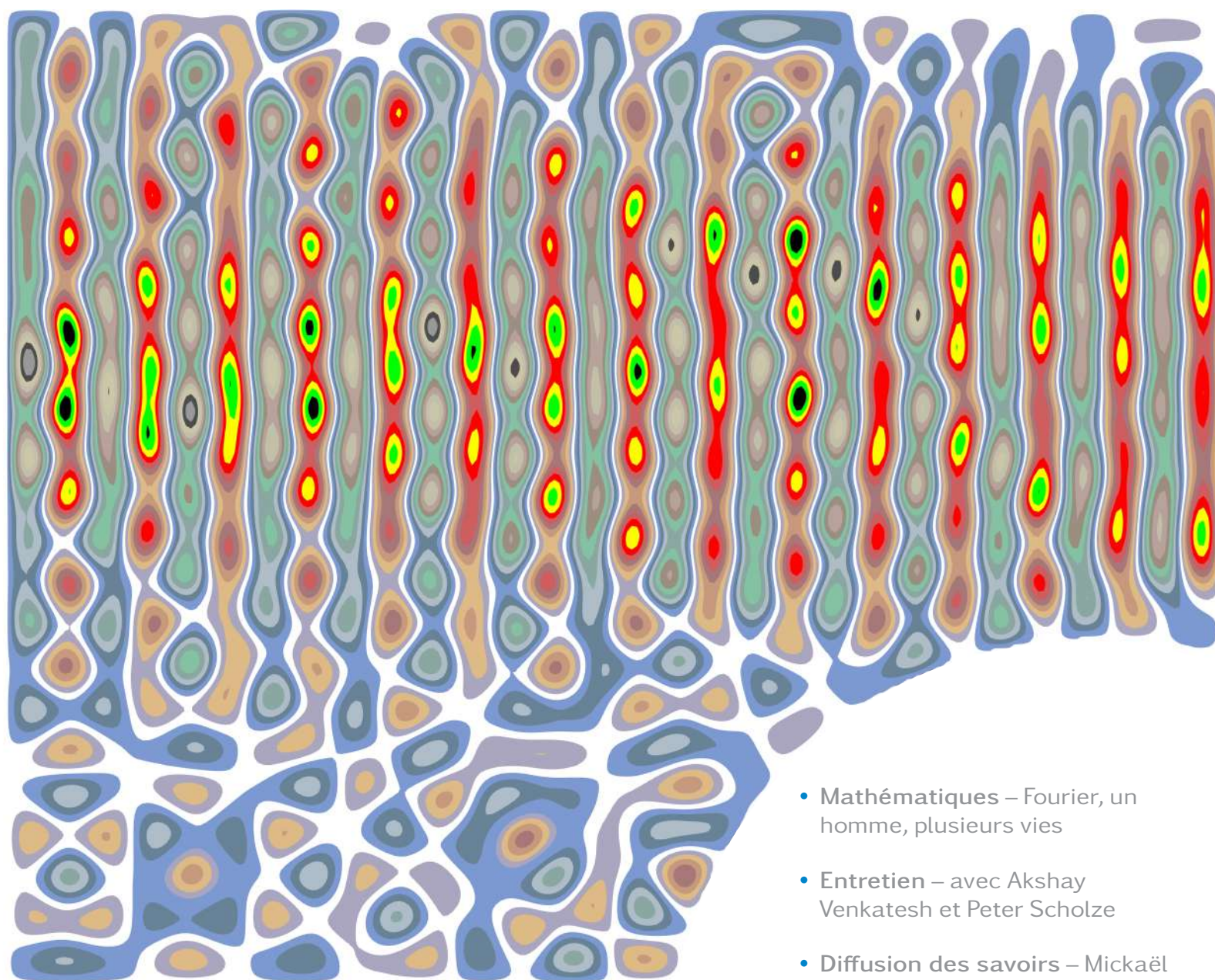


# la Gazette

des Mathématiciens



- Mathématiques – Fourier, un homme, plusieurs vies
- Entretien – avec Akshay Venkatesh et Peter Scholze
- Diffusion des savoirs – Mickaël Launay, montreur de mathématiques
- Raconte-moi... l'arbre modulaire de  $SL_2(\mathbb{Z})$

Société  
Mathématique  
de France



## Comité de rédaction

### Rédacteur en chef

**Boris ADAMCZEWSKI**

Institut Camille Jordan, Lyon  
boris.adamczewski@math.cnrs.fr

### Rédacteurs

**Thomas ALAZARD**

École Normale Supérieure de Paris-Saclay  
thomas.alazard@cmla.ens-cachan.fr

**Maxime BOURRIGAN**

Lycée Sainte-Geneviève, Versailles  
maxime.bourrigan@gmail.com

**Christophe ECKÈS**

Archives Henri Poincaré, Nancy  
eckes@math.univ-lyon1.fr

**Damien GAYET**

Institut Fourier, Grenoble  
damien.gayet@ujf-grenoble.fr

**Sébastien GOUËZEL**

Université de Nantes  
sebastien.gouezel@univ-nantes.fr

**Sophie GRIVAUX**

Université de Lille  
grivaux@math.univ-lille1.fr

**Fanny KASSEL**

IHÉS  
kassel@ihes.fr

**Pauline LAFITTE**

École Centrale, Paris  
pauline.lafitte@centralesupelec.fr

**Romain TESSERA**

Université Paris-Sud  
romain.tessera@math.u-psud.fr

### Secrétariat de rédaction :

SMF – Claire ROPARTZ  
Institut Henri Poincaré  
11 rue Pierre et Marie Curie  
75231 Paris cedex 05  
Tél. : 01 44 27 67 96 – Fax : 01 40 46 90 96  
gazette@smf.emath.fr – <http://smf.emath.fr>

Directeur de la publication : Stéphane SEURET

ISSN : 0224-8999



**À propos de la couverture.** La figure de la couverture représente les valeurs d'une fonction propre pour l'opérateur laplacien, s'annulant sur le bord du « domaine de la Gazette » (un rectangle auquel on a soustrait un disque). Physiquement cela correspond à une onde stationnaire quantique, acoustique ou électromagnétique dans cette cavité. D'après l'analyse semi-classique, ces fonctions propres sont liées au billard formé par ce domaine. Celui de la Gazette est dispersif : le disque crée une sensibilité aux conditions initiales, ce qui implique une dynamique ergodique. Selon le théorème d'ergodicité quantique, la plupart des fonctions propres s'équidistribuent alors dans ce domaine. Il pourrait y avoir des exceptions comme le suggère cette figure qui montre une concentration sur une trajectoire périodique horizontale. Le calcul numérique a été effectué par Frédéric Faure de l'Institut Fourier, en C++ avec les bibliothèques root du CERN et armadillo. (crédit : Frédéric FAURE).

N° 158

## Éditorial

Chère lectrice, cher lecteur,

Afin de cheminer sans encombre à travers ce numéro de rentrée, tu devras cette fois t'en remettre à ta propre sagacité, et le cas échéant au sommaire qui figure en page 4. En effet, ceci étant mon dernier éditorial (ouf!), j'ai pour ma part quelques remerciements à adresser. De ces quatre années en tant que rédacteur en chef, je dois bien avouer que je tire une grande satisfaction. Non pas une fierté personnelle bien sûr, mais la joie d'avoir participé à une entreprise collective qui, à bien des égards, m'a permis d'enrichir ma connaissance de notre communauté. Toutes les personnes avec qui j'ai eu la chance d'échanger ont invariablement fait preuve de bonne volonté et je ne peux faire autrement aujourd'hui que de leur témoigner ma reconnaissance avec la plus grande sincérité, même si cela doit, quelque peu tragiquement, m'exposer à la prédiction cynique d'Oscar Wilde « A little sincerity is a dangerous thing, and a great deal of it is absolutely fatal ».

L'histoire débute le 18 décembre 2013, en plein championnat du monde de handball féminin qui se déroulait en Serbie. Dans un courriel, Valérie Berthé me demandait ce que je pensais de l'idée de devenir rédacteur en chef de la *Gazette*. La SMF amorçait une évolution profonde et l'un des chantiers en cours avait pour but de moderniser notre chère *Gazette*. En soufflant mon nom et, bien au-delà, en m'encourageant constamment, Valérie me précipitait dans l'une des plus stimulantes aventures de mon parcours de mathématicien, me donnant, une fois encore, l'occasion de lui être infiniment redevable. Marc Peigné, alors président de la SMF, m'a tout de suite témoigné sa confiance et offert la plus grande liberté. C'est d'ailleurs ce qui m'a poussé à accepter ce projet. Bernard Helffer, qui officiait comme rédacteur en chef par interim, s'est également montré bienveillant et m'a mis le pied à l'étrier. Après quelques mois émaillés de réunions auxquelles participait un petit groupe de réflexion, et après avoir décortiqué les résultats d'un sondage proposé aux adhérents de la SMF, le cahier des charges prit forme : mise en place d'un nouveau format en couleur, d'une nouvelle équipe de rédaction et une refonte du contenu. Les idées fleurissaient...

Je me rappelle très bien de ma première rencontre avec Nathalie Lozanne, graphiste en charge d'établir la future maquette de la *Gazette*. J'avais acheté dans un kiosque quelques magazines tendance, que je trouvais particulièrement élégants, afin de montrer l'esprit que je souhaitais donner. Évidemment, le budget de la *Gazette* est limité, l'organisation reste familiale et les collaborateurs bénévoles. La mise en page doit être simple et efficace. Nous avons donc opté pour un style plutôt minimaliste. Denis Bitouzé est ensuite venu nous prêter main forte en développant une classe  $\text{\LaTeX}$  dédiée à la *Gazette* et donner ainsi corps à nos idées. Cette confrontation à une réalité budgétaire et informatique quelque peu brutale a nécessité un certain nombre de compromis et la phrase « tout n'est pas possible », qu'une bagarre à l'école primaire m'avait valu de copier un grand nombre de fois, m'est souvent revenue à l'esprit. Drôle de mantra. Néanmoins, nos efforts se sont vu récompensés par la naissance de notre nouvelle *Gazette* en janvier 2015. Parée de ses belles couvertures !

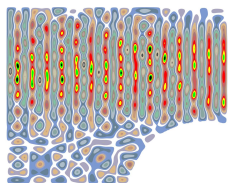
Il me semble important de rappeler que la *Gazette* ne fonctionne pas comme une revue académique classique. Qu'il s'agisse de mathématiques à proprement parler, ou bien de diffusion des savoirs, de questions de parité, ou de tout autre sujet, les articles publiés dans la *Gazette* émanent en grande majorité de suggestions des membres du comité de rédaction. Ces derniers se creusent les méninges pour trouver des sujets stimulants, ainsi que des auteurs habiles dans l'exercice de vulgarisation. Puis, bien souvent, il leur revient d'harcéler ces mêmes auteurs afin d'obtenir le fruit de leur labeur en temps et en heure. Ainsi, chaque numéro est façonné collégialement par une petite équipe d'artisans mathématiciens. Et si mon travail a été aussi agréable durant ces années, cela est principalement dû à l'extrême compétence de celle-ci. Je remercie donc celles et ceux qui ont fait partie de ce comité lors des cinq dernières années pour leur investissement bénévole, leurs idées foisonnantes, et bien sûr pour l'ambiance conviviale et décontractée qui prévaut lors de nos réunions à l'IHP. Les déjeuners au Comptoir du Panthéon ou dans le jardin du Luxembourg, lorsque le temps parisien se montre suffisamment clément, sont toujours un moment de plaisir. Tout au long de mon passage en tant que rédacteur en chef, Claire Ropartz a été un relai constant et indispensable au bon fonctionnement de la *Gazette* et je sais à quel point nous lui sommes redevables. Je n'oublie pas non plus Frédérique Petit, que je n'ai malheureusement jamais eu la chance de croiser, mais dont j'ai pu apprécier le travail titanesque de relecture. Enfin, j'adresse un salut amical et reconnaissant à toutes celles et ceux qui ne comptent pas leur temps pour rédiger des textes et faire vivre notre *Gazette*.

Dans le mythe de Sisyphe, Albert Camus écrit « Insistons encore sur la méthode : il s'agit de s'obstiner. ». C'est l'esprit empreint de confiance que je transmets à présent le flambeau à Damien Gayet, lui souhaitant, ainsi qu'à ses successeurs, l'énergie nécessaire pour s'obstiner à leur tour et faire de cette *Gazette* le compagnon de route que notre communauté mérite.

En te souhaitant une agréable lecture,

Boris ADAMCZEWSKI





N° 158

## Sommaire

|                                                                                                      |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>SMF</b>                                                                                           | <b>5</b>  |
| Mot du président                                                                                     | 5         |
| <b>MATHÉMATIQUES</b>                                                                                 | <b>7</b>  |
| Fourier, un homme, plusieurs vies – <i>B. MAUREY</i>                                                 | 7         |
| Autour de l'ergodicité quantique – <i>M. INGREMEAU</i>                                               | 25        |
| Mouvements locaux et algorithmique des nœuds, d'après Lackenby – <i>A. de MESMAY</i>                 | 33        |
| <b>ENTRETIEN</b>                                                                                     | <b>42</b> |
| ... avec Akshay VENKATESH                                                                            | 42        |
| ... avec Peter SCHOLZE                                                                               | 44        |
| <b>DIFFUSION DES SAVOIRS</b>                                                                         | <b>46</b> |
| Mickaël LAUNAY, montreur de mathématiques                                                            | 46        |
| M@ths en-vie, un dispositif pour ancrer les mathématiques au réel – <i>C. CORTAY et C. GILGER</i>    | 52        |
| <b>PARITÉ</b>                                                                                        | <b>57</b> |
| Quelques notes autour d'un atelier sur les femmes en mathématiques – <i>J. BOUCARD et I. LÉMONON</i> | 57        |
| <b>RACONTE-MOI</b>                                                                                   | <b>67</b> |
| l'arbre modulaire de $SL_2(\mathbb{Z})$ – <i>F. DAHMANI</i>                                          | 67        |
| <b>TRIBUNE LIBRE</b>                                                                                 | <b>72</b> |
| À propos de la candidature de la France (Paris) à l'icm 2022 – <i>M. LEDOUX</i>                      | 72        |
| <b>INFORMATION</b>                                                                                   | <b>75</b> |
| Un bilan de la candidature de Paris à l'organisation d'icm 2022                                      | 75        |
| Rapport sur les sessions du cnu 25 pour l'année 2017                                                 | 76        |
| Un prix en optimisation : le prix Jean-Jacques Moreau                                                | 79        |
| <b>CARNET</b>                                                                                        | <b>81</b> |
| Michel Mendès France – <i>J.-P. ALLOUCHE et J. SHALLIT</i>                                           | 81        |
| Bernard Morin – <i>D. FOATA</i>                                                                      | 83        |
| <b>LIVRES</b>                                                                                        | <b>84</b> |



N° 158

## Mot du président

Chères et chers collègues,

Ce début d'année scolaire est marqué, au moins dans mon université, par un afflux d'étudiants qui ont franchi l'étape *Parcoursup* et se sont inscrits dans les filières scientifiques. Les cours que nous leur dispensons sont-ils adaptés à leur formation pré-baccalauréat ? Comment les amener au niveau requis par une licence de mathématiques, ou une licence scientifique ? Comment les préparer aux concours d'enseignement (quel que soit le degré), à la recherche (pour une partie de ces étudiantes et étudiants) et plus généralement les armer pour qu'ils intéressent les employeurs, et ainsi valoriser la formation en mathématiques ?

Dans le contexte de la réforme du baccalauréat et des programmes de lycée, du plan licence et de la réforme à venir sur le positionnement et donc les pré-requis des concours de recrutement de professeurs, une nécessaire consultation et un partage d'expérience sont nécessaires. La voix des sociétés savantes, et donc de ses adhérentes et adhérents, devra être entendue : nous sommes celles et ceux qui enseignent effectivement à l'université et dans le supérieur. La SMF, comme d'autres associations, va continuer à consulter ses correspondants locaux pour que vous nous fassiez part de vos initiatives et de vos retours d'expérience. Nous publions régulièrement des textes, disponibles sur notre site web notamment, qui reflètent nos demandes et parfois nos inquiétudes sur les évolutions et réflexions en cours sur les réformes : n'hésitez pas à les consulter régulièrement, et à nous transmettre votre avis.

Préparer à la recherche et au travail en équipe, c'est précisément le but du concours SMF junior, qui aura lieu du 26 octobre au 4 novembre prochain : 10 sujets originaux et variés attendent les équipes d'étudiantes et d'étudiants, venant de toute la France et même d'Afrique (le concours sera proposé dans plusieurs pays avec le soutien d'Animath, que je remercie). Le jury regardera toutes les solutions proposées, et s'attachera à récompenser les idées originales. Parlez-en à vos classes et à vos responsables de master !

Enfin, je suis heureux de vous annoncer que la SMAI et la SMF ont décidé, sous le parrainage de l'Académie des sciences, de créer un prix récompensant tous les deux ans des mathématiciennes et mathématiciens de l'optimisation et de la décision. Ce prix portera le nom de Jean-Jacques Moreau, disparu en

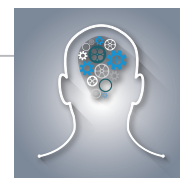
2014, mathématicien et mécanicien français ayant apporté des contributions exceptionnelles en mécanique non régulière et en analyse convexe. Il sera décerné à partir de 2019 (tous les deux ans), il est dès à présent possible d'envoyer des dossiers de candidature recommandant une ou un collègue.

Bien à vous,

Le 2 octobre 2018

Stéphane SEURET, président de la SMF





## Fourier, un homme, plusieurs vies

• B. MAUREY

Fourier est né il y a 250 ans, vingt-et-un ans avant 1789. Les événements de cette époque troublée ont fait de sa vie un roman d'aventures : la Révolution et ses dangers mortels, l'expédition de Bonaparte en Égypte et ses découvertes, puis la carrière de préfet de l'Isère, écrivant les premières versions de la *Théorie analytique de la chaleur* quand il ne s'occupait pas de la construction de la route de Grenoble à Turin ou de l'assèchement des marais de Bourgoin ; enfin, l'académicien, bien établi au cœur de la scène scientifique parisienne des années 1820-1830. En rapportant ici sur ces aspects multiples qui ne touchent pas qu'à la science, il faudra évidemment faire une place importante à la théorie de la chaleur, son œuvre majeure, et aux séries de Fourier qui en sont un élément mathématique crucial.

### Des ouvrages

De nombreux auteurs ont écrit sur Fourier, notamment à partir de la deuxième moitié du xx<sup>e</sup> siècle où plusieurs documents inédits ont été publiés. Jean Dhombres et Jean-Bernard Robert ont fait un travail colossal [10] que je n'ai pas hésité à piller, au prix de simplifications souvent abusives. Un nouvel ouvrage, sous la direction de Dhombres, doit paraître cette année [21] ; il visera un public plus large, contiendra un grand nombre d'illustrations et des pièces nouvelles d'archives. Ivor Grattan-Guinness a publié dans son livre de 1972 [16] le contenu du mémoire *Sur la propagation de la chaleur* présenté par Fourier à l'Académie des Sciences en décembre 1807 et resté jusque-là inédit. Umberto Bottazzini [9] a consacré deux sections<sup>1</sup> à l'étude du problème de la chaleur dans les années 1800-1830. Je me référerai également au livre de Jean-Pierre Kahane et Pierre Gilles Lemarié-Rieusset [23] dont la première partie, écrite par Kahane, traite de l'histoire des séries de Fourier. Le traité d'Analyse harmonique de Thomas Körner [24] expose de façon magistrale les mathé-

matiques attachées au nom de Fourier. Il contient aussi deux courts chapitres sur la vie de Fourier<sup>2</sup>, qui s'appuient en grande part sur le texte de John Herivel [18], très riche en informations mais en anglais : les documents français originaux y sont traduits.

### 1. La Révolution, l'Égypte

Jean-Baptiste Joseph Fourier naît le 21 mars 1768 à Auxerre, il est prénommé *Jean-Joseph* sur son acte de baptême. Il naît dans une famille d'artisans en voie d'ascension sociale : son père, tailleur, emploie une petite dizaine d'ouvriers. Orphelin à dix ans, Jean-Joseph est pris en charge par le clergé auxerrois ; il a un lien de parenté lointain – et incertain – avec un prêtre béatifié, on ne peut le laisser à l'abandon. Il reçoit une bonne éducation à l'École Royale Militaire d'Auxerre, tenue par des religieux. Après l'école, à 19 ans, il fait une demande pour être autorisé à passer le concours d'entrée dans l'Artillerie : elle est sèchement refusée, « Fourier n'étant pas noble » ne saurait devenir officier d'artillerie. Il se tourne vers les ordres et devient novice à l'abbaye bénédictine de Fleury, à Saint-Benoît-sur-Loire. Il y séjourne deux ans, de 87 à 89, il aurait pu être *l'abbé Fourier* : mais la Révolution a éclaté, et l'Assemblée nationale constituante a pris des décrets suspendant la prononciation de vœux religieux, juste avant qu'il ne prononce les siens en novembre 89. Au début 90, il revient à l'école d'Auxerre, comme enseignant cette fois ; à cette date, elle s'appelle « Collège National-École Militaire », il va y rester quatre ans. Il enseignera des matières diverses, histoire, philosophie, éloquence et finalement mathématiques, et deviendra « instituteur salarié par la nation ».

D'abord réservé à l'égard de la Révolution, Fourier s'engage début 93 dans le *Comité de surveillance* d'Auxerre, il en sera même président en juin 94. Il est présent, sans que nous puissions savoir ce qu'il

1. [9, sec. 2.3, 2.4]

2. [24, part VI, ch. 92 et 93]

en pense, lors de scènes violentes de désacralisation d'églises, pendant la vague de déchristianisation de 93-94. Après septembre 93, le Comité d'Auxerre se trouve chargé d'exécuter les décisions de Maximilien de Robespierre et du Comité de Salut Public. Plutôt modéré, Fourier peut s'y trouver en danger, par son manque de zèle à aider les coupeurs de têtes : Victor Cousin, son successeur à l'Académie française en 1831, a rapporté dans des *Notes additionnelles à l'éloge de M. Fourier* – bien des années après les faits – que celui-ci aurait sciemment fait échouer l'arrestation à Tonnerre d'un homme condamné à l'échafaud<sup>3</sup> ; Fourier a tout de même signé un certain nombre de mandats d'arrêts, dans le cadre de ses fonctions officielles au comité d'Auxerre. Un événement va le conduire tout près de l'emprisonnement, « l'affaire d'Orléans », qui est relatée en grand détail dans le livre de Herivel<sup>4</sup>.

Début octobre 93, le citoyen Ichon, membre de la Convention, est dépêché pour collecter dans l'Yonne et six départements voisins, armes, matériel et chevaux en vue des opérations en Vendée. Dans ce but, il mandate six citoyens d'Auxerre – dont Fourier – pour une mission d'un mois, à partir de mi-octobre, à Orléans. La ville est agitée par de vives tensions entre sans-culottes et bourgeois. Le citoyen Laplanche, autre Conventionnel, y a été envoyé par Paris début septembre ; il commence par prendre des mesures de caractère révolutionnaire, susceptibles de satisfaire les sans-culottes. Mais il cède ensuite à des pressions des milieux les plus riches et il se heurte aux « leaders » des sans-culottes. S'opposant à Laplanche, et sortant nettement du cadre de sa mission, Fourier prend parti pour ces « gauchistes », dirait-on de nos jours. Laplanche et les autorités orléanaises demandent alors à Auxerre qu'il soit rappelé, et dénoncent son comportement ; leur plainte remonte à Paris. Un décret parisien destitue Fourier de toutes ses fonctions le 29 octobre 93 : « La Commission donnée [...] au citoyen Fournier [sic], est révoquée ; le citoyen Fournier est déclaré inhabile à recevoir de pareilles Commissions » ; il ne peut plus exercer de fonction publique. Ichon, qui est responsable de son envoi à Orléans, ressent une partie du blâme ; furieux, il lance un mandat d'arrêt contre Fourier, qui heureusement pour lui n'est pas encore rentré ; les choses sont un peu calmées à son retour à Auxerre, on le laisse tranquille. Cependant, l'affaire d'Orléans finit par ressortir à Paris. Robespierre combat sa gauche aussi bien que sa droite, les meneurs

d'Orléans sont visés et Fourier par voie de conséquence : le 19 juin 94, le *Comité de Sûreté Générale* ordonne son arrestation (ce même mois de juin, la loi de « Grande Terreur » est adoptée). On sait aujourd'hui [21] que Fourier ne va pas en prison, il bénéficie d'un traitement de faveur : il est placé en résidence surveillée le 4 juillet, à son domicile d'Auxerre. Robespierre tombe fin juillet et Fourier est « libéré » le 11 août.

Fin 94, Fourier est sélectionné pour faire partie des jeunes enseignants qui seront formés par la toute nouvelle École normale, « l'École Normale de l'an III » ; cette école ne fonctionnera qu'un semestre, de janvier à juin 95, il en sera un élève distingué. Mais suite au changement de climat politique, son appartenance au comité jacobin lui vaut d'autres ennuis. À l'heure de la réaction thermidorienne, on fait la chasse aux « terroristes ». Les nouvelles autorités d'Auxerre veulent obtenir son exclusion de l'École normale ; on lui reproche son passé, dans une adresse à la Convention Nationale<sup>5</sup> :

Nous frémissons, Représentans, quand nous pensons que les Élèves des écoles normales ont été choisis sous le règne de Robespierre et par ses protégés ; il n'est que trop vrai que Balme et Fourrier [sic] élèves du département de l'Yonne ont longtemps proféré les principes atroces et les infernales maximes des tyrans.

Début juin 95, Fourier est mis en prison ; il obtient un ordre de libération conditionnelle après quelques jours, mais l'ordre n'est pas appliqué, il reste incarcéré un mois ou plus. Il est en tout cas libre fin août, ses ennuis judiciaires sont enfin terminés et il est rétabli dans tous ses droits de citoyen.

Les premières années de la Révolution ont été dangereuses, sans doute exaltantes toutefois. Kahane<sup>6</sup> cite un passage d'une lettre de Fourier :

À mesure que les idées naturelles d'égalité se développèrent on put concevoir l'espérance sublime d'établir parmi nous un gouvernement libre exempt de rois et de prêtres, et d'affranchir de ce double joug la terre d'Europe depuis si longtemps usurpée.

Pourtant Fourier doit beaucoup à l'éducation reçue des bénédictins à l'École Royale Militaire d'Auxerre, qui lui permet d'écrire de fort belles

3. [10, ch. III, p. 94]

4. [18, sec. 2.2]

5. [10, ch. IV, p. 150]

6. [23, ch. 1, p. 8]