

LES RÈGLES DE COMPAGNIE, DANS LES PREMIÈRES ARITHMÉTIQUES IMPRIMÉES DES ESPAGNES : DE LA RÈGLE MARCHANDE À L'OUTIL MATHÉMATIQUE

MARIE-HÉLÈNE LABARTHE

RÉSUMÉ. — Dans les arithmétiques commerciales du Moyen Âge et de la Renaissance, les « règles de compagnie » servent à résoudre les questions de partage des bénéfices ou pertes d'une société entre les différents partenaires. Le cas élémentaire est celui de la « règle de compagnie simple », où la répartition est proportionnelle aux investissements respectifs. Mais la règle de compagnie simple n'est pas seulement l'algorithme d'un problème commercial particulier. C'est aussi, plus largement, une technique mathématique de résolution de certains types d'équations. On étudie dans cet article tous les aspects de cette règle, dans le cadre des premières arithmétiques imprimées des Espagnes.

Texte reçu le 2 septembre 2003, révisé le 18 mars 2005.

M.-H. LABARTHE, Université de Perpignan Via Domitia, Département de mathématiques, 66860 Perpignan Cedex (France).

Classification mathématique par sujets (2000) : 01A40.

Mots clefs : Arithmétique, compagnie, commerce, équations linéaires, Espagne, Ortega, Santcliment, Ventallol.

Key words and phrases. — Arithmetics, company, commerce, linear equations, Spain, Ortega, Santcliment, Ventallol.

Le pluriel du mot « Espagne » est utilisé ici pour tenir compte de la situation historique et politique particulière à l'époque des traités de notre étude, où la Couronne d'Aragon et la Couronne de Castille avaient été réunies en 1469 par le mariage de Ferdinand d'Aragon et d'Isabelle de Castille, constituant ainsi l'union dynastique, mais non politique, des deux plus grandes puissances des Espagnes. Le Royaume de Grenade, quant à lui, ne fut intégré à la Monarchie hispanique qu'en 1492, après la prise de Grenade qui marquait la fin de la Reconquête. Ce pluriel « Espagnes » est employé par plusieurs historiens, dont Denis Menjot [1996], pour signifier cette diversité d'identités. En particulier, la première partie de [Benassar 1985] est intitulée « Dans les Espagnes médiévales : pluralité des destins ».

ABSTRACT (Company Rules in the First Arithmetics Printed in the Spanish Countries : From Merchant Rule to Mathematical Tool)

In medieval and Renaissance commercial arithmetics, “company rules” were used to determine how to share profit and loss among the different members of a partnership. The simplest case concerns the “simple company rule” which calls for a proportional division according to the respective investments. This rule, however, represents not only the algorithm for solving a specific commercial problem but also, more generally, a mathematical technique for solving certain types of equations. In this paper, we study the various aspects of this rule in the specific context of the first arithmetics printed in the Spanish Countries.

1. LES COMPAGNIES MARCHANDES AU MOYEN ÂGE ET LES RÈGLES MATHÉMATIQUES DES COMPAGNIES

Dans les arithmétiques de la fin du Moyen Âge, le chapitre des compagnies est très représentatif de l'activité marchande de cette époque, puisqu'il traite des sociétés commerciales qui s'étaient alors développées en Europe. Ces sociétés, pour faire face à l'augmentation du commerce international, ont vu leur structure se modifier profondément entre le x^e et le xv^e siècle, comme l'explique Charles-Emmanuel Dufourcq [1975]. En effet, du xi^e au $xiii^e$ siècle, un milieu marchand a pris forme dans les villes portuaires comme dans les autres grandes cités d'Occident. L'homme d'affaires n'est plus le marchand itinérant des siècles antérieurs, mais est davantage un négociant qui mène plusieurs opérations à la fois. Il est devenu un sédentaire [Dufourcq 1975], tout en étant en rapports constants avec des pays plus ou moins lointains : des actes notariés du temps l'appellent le *societus stans* (l'associé stable), et les historiens le nomment souvent un « capitaliste ». La richesse des villes méditerranéennes provient essentiellement de leur commerce par mer, et c'est dans les ports que se développe une première forme d'association, appelée le *contrat de commande* : le « capitaliste » prête une certaine somme d'argent à un commerçant voyageur qui part avec cette somme acheter ou vendre outremer et ne la rembourse que s'il a pu réaliser les affaires prévues et revenir dans de bonnes conditions à son point de départ : c'est le *contrat de commande*. Le prêt à intérêt n'étant pas admis par l'Église, l'usure étant interdite par la loi canonique, cette sorte de prêt maritime prend la forme d'une association commerciale momentanée, qui dure le temps d'un seul voyage.

On passe très vite de cette association élémentaire et éphémère entre deux personnes à des sociétés plus évoluées, sans que disparaisse pour autant le système de la simple commande :

« Ainsi, à côté des commandes multiples et simultanées qui continuent à être fréquentes, apparaissent des associations de capitaux à des fins commerciales générales. Tandis que subsistent des hommes d'affaires isolés, se constituent des groupes, dont chacun est pratiquement dirigé par celui qui a investi la plus grande somme : plus de la moitié du total, souvent. Dans le contrat constitutif d'une telle société, on stipule qu'à la fin de la durée prévue – deux ou trois ans, souvent – les comptes seront faits en partageant bénéfices ou pertes proportionnellement à l'apport de capital de chaque associé. Un négoce collectif se développe donc » [Dufourcq 1975, p. 41].

Pour la Catalogne en particulier, les sociétés nouvelles se nomment les *companyes de mercaderia* et sont ainsi décrites par Claude Carrère :

« Mais, pour associer capital et travail dans le domaine commercial, la formule de prédilection, c'est la *companya de mercaderia*. Dans ce type d'association, les divers membres fournissent des capitaux selon leurs possibilités ou leurs intentions ; la gestion de ces fonds (le *cabal* de la compagnie) est confiée à un ou plusieurs directeurs, pas nécessairement confondus avec les bailleurs, et dont le travail est rémunéré par un salaire fixe, le plus souvent, ou par un pourcentage sur les bénéfices. Lorsqu'on a déduit ces salaires et les frais de gestion, les bailleurs se partagent les bénéfices proportionnellement à leur apport » [Carrère 1967, tome I, p. 158].

Un marchand avait souvent intérêt à investir dans plusieurs compagnies, car les risques de ruine étaient grands : insécurité des systèmes de communication et possibilité qu'un des associés, par une spéculation erronée, envoie à la ruine tous les autres [Carrère 1967].

Ce nouveau contexte, où l'augmentation du volume des affaires nécessite l'investissement de capitaux considérables et où les contrats d'association deviennent de plus en plus complexes, requiert des connaissances mathématiques spécifiques. Un premier objectif clairement perceptible du chapitre des compagnies qui apparaît dans les arithmétiques marchandes de l'époque est d'aider les hommes d'affaires à répartir les bénéfices ou les pertes de la société entre les différents partenaires, selon des règles mathématiques bien précises : les règles de compagnie apparaissent donc d'abord comme un outil mathématique donné aux marchands d'une *companya de mercaderia* afin qu'ils puissent se répartir équitablement bénéfices ou pertes. Ces règles de compagnie envisagent différents cas de répartition, qui tiennent compte de plusieurs paramètres :

- les sommes investies par les marchands ne sont pas toutes égales ;
- les temps qu'ils passent dans la société ne sont pas forcément les mêmes ;
- il y a des personnes qui ne font qu'investir de l'argent, alors que d'autres fournissent leur travail, comme par exemple les « facteurs » chargés d'effectuer les opérations marchandes dans les différents ports ou comptoirs, pour le compte de la société ;
- certaines sociétés établissent des contrats particuliers.

Il convient donc que ces outils mathématiques puissent s'adapter à diverses situations, dans un esprit de justice. En effet, comme le soulignent souvent les auteurs, un des objectifs des traités d'arithmétique marchande est le juste règlement des questions financières. Il faut « éviter toutes les fraudes et les tromperies qui se font dans le monde, au sujet des comptes¹ », dit en particulier le mathématicien Juan Ortega dans l'introduction générale de son ouvrage.

En ne considérant ce chapitre que sous cet aspect, les règles de compagnie apparaissent comme spécifiques aux marchands et ne devant intéresser que ceux-ci, au même titre que d'autres règles pratiques enseignées dans ces ouvrages, comme les règles de trocs ou les règles d'alliages.

Par opposition à ces chapitres qui semblent uniquement tournés vers la pratique commerciale, du moins dans une première approche, d'autres thèmes paraissent davantage concerner les mathématiques abstraites, comme par exemple les règles de fausses positions qui sont une technique mathématique de résolution de certains types d'équations. Mais ce que nous nous proposons de montrer, c'est que derrière l'apparence d'une règle spécifiquement marchande, la règle de compagnie est une technique mathématique permettant de résoudre, au même titre que les règles de fausses positions, certains types de systèmes linéaires. On observera donc, avec les exemples donnés, un certain procédé pédagogique qui permet de passer progressivement de l'exemple concret, modélisant une compagnie financière, à des questions où l'on s'éloigne des pratiques marchandes pour traiter des problèmes dits pseudo-concrets dont le but principal est finalement la résolution d'équations. Aucun

¹ « *Por que no pasasen tantos fraudes como pasan por el mundo acerca de las cuentas* » [Ortega 1512, fol. 1v].

symbolisme, aucune formule écrite de manière abstraite ne figurant dans les ouvrages cités, le modèle marchand et l'historiette constituant le problème permettent donc de décrire une structure mathématique. Cette situation confère au problème un rôle éminent. Une équation n'est jamais donnée de manière abstraite : elle est intégrée à une histoire, que cette histoire corresponde à une réalité pratique de partage de bénéfices ou bien qu'elle soit simplement inventée pour les visées mathématiques de l'auteur. En ce sens, l'habillage concret du problème apparaîtra alors comme un artifice pédagogique, adapté au public visé.

2. QUELQUES INDICATIONS SUR LES OUVRAGES ÉTUDIÉS

Le support de cette étude est principalement composé de trois arithmétiques marchandes des Espagnes, qui sont parmi les premiers ouvrages imprimés dans ce domaine². Nous avons regroupé ces trois ouvrages pour leur proximité géographique et historique d'une part, mais surtout pour leur parenté mathématique : les thèmes et les méthodes de résolution qui y sont développés sont suffisamment proches pour pouvoir être comparés.

Il s'agit d'abord de la *Suma de la art de Arismetica*, traité de 136 feuillets, écrit en langue catalane et publié en 1482. Sur son auteur, Francesc Santcliment, nous savons peu de choses, hormis ce qu'il écrit lui-même : il enseignait, dit-il, « dans l'illustre ville de Barcelone³ » et il a composé cet ouvrage pour ceux qui, « ignorants d'un tel art, ont le désir d'être instruits⁴ ». Des quelques indices qu'il donne, nous pouvons penser qu'il exerçait le métier de *maître d'abaque*⁵ et devait être chargé d'enseigner

² Le livre *Els orígens i l'ensenyament de l'àlgebra simbòlica* [Malet & Paradis 1984] fournit une première étude de ces arithmétiques marchandes. Les procédés de résolution comparés de ces trois ouvrages ont été étudiés dans [Labarthe 2004].

³ « [...] en la insigna ciutat de Barcelona aquella ensenyant » [Santcliment 1482, fol. 135v].

⁴ « [...] qui de tal art ignorants tenen desig » [*ibid.*].

⁵ La profession de *maître d'abaque*, particulièrement développée en Italie à la fin du xv^e siècle, existait aussi dans la ville de Barcelone. Claude Carrère écrit : « le Pisan Cristoforo Grilli, *magister abbaque*, qui apparaît en 1442 comme témoin d'un acte avec la mention habitant de Barcelone, doit compter dans son auditoire de futurs marchands et changeurs » [Carrère 1967, p. 139].