

SÉMINAIRES ET CONGRÈS 12

FORMES MODULAIRES ET
TRANSCENDANCE
COLLOQUE JEUNES

édité par

Stéphane Fischler

Éric Gaudron

Samy Khémira

Société Mathématique de France 2005

S. Fischler

Équipe d'arithmétique et de géométrie algébrique, Université Paris-Sud,
Bâtiment 425, 91405 Orsay Cedex, France.

E-mail : `Stephane.Fischler@math.u-psud.fr`

É. Gaudron

Université Grenoble I, Institut Fourier, UMR 5582 (CNRS), BP 74,
38402 Saint-Martin-d'Hères Cedex, France.

E-mail : `Eric.Gaudron@ujf-grenoble.fr`

S. Khémira

Institut de mathématiques de Jussieu, UMR 7586 (CNRS),
Projet de Théorie des nombres, case 247, 175 rue de Chevaleret, 75013 Paris, France.

E-mail : `khemira@math.jussieu.fr`

Classification mathématique par sujets (2000). — 11F03, 11F06, 11F11, 11F25, 11F30, 11F37, 11F41, 11F60, 11F67, 11G, 11G35, 11G50, 11J85, 11J91, 14G40.

Mots clefs. — Forme modulaire, période de forme parabolique, période de forme non parabolique, produit scalaire de Petersson, crochet de Rankin-Cohen, fonction L , isomorphisme d'Eichler-Shimura, structure rationnelle, structure différentielle, forme quasimodulaire, forme modulaire presque holomorphe, valeur spéciale, système multiplicatif, indépendance algébrique, séries d'Eisenstein, lemme de multiplicité, lemme de zéros, théorie de l'élimination, géométrie diophantienne, théorème de Bézout, transcendance, géométrie d'Arakelov, hauteur de Faltings, méthode des pentes, forme modulaire de Hilbert, plusieurs variables complexes, opérateurs différentiels.

FORMES MODULAIRES ET TRANSCENDANCE COLLOQUE JEUNES

édité par Stéphane Fischler, Éric Gaudron, Samy Khémira

Résumé. — Ce livre présente un état des lieux précis des (rares) preuves de transcendance ou d'indépendance algébrique de nombres provenant de la théorie des formes modulaires. Il dresse en outre un tableau de techniques plus générales (théorie des périodes, crochets de Rankin-Cohen, méthode des pentes, formes modulaires de Hilbert...), offrant ainsi de nouvelles perspectives.

Le recueil rassemble les actes du colloque JEUNES qui s'est tenu au C.I.R.M. du 26 au 30 mai 2003. Il est composé de quatre textes rédigés sous forme de mini-cours, incluant de nombreux rappels. Bien que les développements les plus récents soient aussi traités, la majeure partie du volume reste accessible au non-spécialiste.

Abstract (Modular forms and Transcendence). — The present volume arises from a conference on the links between modular forms and transcendence held at the C.I.R.M. (Marseille) from May 26th to May 30th 2003.

It includes an overview of the few existing proofs of transcendence or algebraic independence of numbers coming from modular forms theory as well as more general techniques offering new perspectives (periods, Rankin-Cohen brackets, slope method, Hilbert modular forms...). The book is divided into four independent chapters; although the most recent developments are studied, it remains mostly accessible to non-specialists.

TABLE DES MATIÈRES

Résumés des articles	vii
Abstracts	ix
Préface	xi
 F. MARTIN & E. ROYER — <i>Formes modulaires et périodes</i>	1
Partie I. Formes modulaires	4
1. Préliminaires sur les sous-groupes de $SL(2, \mathbb{Z})$	4
2. Définition des formes modulaires	9
3. Exemples sur $SL(2, \mathbb{Z})$	13
4. Dimensions des espaces de formes modulaires	22
5. Produit scalaire de Petersson et séries d'Eisenstein	27
6. Crochets de Rankin-Cohen	30
7. Formes primitives	33
8. Fonctions L de formes modulaires	39
9. Coefficients de Fourier des formes primitives	42
Partie II. Structures rationnelles sur les formes modulaires	51
10. Périodes de formes paraboliques	52
11. Périodes de formes non paraboliques	54
12. Structure hermitienne de W_k et isomorphisme d'Eichler-Shimura	56
13. Structure rationnelle de W_k	66
14. Quelques exemples	70
15. Les structures rationnelles sur $M_k(1)$	73
16. Conjectures de Kohnen	76
Partie III. Périodes et structures différentielles	77
17. Opérateurs différentiels sur les formes modulaires	77
18. Définition générale des périodes	92
19. Formes modulaires et équations différentielles linéaires	93
20. Périodes et valeurs de fonctions L	97
Partie IV. Définition générale des formes modulaires	98
Appendice A. Systèmes multiplicatifs	98