

Revue d'Histoire des Mathématiques



La valeur de la connaissance approchée

Anouk Barberousse

Tome 14 Fascicule 1

2 0 0 8

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publiée avec le concours du Ministère de la culture et de la communication (DGLFLF) et du Centre national de la recherche scientifique

REVUE D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

RÉDACTION

Rédactrice en chef :

Jeanne Peiffer

Rédacteur en chef adjoint :

Philippe Nabonnand

Membres du Comité de rédaction :

Michel Armatte

Liliane Beaulieu

Bruno Belhoste

Alain Bernard

Jean Celeyrette

Olivier Darrigol

Anne-Marie Décaillot

Marie-José Durand-Richard

Étienne Ghys

Christian Gilain

Jens Hoyrup

Agathe Keller

Karen Parshall

Dominique Tournès

Secrétariat :

Nathalie Christiaën

Société Mathématique de France

Institut Henri Poincaré

11, rue Pierre et Marie Curie

75231 Paris Cedex 05

Tél. : (33) 01 44 27 67 99

Fax : (33) 01 40 46 90 96

Mél : revues@smf.ens.fr

Url : <http://smf.emath.fr/>

Directeur de la publication :

Stéphane Jaffard

COMITÉ DE LECTURE

P. Abgrall France

J. Barrow-Greene Grande-Bretagne

U. Bottazzini Italie

J.-P. Bourguignon France

A. Brigaglia Italie

B. Bru France

P. Cartier France

J.-L. Chabert France

F. Charette France

K. Chemla France

P. Crépel France

F. De Gandt France

S. Demidov Russie

M. Eppe Allemagne

N. Ermolaëva Russie

H. Gispert France

C. Goldstein France

J. Gray Grande-Bretagne

E. Knobloch Allemagne

T. Lévy France

J. Lützen Danemark

A. Malet Catalogne

I. Pantin France

I. Passeron France

D. Rowe Allemagne

C. Sasaki Japon

K. Saito Japon

S.R. Sarma Inde

E. Scholz Allemagne

S. Stigler États-Unis

B. Vitrac France

Périodicité : La *Revue* publie deux fascicules par an, de 150 pages chacun environ.

Tarifs 2008 : prix public Europe : 65 €; prix public hors Europe : 74 €;

prix au numéro : 36 €.

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Diffusion : SMF, Maison de la SMF, B.P. 67, 13274 Marseille Cedex 9

AMS, P.O. Box 6248, Providence, Rhode Island 02940 USA

LA VALEUR DE LA CONNAISSANCE APPROCHÉE L'ÉPISTÉMOLOGIE DE L'APPROXIMATION D'ÉMILE BOREL

ANOUK BARBEROUSSE

RÉSUMÉ. — Au début du xx^e siècle, Borel, Duhem et Poincaré, dans leurs analyses de l'application des mathématiques à la physique, mettaient l'épistémologie de l'approximation au cœur de leur réflexion philosophique sur l'activité scientifique. Les thèmes qu'ils ont développés resurgissent actuellement en philosophie des sciences. C'est surtout Borel qui, dans son souci constant de rendre manifestes la valeur et la portée de la connaissance scientifique, présente des exemples frappants de connaissance approchée, et en tire d'importantes conclusions sur la nature de la physique et des mathématiques. L'article présente les thèses de Borel et leurs implications actuelles.

ABSTRACT (The value of approximate knowledge. Émile Borel's philosophy of approximation)

The philosophy of approximation is rapidly developing as an area within the philosophy of science and mathematics, owing to the reflections on the growing use of computers in physics. At the beginning of the 20th century, Borel, Duhem, and Poincaré had already explored most of issues under discussion today in their works on the applicability of mathematics to physics. Borel, above all, strove to display the value and range of scientific knowledge. He gave striking examples of approximate knowledge and drew important conclusions from them about the nature of physics and mathematics. This paper presents Borel's theses and their implications.

Texte reçu le 16 août 2005, révisé le 3 janvier 2008.

A. BARBEROUSSE, Institut d'Histoire et de Philosophie des Sciences et des Techniques, CNRS - Université Paris 1 - ENS, 13 rue du Four, 75006 Paris.

Courrier électronique : barberou@heraclite.ens.fr

Classification mathématique par sujets (2000) : 01A60, 00A30.

Mots clefs : Épistémologie, applicabilité des mathématiques, approximation, Émile Borel.

Key words and phrases. — Epistemology, applicability of mathematics, approximation, Émile Borel.

1. INTRODUCTION : D'UN SIÈCLE À L'AUTRE

Il y a un siècle, l'épistémologie de l'approximation tenait une place importante dans la réflexion des savants, en particulier des physiciens et physiciens mathématiciens. Ceux-ci, préoccupés par l'établissement des conditions auxquelles les théories mathématiques peuvent être appliquées aux phénomènes physiques, plaçaient l'approximation au cœur de leurs recherches méthodologiques. En France, Pierre Duhem et Émile Borel ont proposé des analyses et des exemples frappants mettant en relief quelles difficultés soulève la pratique de l'approximation. De son côté, Hans Reichenbach a tenté de systématiser des considérations semblables dans une théorie probabiliste de la connaissance. Les thèses de ces trois auteurs, qui ne font état d'aucun dialogue explicite, sont suffisamment proches pour être présentées et discutées ensemble. En outre, cette approche commune, au-delà des différences géographiques et temporelles, éclaire vivement les questions qui resurgissent aujourd'hui à partir de points de départ fort différents.

Le but de cet article est de présenter les conceptions de l'approximation, ou des pratiques d'approximation, qui étaient proposées au début du siècle dernier, et de montrer quelles réponses elles apportent aux questions qui sont débattues aujourd'hui. Ces questions, qui ont été posées de façon claire, sont un bon guide pour présenter les discussions du siècle passé. C'est pourquoi je commence par les présenter rapidement dans cette section introductive, afin de montrer par la suite la fécondité des écrits de Borel, Duhem et Reichenbach relativement à ce domaine épistémologique. Cette démarche partiellement rétrospective a pour seul but de favoriser la clarté d'exposition dans le cadre de la discussion de problèmes passablement épineux.

Comme l'ont signalé de nombreux auteurs (voir par exemple [Weston 1992] ou [Ramsey 1992]), la plupart des travaux actuels qui cherchent à analyser la notion d'approximation partent du présupposé selon lequel il s'agit d'une notion *comparative*. Selon cette approche, une représentation X est dite « approcher une autre représentation Y » quand :

- X et Y sont comparables d'un point de vue quantitatif ou qualitatif,
- des différences existent entre X et Y ,
- sur le fond d'une importante ressemblance.

Ici, « X » et « Y » peuvent être des équations, des théories, des modèles, des résultats de mesure. Dans la suite, on se limitera aux représentations

numériques, qu'elles soient issues de mesures ou de l'application de théories ou de modèles.

D'importants efforts ont été entrepris pour rendre rigoureuse cette notion comparative d'approximation à partir de l'analyse du concept de vérité approchée (voir par exemple [Balzer et al. 1987], [Kuipers 1996; 2000; 1987], [Niiniluoto 1984; 1987; 1998], [Laymon 1980; 1990], [Redhead 1980]). Ces travaux mettent au jour les caractéristiques sémantiques, et parfois métaphysiques, de la notion d'approximation, mais laissent de côté son versant épistémologique. Or les raisonnements mis en œuvre dans la recherche de théories ou de modèles approchés, ainsi que les stratégies utilisées pour pallier à l'imprécision des données, constituent des objets d'étude épistémologique de choix. Comme le fait remarquer J. L. Ramsey [1992], dans le cadre d'une analyse de l'activité scientifique en tant que productrice de connaissances, il est bien plus fécond de chercher à comprendre les usages des approximations et leurs motivations que de construire une théorie sémantique générale des résultats de ces usages. On trouve cependant dans la littérature contemporaine peu d'analyses concrètes du travail d'évaluation des techniques d'approximation couramment utilisées. L'épistémologie de l'approximation, pourtant rendue de plus en plus urgente par l'utilisation massive de calculs numériques et de simulations, n'en est encore qu'à ses débuts ; et J. L. Ramsey en est aujourd'hui l'un des pionniers, avec Paul Humphreys et Chuang Liu (voir [Humphreys 2004], [Liu 1999; 2004]).

Une représentation approchée est imprécise ou inexacte ; bien que les notions d'exactitude et de précision soient distinctes, elles sont souvent confondues dans les analyses de la notion d'approximation. En particulier, les notions d'exactitude et de précision numérique sont rarement distinguées : on suppose couramment que X est d'autant plus proche de Y que les valeurs numériques associées à X sont précises et proches de celles de Y . Pourtant, il peut être utile de distinguer par exemple entre l'erreur maximale que l'on tolère pour le résultat d'une mesure ou d'un calcul — sa précision ou sa justesse — de la dispersion, due à une erreur aléatoire, des valeurs d'une mesure — son exactitude au sens de fidélité. La qualité d'une approximation donnée sera évaluée différemment selon qu'on s'intéresse à sa précision ou à son exactitude.

En outre, comme le montre Ramsey, l'hypothèse selon laquelle une bonne approximation est une approximation précise en présuppose trois autres, qui ne sont pas toujours vérifiées ensemble lorsque l'on manipule des résultats de mesures expérimentales. Ainsi, pour que l'on puisse dans