

# Bulletin

de la SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Tome 151  
Fascicule 3

2023

<b>Timothée Bénard</b> — Drift of random walks on abelian covers of finite volume homogeneous spaces .....	407-434
<b>Juan C. Morelli</b> — <i>Erratum to:</i> A persistently singular map of $\mathbb{T}^n$ that is $C^1$ robustly transitive .....	435-436
<b>Olivier Thom</b> — About $C^\infty$ foliations by holomorphic curves on complex surfaces .....	437-463
<b>Benoît Joly</b> — The Calabi invariant for Hamiltonian diffeomorphisms of the unit disk .....	465-500
<b>Toshiaki Hattori</b> — Diophantine approximation with weights and Tits buildings at infinity of symmetric spaces .....	501-539
<b>Almaz Butaev &amp; Galia Dafni</b> — Local vanishing mean oscillation .....	541-564

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Pages 407-564



# Sommaire

<b>Timothée Bénard</b> — Dérive d'une marche aléatoire sur un revêtement abélien d'un espace homogène de volume fini .....	407-434
<b>Juan C. Morelli</b> — <i>Erratum à</i> : Une application $C^1$ robustement transitive dans $\mathbb{T}^n$ avec singularités persistantes .....	435-436
<b>Olivier Thom</b> — Sur les feuilletages $C^\infty$ par courbes holomorphes dans les surfaces complexes .....	437-463
<b>Benoît Joly</b> — L'invariant de Calabi des difféomorphismes hamiltoniens du disque unité .....	465-500
<b>Toshiaki Hattori</b> — Approximation diophantienne avec poids et immeubles de Tits à l'infini d'espaces symétriques .....	501-539
<b>Almaz Butaev &amp; Galia Dafni</b> — VMO locale .....	541-564

# Contents

<b>Timothée Bénard</b> — Drift of random walks on abelian covers of finite volume homogeneous spaces .....	407-434
<b>Juan C. Morelli</b> — <i>Erratum to:</i> A persistently singular map of $\mathbb{T}^n$ that is $C^1$ robustly transitive .....	435-436
<b>Olivier Thom</b> — About $C^\infty$ foliations by holomorphic curves on complex surfaces .....	437-463
<b>Benoît Joly</b> — The Calabi invariant for Hamiltonian diffeomorphisms of the unit disk .....	465-500
<b>Toshiaki Hattori</b> — Diophantine approximation with weights and Tits buildings at infinity of symmetric spaces .....	501-539
<b>Almaz Butaev &amp; Galia Dafni</b> — Local vanishing mean oscillation ..	541-564

## DRIFT OF RANDOM WALKS ON ABELIAN COVERS OF FINITE VOLUME HOMOGENEOUS SPACES

BY TIMOTHÉE BÉNARD

---

ABSTRACT. — Let  $G$  be a connected simple real Lie group,  $\Lambda_0 \subseteq G$  a lattice without torsion and  $\Lambda \trianglelefteq \Lambda_0$  a normal subgroup such that  $\Lambda_0/\Lambda \simeq \mathbb{Z}^d$ . We study the drift of a random walk on the  $\mathbb{Z}^d$ -cover  $\Lambda \backslash G$  of the finite volume homogeneous space  $\Lambda_0 \backslash G$ . This walk is defined by a Zariski-dense compactly supported probability measure  $\mu$  on  $G$ . We first assume the covering map  $\Lambda \backslash G \rightarrow \Lambda_0 \backslash G$  does not unfold any cusp of  $\Lambda_0 \backslash G$  and compute the drift at *every* starting point. Then we remove this assumption and describe the drift almost everywhere. The case of hyperbolic manifolds of dimension 2 stands out with non-converging type behaviors. The recurrence of the trajectories is also characterized in this context.

RÉSUMÉ (*Dérive d'une marche aléatoire sur un revêtement abélien d'un espace homogène de volume fini*). — Soit  $G$  un groupe de Lie réel connexe,  $\Lambda_0 \subseteq G$  un réseau sans torsion dans  $G$ , et  $\Lambda \trianglelefteq \Lambda_0$  un sous-groupe distingué tel que  $\Lambda_0/\Lambda \simeq \mathbb{Z}^d$ . Nous étudions la dérive d'une marche aléatoire sur le  $\mathbb{Z}^d$ -revêtement  $\Lambda \backslash G$  de l'espace homogène de volume fini  $\Lambda_0 \backslash G$ . Cette marche est définie par une mesure de probabilité Zariski-dense à support compact  $\mu$  sur  $G$ . Nous supposons dans un premier temps que l'application de revêtement  $\Lambda \backslash G \rightarrow \Lambda_0 \backslash G$  ne déroule pas les pointes de  $\Lambda_0 \backslash G$  et calculons la dérive en *tout* point de départ. Ensuite, nous travaillons sans cette hypothèse et décrivons la dérive en presque tout point. Le cas des variétés hyperboliques de dimension 2 se démarque par des comportements non convergents. La récurrence presque-sûre des trajectoires est aussi caractérisée dans ce contexte.

---

*Texte reçu le 20 décembre 2020, modifié le 23 juin 2021, accepté le 17 février 2022.*

TIMOTHÉE BÉNARD, Centre for Mathematical Sciences, Wilberforce Road, Cambridge  
CB3 0WB, UK • *E-mail* : [tb723@cam.ac.uk](mailto:tb723@cam.ac.uk)

Mathematical subject classification (2010). — 22F30, 37A50.

Key words and phrases. — Random walk, law of large numbers, hyperbolic manifold.