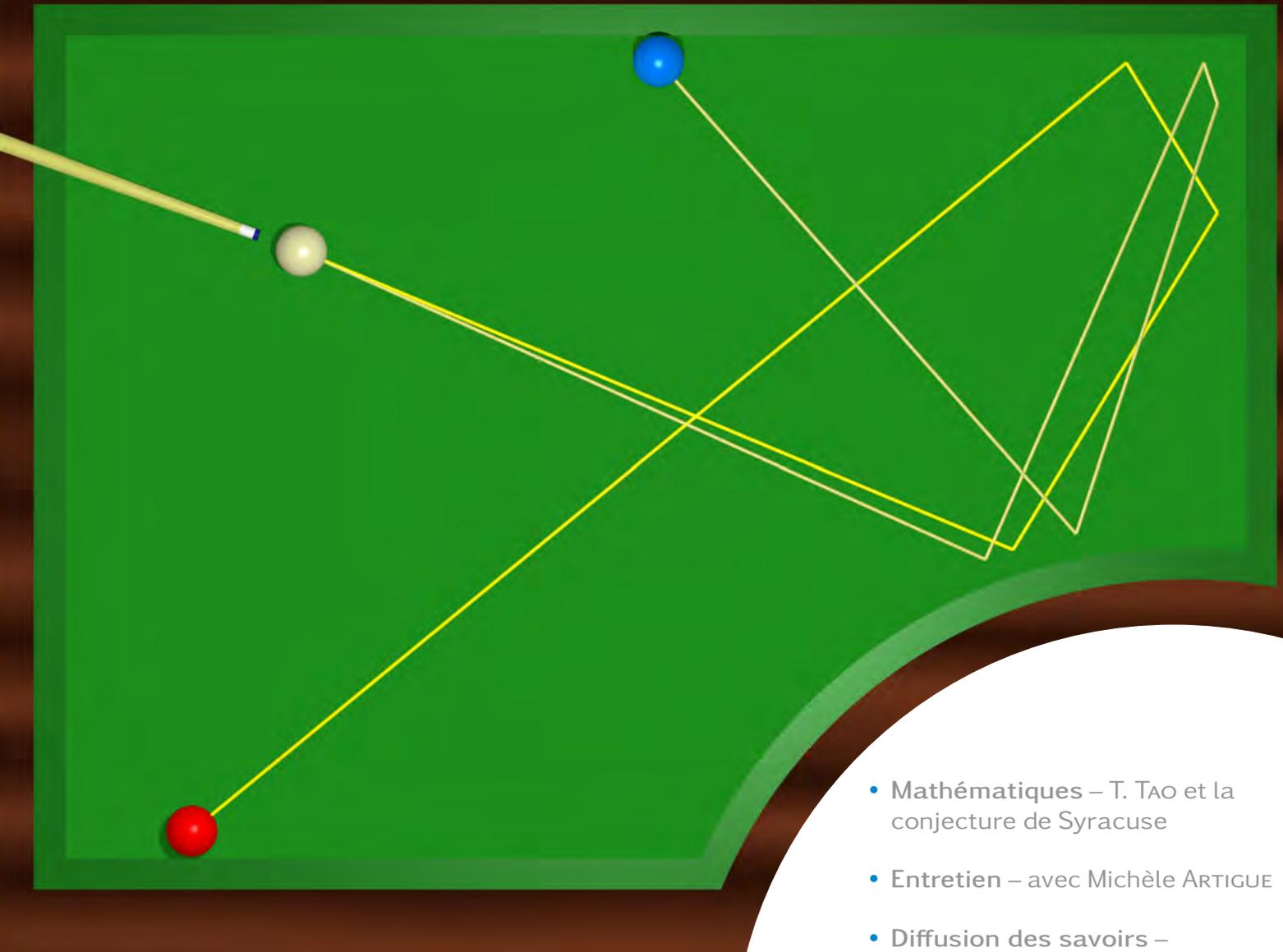


# la Gazette

des Mathématiciens



- Mathématiques – T. TAO et la conjecture de Syracuse
- Entretien – avec Michèle ARTIGUE
- Diffusion des savoirs – L'importance des questions éthiques en mathématiques
- Raconte-moi... le *Compressive Sensing*

## Comité de rédaction

### Rédacteur en chef

#### Damien GAYET

Institut Fourier, Grenoble  
damien.gayet@univ-grenoble-alpes.fr

### Rédacteurs

#### Maxime BOURRIGAN

Lycée Sainte-Geneviève, Versailles  
maxime.bourrigan@gmail.com

#### Christophe ECKÈS

Archives Henri Poincaré, Nancy  
eckes@math.univ-lyon1.fr

#### Sophie GRIVAUX

Université de Lille  
grivaux@math.univ-lille1.fr

#### Pauline LAFITTE

École Centrale, Paris  
pauline.lafitte@centralesupelec.fr

#### Mylene MAÏDA

Université de Lille  
mylene.maida@univ-lille.fr

#### Gabriel RIVIÈRE

Université de Nantes  
Gabriel.Riviere@univ-nantes.fr

#### Romain TESSERA

Université Paris-Sud  
romain.tessera@math.u-psud.fr

### Secrétariat de rédaction :

SMF – Claire ROPARTZ  
Institut Henri Poincaré  
11 rue Pierre et Marie Curie  
75231 Paris cedex 05  
Tél. : 01 44 27 67 96 – Fax : 01 40 46 90 96  
gazette@smf.emath.fr – <http://smf.emath.fr>

Directeur de la publication : Fabien DURAND

ISSN : 0224-8999



**À propos de la couverture.** L'image de la couverture est une table de billard rectangulaire à laquelle on a retiré une partie de disque. C'est un exemple de billard dispersif, c'est-à-dire que cet obstacle a tendance à disperser les orbites des boules de billard qui le rencontrent. Ce type de systèmes dynamiques a été introduit par Sinai dans un article aux *Russian Mathematical Surveys* en 1970 et a initié l'étude des systèmes dynamiques hyperboliques avec des singularités. Parmi les propriétés marquantes de ces systèmes hyperboliques, on trouve l'abondance d'orbites périodiques et le fait que celles-ci sont liées à plein d'autres quantités dynamiques, géométriques ou analytiques, e.g. le spectre du Laplacien. On peut alors se demander si les longueurs de ces orbites déterminent complètement la géométrie de notre table de billard. On parle de problèmes inverses géométriques. (crédit : Jos LEYS).

N° 168

## Éditorial

J'avoue, je suis un maniaque des sources. Alors quand nous avons reçu l'article que nous publions ici au sujet de la fameuse *conjecture de Syracuse*, je me suis souvenu de cette bonne blague à son sujet : la conjecture de Syracuse aurait été créée par les Soviétiques dans les années soixante pour ralentir la recherche mathématique américaine. Évidemment et comme souvent avec internet, la blague n'est pas du tout sourcée mais aveuglément répétée. Avec un peu de persévérance (légèrement obsessionnelle...), j'ai fini par la trouver, cette source : *S. Kakutani, private communication 1981* qui se trouve dans la bibliographie d'un article de 1985 de Jeffrey Lagarias dans *The American Mathematical Monthly*. Bref, l'article publié dans cette *Gazette* présente une percée par notre Tao international concernant cette suite absurdement simple au comportement invraisemblablement mal compris. L'auteur relate, avec humour et simplicité, les idées naturelles, culs-de-sacs et autres chausse-trapes, mais également les bonnes idées et avancées précédant celles de Tao. Les amatrices et amateurs de curiosités se régaleront. Elles et ils trouveront un  $\ln \ln \ln \ln n$  (c'était mon premier), une lettre anonyme décourageant l'auteur de travailler sur cette conjecture, ou une comparaison étonnante avec les équations aux dérivées partielles. En conclusion, c'est un petit bijou d'article.

Si je classe la blague ci-dessus comme l'une des meilleures dans le règne mathématique, *Peut-on entendre la forme d'un tambour ?* de Marek Kac (1966) est selon moi l'un des plus beaux titres d'articles de l'histoire des mathématiques (le pire étant sans aucun doute *Ignition de l'atmosphère par des bombes nucléaires* de E. Konopinski et E. Teller (1946), mais c'est de la physique). Un article présente dans cette nouvelle *Gazette* ce magnifique thème des liens entre spectre et forme, mais également entre forme et longueurs des géodésiques, ces chemins si particuliers dont on a peine à penser qu'ils puissent caractériser la géométrie d'un espace. Vous y trouverez des résultats contre-intuitifs, des contre-exemples saisissants et des théorèmes positifs spectaculaires, le tout agrémenté de démonstrations parfois pimentées mais toujours bien dosées.

Avertissement : *puriste de la francophonie, passe ton chemin. Enfin disons ce paragraphe*. L'infatigable Tao revient dans notre Raconte-moi porté sur

un concept rarement traduit, le *compressive sensing*. Après une introduction vantant les usages de ce terme pour la médecine, l'auteur présente le problème très simplement et guide ses lectrices et lecteurs pas à pas, exhibant les fausses bonnes idées naturelles tout comme les astuces fécondes pour résoudre ce problème de reconstruction de données, à l'intersection de l'algèbre, de l'algorithmique et des probabilités. On y verra se traduire des vertus bourgeoises comme la parcimonie ou la stabilité en de fines entités et outils mathématiques.

Dans la catégorie « titre étrange », *Diffusions hypercontractives* fait plus penser aux néophytes comme moi à de la médecine du cœur qu'à des équations aux dérivées partielles. Il s'agit pourtant de mathématiques et le travail associé est mentionné dans un quatrième article de mathématiques de cette *Gazette*, dévoilant des aspects insoupçonnables d'une entité née dans les vapeurs de la thermodynamique : l'entropie. De Boltzmann et ses gaz agités aux inégalités de Sobolev, en passant par le transport optimal, on découvrira la présence constante et multiforme de l'élégante et énigmatique entropie.

Nous publions dans ce numéro une interview passionnante de la mathématicienne et didacticienne Michèle Artigue, qui retrace sa vie d'écolière, d'étudiante puis de chercheuse. Ce témoignage précis, touchant, sans langue de bois, décrit son parcours, fruit subtile de ses goûts (la logique puis la didactique), de son énergie (inextinguible) et de ses rencontres intellectuelles (nombreuses). Mais cet interview fournit également un panorama historique et contemporain de la didactique en France (et de ses liens, parfois chahutés, avec les collègues), et même des problèmes que pose son unité au niveau mondial. On y trouvera un livre de logique à la maternité, un contre-sens à ne surtout pas faire quand on traduit *didactique* en anglais, d'étranges *agrégibles*... Par ailleurs savez-vous de quand date le premier DEA de didactique ? Connaissez-vous un point commun substantiel entre le fameux psychologue Jean Piaget, le célèbre philosophe Ferdinand Gonseth et l'inénarrable Jean Dieudonné ? Connaissez-vous la *théorie des situations didactiques* ? Et au fait, savez-vous *rajouter l'oeil au dragon* dans vos cours magistraux ?

Mathématiques, mathématiciennes et mathématiciens et leur environnement toujours, dans un article très bien écrit (et très bien traduit!) de collègues britanniques que nous reproduisons dans cette *Gazette*. Il débute par un direct *Les mathématiques sont en train de transformer la société*. L'article décrit en effet les problèmes éthiques que pose notre discipline chérie. Et le mot *dangers* arrive très vite. Des exemples ? La crise financière de 2008 et un thème assez nouveau et peu discuté, celui de la publicité ciblée. Puis la liste des conséquences sur nos vies des algorithmes et des

choix associés par ceux qui les codent, devient vite angoissante : octroi au crédit, vote, estimation de la récidive par exemple. Mais les universitaires sont aussi conviés au débat : si vous trouvez un algorithme de factorisation rapide des nombres entiers, le publiez-vous immédiatement ?

Éthique et politique reviennent dans trois tribunes de thèmes vraiment, mais alors vraiment très différents. La première concerne la condamnation politique et dramatique d'un jeune mathématicien russe, l'autre la bien trop faible proportion de collègues noir·e·s en France, et la troisième... les affirmations bien hâtives de Science et Vie concernant le problème des trois corps !

Toujours dans la veine « mathématiques, sociétés, politiques et individus », un article fourni et éclairant relate un moment important des débuts de notre sainte SMF : le parcours d'un président un peu oublié, Charles-Ange Laisant, mais cheville ouvrière, à travers notamment son réseau de polytechniciens et son internationalisme politique, de la transformation de la SMF dans les années 1890. Quelques questions pour vous appâter : saviez-vous que les polytechniciens représentaient la moitié des sociétaires de la SMF à ses débuts ? Quel était l'étonnant âge moyen des présidents de la SMF avant Laisant ? À votre avis, y avait-il une heure légale commune en France en 1888 ? Quel est le lien avorté entre l'espéranto et Le Congrès international de mathématiques de 1900 ? Et au fait, aviez-vous remarqué que quand on parle d'un polytechnicien décédé, sa date de promotion passe avant ses dates de naissance et de mort ?

En attendant l'avènement de l'espéranto en mathématiques, toute l'équipe de la Gazette se joint à moi pour vous souhaiter une bonne lecture de cette Gazette dynamique ! *Bona legado!*

Damien GAYET