. L'auteur des textes que l'on va lire n'est pas un quelconque statisticien amateur, mais un professeur titulaire des chaires de mathématiques générales, puis de calcul différentiel et intégral à l'université de Paris, auteur de recherches fondamentales sur les espaces abstraits, une des bases de la topologie.

Or cet auteur suscite en 1934 une commission de l'IIS (dont il sera le rapporteur) sur l'étude des propriétés d'une formule mathématique vieille de 40 ans, lance une vaste enquête par correspondance sur cette question auprès d'une vingtaine de statisticiens de tous pays, « particulièrement compétents en statistique mathématique », publie dans la *Revue* et le *Bulletin* de l'IIS plusieurs articles au vitriol, qui dénoncent les usages abusifs de cette formule, et suggère de mettre fin à ces mésusages redondants : « il y a des morts qu'il faut tuer plusieurs fois » nous dit-on [Fréchet 1935a, p. 4]. Pour finir, ce même auteur propose aux participants à la session le vote d'une motion de défiance, qui nie que quoi que ce soit ait été « démontré » quant à la capacité de ladite formule. Le débat ainsi lancé et relayé par les structures de l'Institut durera plus de deux ans. De plus, loin d'être un fait isolé, cette même technique d'enquête et d'agitation est réitérée par notre prestigieux mathématicien sur trois ou quatre questions centrales de la statistique mathématique dans les quinze ans qui suivent.

Alors quoi? Une dénonciation, une commission, une enquête, une motion ... est-ce bien là le langage habituel de la science, et plus encore, celui des mathématiques? Ne s'agit-il pas plutôt des ingrédients trop connus du débat idéologique, celui-là même que la communauté mathématicienne exècre, et qui ne saurait donc être érigé en méthode légitime? La vérité mathématique serait-elle une question d'*opinion*? Pourrait-elle ainsi résulter d'un sondage et d'un vote en assemblée, sans se déconsidérer, sans risquer de détruire la rationalité propre de sa démarche, que celle-ci soit tendue vers la pure vérité, ou qu'elle s'applique à des questions socio-économiques et serve ouvertement à éclairer la décision publique?

Qu'est-ce qui fait courir ainsi un mathématicien chevronné ? Qu'a-t-il à faire d'une opinion publique dans une question scientifique ?

Nous pouvons faire l'hypothèse que ce comportement résulte d'une complexion caractérielle propre à ce mathématicien et qui le porterait à la critique et au doute systématique. Nous essaierons donc de comprendre quel type d'homme et quel type de savant était Maurice Fréchet, puisque c'est de lui qu'il s'agit. Il est possible aussi que ces faits relèvent d'une caractéristique spécifique du champ de la statistique mathématique, agité à cette période par une série de controverses fondamentales, dont celle-ci sur les usages du coefficient de corrélation. Et nous apprendrons beaucoup sur l'histoire de cette branche des mathématiques en dressant l'état des positions antagoniques sur le contenu même des différentes controverses. Il se peut également que ces enquêtes d'opinion nous informent davantage sur l'organisation sociale de la controverse, sur l'importance des écoles nationales, ou des différents paradigmes de la discipline, et sur le rôle des institutions internationales comme l'IIS. Il est enfin à peu près certain que la forme même de règlement de la controverse, et en particulier le recours à l'enquête, nous apprenne quelque chose sur le statut particulier de la connaissance en mathématique appliquée.

Il nous a semblé que les matériaux de ces enquêtes, parce qu'ils combinaient les approches biographiques, cognitives, sociales et épistémologiques, pouvaient être d'une grande richesse historiographique pour dresser un tableau de la statistique mathématique entre 1930 et 1950, c'est-à-dire au moment crucial de l'élaboration de ses fondements théoriques<sup>2</sup> et de

---

<sup>2</sup> La statistique comme discipline a longtemps évolué entre plusieurs statuts. Elle fut d'abord au XVII<sup>e</sup> siècle une pratique administrative éclairée, adossée à une réflexion politique sur ce qui fait la force des États et les ressources du territoire, puis elle s'est un moment identifiée à une science des populations et de leur renouvellement, avant de se consacrer presque exclusivement aux activités économiques et sociales, en liaison avec la seconde industrialisation et la construction des identités nationales. Au début du XX<sup>e</sup> siècle, son statut est devenu celui d'une discipline majeure de la logique inductive, permettant d'inférer d'observations et de mesures en grand nombre des régularités, voire des lois, dans n'importe quel domaine – social ou naturel – des sciences. Comme science de l'État, elle s'est institutionnalisée dans des bureaux de statistique qui ont mis en place une méthodologie de l'investigation, de l'enregistrement et de la publication, produisant ainsi au début du XIX<sup>e</sup> siècle une avalanche de chiffres. Comme prototype de bon nombre de sciences sociales, elle s'est articulée aux questions du paupérisme, de la dénatalité, du travail ou de la crise économique, en fonction des agendas gouvernementaux. Comme méthode de l'inférence inductive, elle s'est appuyée sur les développements du calcul des probabilités dans les trois moments forts que celui-

sa constitution comme discipline académique<sup>3</sup>.

### FRÉCHET STATISTICIEN : ÉLÉMENTS BIOGRAPHIQUES

De la biographie de Maurice Fréchet, nous ne donnerons qu'un rapide survol, juste ce qui est nécessaire pour suivre l'intrigue, et avec un biais systématique qui consiste à privilégier le statisticien, parmi tous les rôles qu'a joués notre savant. C'est en effet dans cette discipline que va se nouer la problématique dont nous voulons rendre compte. De plus, c'est une facette du personnage et de sa carrière que les historiens des mathématiques n'ont guère étudiée<sup>4</sup>.

(René) Maurice Fréchet est né le 2 septembre 1878 à Maligny (Yonne), le quatrième des six enfants d'une famille d'origine ardéchoise montée à Paris. Son père était directeur de l'école protestante de l'Oratoire et sa mère tenait une pension de famille, mais on la dit aussi couturière. Maurice a fait ses études au Lycée Buffon où il fut l'élève de Jacques Hadamard qui restera son père spirituel, puis à Saint-Louis. Comme ses

---

ci a connus à la fin du XVII<sup>e</sup> siècle (Pascal, Bernoulli), au début du XIX<sup>e</sup> siècle (Laplace, Gauss) et au début du XX<sup>e</sup> siècle (Pearson, Von Mises, Kolmogorov, Borel, Lévy et Fréchet). On considère en général que la statistique mathématique moderne est issue des travaux de Ronald Fisher sur la théorie de l'estimation et des tests statistiques entre 1920 et 1935, complétés par ceux de Neyman sur les intervalles de confiance et les sondages.

<sup>3</sup> Des chaires de statistique mathématique apparaissent à la fin des années 1920 aux États-Unis (rôle essentiel de Harold Hotelling), en Angleterre (première chaire de statistique mathématique à Cambridge en 1932) et en France (fondation de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris, l'ISUP, en 1922). À la suite de l'*American Statistical Association* (ASA) fondée en 1839, les sociétés savantes et les revues consacrées à la statistique mathématique – comme l'*Econometric Society* (ES, 1930) et l'*Institute of Mathematical Statistics* (IMS, 1935) – se multiplient dans les années trente. Stephen Stigler [1999, p. 157] défend l'idée que la statistique mathématique commence en 1933, date du départ à la retraite de Karl Pearson, mais aussi de l'abandon par l'ASA du soutien aux *Annals of Mathematical Statistics* (fondées par Harry C. Carver), qui deviendront la publication officielle de l'IMS après 1935.

<sup>4</sup> Ni les notices de Angus E. Taylor du *Dictionary of Scientific Biography* [DSB] ou de [Charle et Telkès 1989], ni les études plus complètes de Taylor [1982–1987] ou de Luis C. Arboleda [1980] ne consacrent le moindre développement à l'œuvre statistique de Fréchet. Les très courtes notices de Daniel Dugué [1974] dans le *Journal de la Société Statistique de Paris* (la SSP, dont Fréchet devient membre en 1936 et qu'il préside en 1948) et dans la revue de l'IIS (que Fréchet avait intégré en 1931) n'y font que des références anecdotiques. La thèse de Sébastien Hertz [1997] sur Gumbel et celle de Bernard Locker, qui est en cours sous la direction de Bernard Bru, corrigent en partie ce manque.