

# Bulletin

de la SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

**Tome 152**  
**Fascicule 3**

**2024**

<b>Paul Péringuey</b> — Sur une généralisation de la conjecture d'Artin parmi les presque-premiers ..	377-442
<b>Pierre Brun, Rafik Imekraz &amp; Guillaume Poly</b> — Random zonal eigenfunctions and a Hölder version of the Paley–Zygmund theorem on compact manifolds .....	443-517
<b>Samir Marouani</b> — SKT hyperbolic and Gauduchon hyperbolic compact complex manifolds ...	519-545
<b>Guanghai Lu, Miaomiao Wang &amp; Shuangping Tao</b> — $\theta$ -type fractional Marcinkiewicz integrals and their commutators on non-homogeneous grand spaces .....	547-569
<b>Bruno Schapira</b> — Branching capacity of a random walk range .....	571-603

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Pages 377-603



# Sommaire

<b>Paul Péringuey</b> — Sur une généralisation de la conjecture d'Artin parmi les presque-premiers .....	377-442
<b>Pierre Brun, Rafik Imekraz &amp; Guillaume Poly</b> — Fonctions propres zonales aléatoires et version höldérienne du théorème de Paley–Zygmund sur les variétés compactes .....	443-517
<b>Samir Marouani</b> — Hyperbolicité SKT et hyperbolicité de Gauduchon pour les variétés complexes compactes .....	519-545
<b>Guanghai Lu, Miaomiao Wang &amp; Shuangping Tao</b> — Opérateurs intégraux fractionnaires de $\theta$ -type Marcinkiewicz et leurs échangeurs sur espaces non-homogène grand .....	547-569
<b>Bruno Schapira</b> — Capacité branchante de la trace d'une marche aléatoire .....	571-603

# Contents

<b>Paul Périquery</b> — On a generalization of Artin’s conjecture among almost primes .....	377-442
<b>Pierre Brun, Rafik Imekraz &amp; Guillaume Poly</b> — Random zonal eigenfunctions and a Hölder version of the Paley–Zygmund theorem on compact manifolds .....	443-517
<b>Samir Marouani</b> — SKT hyperbolic and Gauduchon hyperbolic compact complex manifolds .....	519-545
<b>Guanghai Lu, Miaomiao Wang &amp; Shuangping Tao</b> — $\theta$ -type fractional Marcinkiewicz integrals and their commutators on non-homogeneous grand spaces .....	547-569
<b>Bruno Schapira</b> — Branching capacity of a random walk range ...	571-603

## SUR UNE GÉNÉRALISATION DE LA CONJECTURE D'ARTIN PARMI LES PRESQUE-PREMIERS

PAR PAUL PÉRINGUEY

---

RÉSUMÉ. — Un entier est une racine primitive modulo un premier  $p$  s'il génère le sous-groupe multiplicatif  $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ . En 1927 Artin conjecture qu'un nombre  $a$  qui n'est ni  $-1$  ni un carré parfait est racine primitive pour une infinité de nombres premiers, et que l'ensemble de ces premiers a une densité positive parmi tous les premiers. Cette conjecture a été démontrée, sous l'hypothèse de Riemann généralisée (GRH), en 1967 par Hooley.

Plus généralement, on dit qu'un entier est une racine primitive généralisée modulo  $n$  s'il génère un sous-groupe de taille maximale dans  $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$ . Li et Pomerance ont montré, sous GRH, que l'ensemble des entiers pour lesquels un entier est racine primitive généralisée n'admet pas de densité parmi tous les entiers.

On s'intéresse ici à l'ensemble des entiers  $\ell$ -presque premiers, c'est-à-dire les entiers ayant au plus  $\ell$  facteurs premiers, pour lesquels un entier  $a \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$  donné et différent d'un carré est racine primitive généralisée, et nous montrons, sous GRH, que cet ensemble admet une densité parmi tous les  $\ell$ -presque premiers.

---

*Texte reçu le 1<sup>er</sup> juin 2023, modifié le 16 février 2024, accepté le 22 février 2024.*

PAUL PÉRINGUEY, University of British Columbia, 1984 Mathematics Road, Vancouver BC V6T 1Z2, Canada • *E-mail* : [peringuey@math.ubc.ca](mailto:peringuey@math.ubc.ca)

Classification mathématique par sujets (2010). — 11A07, 11N25, 11R42, 11R44.

Mots clefs. — Théorie analytique des nombres, conjecture d'Artin, racines primitives, presque premiers, méthode de Selberg-Delange.