

Astérisque

B. HOST

J.-F. MÉLA

F. PARREAU

**Analyse harmonique des mesures [Séminaire
de Villetaneuse]**

Astérisque, tome 135-136 (1986)

http://www.numdam.org/item?id=AST_1986__135-136__1_0

© Société mathématique de France, 1986, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

135-136

ASTÉRISQUE

1986

**ANALYSE HARMONIQUE
DES
MESURES**

B. HOST, J.-F. MÉLA, F. PARREAU

Séminaire de Villetaneuse*

* Centre Scientifique et Polytechnique, Université Paris-Nord, Laboratoire
« Analyse et applications » (U.A. 742), av. J. B. Clément, 93430 VILLETANEUSE

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

A.M.S. Subjects Classification : 43, 42.

PRÉFACE

Dans l'exposé 534 du Séminaire Bourbaki consacré à l'algèbre de convolution $M(G)$, on renvoyait à un "Séminaire sur l'Analyse Harmonique des mesures, de Villeteuse" qui n'a existé qu'à l'état de chapitres épars ou inachevés. Par la suite divers auteurs y ont fait référence, ce qui a créé une situation embarrassante. Le livre de C. GRAHAM et C. Mc GEHEE "Essays in Commutative Harmonic Analysis" (Springer-Verlag) y fait allusion mais est paru trop tôt pour en intégrer la matière. Il y avait donc un vide à combler.

Entre-temps le point de vue a un peu évolué. Nombre de questions peuvent être traitées maintenant de façon plus élémentaire et lisible par d'autres que des spécialistes étroits. D'où l'idée de réécrire une grande partie du séminaire de façon qu'elle puisse servir en même temps d'introduction au sujet. L'étude des transformées de Fourier-Stieltjes qui est présentée ici mérite, à notre avis, une place plus centrale et plus classique en Analyse de Fourier (dans la lignée du livre de W. RUDIN "Fourier Analysis on groups"). Malgré tout ils'agit d'un séminaire qui n'aborde que les questions où on apporte quelque chose de neuf, soit dans les résultats et les méthodes, soit dans le traitement.

L'approche qui est suivie ici, a été élaborée dans un groupe de travail comprenant B. HOST, M. QUEFFELEC, J.F. MÉLA, F. PARREAU avec, notamment, la participation de M. DECHAMPS-GONDIM, J. PEYRIERE, H. QUEFFELEC. A l'origine elle doit beaucoup aux travaux de G. BROWN

et W. MORAN et aussi à ceux de J.L. TAYLOR (bien que la démarche adoptée ici s'écarte considérablement de la sienne). Ensuite les idées de B. HOST et F. PARREAU ont eu une influence prédominante.

Les quatre premiers chapitres ont été rédigés en continuité avec de nombreux renvois et références pour aider le cheminement de lecteurs non-avertis, mais qui peuvent être sautés par les autres. Le chapitre I, assez bref, contient des résultats un peu inhabituels sur les espaces $L^\infty(\mu)$, qui sont constamment utilisés par la suite. L'originalité consiste ici surtout à les dégager et à les étendre au dual d'un "L-espace de mesures".

Dans le chapitre II on montre comment l'introduction du semi-groupe $\bar{\Gamma}(\mu)$ associé à une mesure μ permet d'obtenir avec une remarquable simplicité, une foule de résultats plus ou moins classiques ainsi que toutes leurs variantes, mais aussi des propriétés nouvelles des transformées de Fourier-Stieltjes qui sont approfondies dans les chapitres VI et VII notamment.

Le chapitre III est consacré aux mesures quasi-idempotentes, semi-idempotentes, pour lesquelles il y a eu des progrès récents très substantiels. L'étude des propriétés plus fines du semi-groupe $\bar{\Gamma}(\mu)$ permet d'éclaircir des situations a priori assez complexes et fournit des résultats généraux très précis.

Le chapitre IV introduit les algèbres de convolution de mesures dans un cadre concret, et fait le lien entre le point de vue "local" des chapitres II et III et un point de vue "global" qui sera adopté dans la suite. Il y a une partie de "routine" indispensable qu'on a cherché à rendre aussi insignifiante que possible pour courir au plus concret. (Ceci a l'inconvénient de masquer les structures générales intéressantes ; on y reviendra dans un séminaire ultérieur). On fait une synthèse des propriétés des produits de Riesz ordinaires, des me-