

Revue d'Histoire des Mathématiques



*La restauration et la comparaison,
ou l'art de résoudre des équations quadratiques
dans l'Europe latine*

Marc Moyon

Tome 23 Fascicule 2

2 0 1 7

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publiée avec le concours du Centre national de la recherche scientifique

REVUE D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

RÉDACTION

Rédacteur en chef :
Frédéric Brechenmacher

Rédactrice en chef adjointe :
Catherine Goldstein

Membres du Comité de rédaction :

Maarten Bullynck
Sébastien Gandon
Veronica Gavagna
Catherine Jami
Marc Moyon
Karen Parshall
Norbert Schappacher
Clara Silvia Roero
Laurent Rollet
Ivahn Smadja
Tatiana Roque

Directeur de la publication :
Stéphane Seuret

COMITÉ DE LECTURE

Philippe Abgrall
Alain Bernard
June Barrow-Greene
Umberto Bottazzini
Jean-Pierre Bourguignon
Aldo Brigaglia
Bernard Bru
Jean-Luc Chabert
François Charrette
Karine Chemla
Pierre Crépel
François De Gandt
Moritz Epple
Natalia Ermolaëva
Christian Gilain
Jeremy Gray
Tinne Hoff Kjeldsen
Jens Høyrup
Jesper Lützen
Philippe Nabonnand
Antoni Malet
Irène Passeron
Jeanne Peiffer
Christine Proust
David Rowe
Sophie Roux
Ken Saito
S. R. Sarma
Erhard Scholz
Reinhard Siegmund-Schultze
Stephen Stigler
Dominique Tournès
Bernard Vitrac

Secrétariat :

Nathalie Christiaën
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré
11, rue Pierre et Marie Curie, 75231 Paris Cedex 05
Tél. : (33) 01 44 27 67 99 / Fax : (33) 01 40 46 90 96
Mél : rhmsmf@ihp.fr / URL : <http://smf.emath.fr/>

Périodicité : La *Revue* publie deux fascicules par an, de 150 pages chacun environ.

Tarifs : Prix public Europe : 89 €; prix public hors Europe : 97 €;
prix au numéro : 43 €.
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Diffusion : SMF, Maison de la SMF, Case 916 - Luminy, 13288 Marseille Cedex 9
Hindustan Book Agency, O-131, The Shopping Mall, Arjun Marg, DLF
Phase 1, Gurgaon 122002, Haryana, Inde

LA RESTAURATION ET LA COMPARAISON, OU L'ART DE RÉSOUDRE DES ÉQUATIONS QUADRATIQUES DANS L'EUROPE LATINE

MARC MOYON

RÉSUMÉ. — Dans le vaste mouvement d'appropriation, par l'Europe, des sciences des pays d'Islam, l'algèbre occupe une place non négligeable. En particulier, le *Mukhtaṣar* d'al-Khwārizmī, texte publié à Bagdad entre 813 et 833 et reconnu comme acte de naissance officiel de la discipline, est plusieurs fois traduit en latin puis en langue vernaculaire.

Dans cette contribution, nous revenons brièvement sur l'historiographie des traductions/versiones arabo-latines du texte d'al-Khwārizmī pour présenter et commenter tant le contenu que la forme (avec des données paléographiques et éditoriales) de l'une de ces versions: le *Liber restauracionis* [Livre de la restauration]. Nous tentons ensuite, au cours d'une analyse mathématique et historique, de mettre en évidence les éléments de continuité et de rupture de ce texte avec la tradition algébrique al-khwarizmienne afin de livrer nos hypothèses sur son contexte de rédaction. Enfin, notre contribution s'achève sur la première traduction moderne du texte étudié (en français).

Texte soumis le 13/11/2016, accepté le 24/02/2017, version finale reçue le 30/06/2017.

MARC MOYON, XLIM UMR 7252, Université de Limoges, 123, avenue Albert Thomas, F-87060 Limoges Cedex.

Courrier électronique : marc.moyon@unilim.fr

Url : http://www.unilim.fr/pages_perso/marc.moyon/index.html

Classification mathématique par sujets (2010) : 01A30, 01A35, 01A75.

Mots clefs : Histoire des mathématiques, Moyen Âge, algèbre, symbolisme, traductions arabo-latines, al-Khwārizmī, Gérard de Crémone, Guillaume de Lunis, Euclide, irrationalité.

Key words and phrases. — History of Mathematics, Medieval Studies, Algebra, Symbolism, Arabic-Latin Translations, al-Khwārizmī, Gherard of Cremona, William of Lunis, Euclid, Irrationality.

ABSTRACT (*Restoration and Comparison*, or The Art of Solving Quadratic Equations in Latin Europe)

In the vast movement of appropriation, by Europe, of the sciences of Islamic countries, algebra holds an important position. In particular, al-Khwārizmī's *Mukhtaṣar*, a text published in Baghdad between 813 and 833 and considered the official birth of the discipline, was several times translated into Latin and vernacular languages.

In this paper, we return briefly to the historiography of the Arab-Latin translations/versions of al-Khwārizmī's text to present and discuss both the content and the form (with paleographic and editorial data) of one of these versions: the *Liber restauracionis* [Book of Restoration]. We then attempt, in a mathematical and historical analysis, to highlight the elements of continuity and rupture between this text and the al-Khwarizmian algebraic tradition in order to present our hypotheses about the context of its composition. Our contribution ends with the first modern translation of the text we have studied.

Notre travail¹ a pour principale ambition d'enrichir notre connaissance de l'histoire de l'algèbre médiévale arabo-latine en livrant, pour la première fois, la traduction française du *Liber restauracionis* [Livre de la restauration]. Relativement peu (ou mal) étudié par l'historiographie classique, il s'agit néanmoins d'un texte connu depuis, au moins, le xix^e siècle lorsque le prince Baldassarre Boncompagni (m. 1894) l'édite, à partir d'une seule copie, dans l'article [Boncompagni 1851] qu'il rédige sur la vie et l'œuvre du prolifique traducteur tolédan Gérard de Crémone (m. ca. 1187) [Burnett 2001].

Dans un premier temps, nous revenons sur ladite historiographie pour replacer, dans un second temps, le texte dans son contexte d'écriture et/ou de traduction. Nous ne tentons pas de donner ici une analyse systématique et exhaustive de l'ensemble du texte mais plutôt de nous limiter aux éléments de rupture et de continuité que nous avons jugés utiles pour comprendre les intérêts historiques et mathématiques du texte : l'algèbre et ses objets caractéristiques, les opérations sur ceux-ci et les problèmes. La dernière partie est consacrée à la traduction française du texte.

¹ Cette étude a été exposée une première fois lors du colloque de la *Revue d'Histoire des Mathématiques* organisé à l'IRMA de Strasbourg en octobre 2014, puis lors du séminaire conjoint du laboratoire SPHERE « mathématiques arabes » et « mathématiques à la Renaissance » en juin 2015. Je tiens à remercier ici les organisateurs pour m'avoir donné l'occasion de présenter une partie de ma traduction et certains éléments de ma réflexion, ainsi que les participants à ces deux manifestations pour les interrogations soulevées. Je remercie enfin les rapporteurs anonymes de la revue qui, grâce à leurs remarques et suggestions, m'ont permis d'améliorer substantiellement mon argumentation. Je précise en outre que le présent article complète un premier travail [Moyon 2007] dans lequel j'attirais l'attention sur quelques caractéristiques du texte médiéval étudié.

1. HISTORIOGRAPHIE ET SOURCES

1.1. *La tradition latine de l'algèbre d'al-Khwārizmī*

La tradition arabo-latine, c'est-à-dire la tradition textuelle des traductions (ou adaptations) de l'arabe au latin, de la résolution des équations de degré inférieur ou égal à deux est bien connue. Double, elle est d'abord et principalement basée sur le *Mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wa-l-muqābala* [Livre abrégé du calcul par la restauration et la comparaison]², rédigé à Bagdad entre 813 et 833, par le mathématicien Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī [Djebbar 2016; Rashed 2007]. Ensuite, mais plus tardivement³, il existe une traduction latine du *Kāmil fī l-jabr* [Livre complet sur la restauration] d'Abū Kāmil (m. 930) qui, comme la version originale arabe [Abū Kāmil 2004; Rashed 2012], se situe dans la filiation directe d'al-Khwārizmī, avec néanmoins quelques différences comme les preuves des algorithmes, la présence de nouveaux algorithmes donnant directement le carré de l'inconnue sans passer par l'inconnue et de nouveaux choix de problèmes ou données numériques [Kouteynikoff 2005; Moyon 2007; Rashed 2012]. Ajoutons enfin que seuls ces deux écrits de l'orient musulman — le *Mukhtaṣar* et le *Kāmil* — sont explicitement cités par les auteurs de l'occident musulman (Maghreb et *Andalus*, partie de la péninsule ibérique sous domination musulmane), même s'il est fort probable que d'autres algèbres orientales soient connues, tout ou partiellement, en Occident [Djebbar 2016, 99]. *De facto*, seules ces deux références se retrouvent explicitement dans les textes arabo-latins.

Quant à la tradition arabo-latine concernant précisément l'algèbre d'al-Khwārizmī⁴, nous sommes aujourd'hui assurés de l'existence d'au moins deux entreprises. Les deux sont réalisées en *Andalus* au cours du XII^e siècle

² Dans une équation, la comparaison [*muqābala*] des termes semblables amène à leur réduction [Souissi 1968, 274]. Nous choisissons de conserver le sens original, notamment à la suite de Djebbar [Djebbar 2005, 25], là où d'autres auteurs décident de traduire *muqābala* par « réduction » [Rashed 2007, 15].

³ D'après [Sesiano 1993], elle est relativement tardive car elle n'aurait pas été réalisée avant le XIV^e siècle. D'après [Allard 1997, 223], « celle-ci fût exécutée au plus tard à la fin du XII^e siècle ». Par ailleurs, cette algèbre arabe sera traduite en hébreu au cours du XV^e siècle [Levey 1966], autre vecteur d'appropriation de la science des pays d'Islam par une partie de la communauté scientifique du Nord de la Méditerranée. À propos de l'appropriation de l'algèbre arabe par la littérature hébraïque, pour les XII^e-XIV^e siècles, voir spécifiquement les travaux de Lévy [Lévy 2003].

⁴ L'historiographie, depuis le début du XIX^e siècle, est largement détaillée dans [Lejbowicz 2012]. L'annexe de cette contribution fait la recension des manuscrits connus comportant l'algèbre d'al-Khwārizmī dans une de ses versions latines.