

JEAN LERAY ET LA RECHERCHE DE LA VÉRITÉ

par

Yves Meyer

La vie et l'œuvre de Jean Leray sont singulières. Dans le répertoire biographique des membres de l'Académie des Sciences, on lit :

Né à Nantes le 7 novembre 1906. École Normale Supérieure (1926-1929). Agrégé (1929). Chargé de Recherche, Docteur ès Sciences (1933). Professeur à l'Université de Nancy (1938), de Paris (1941) et de l'Oflag XVII A (1940-1945), au Collège de France (1947-1978). L'œuvre scientifique de Jean Leray comporte : l'extension de la topologie algébrique aux espaces de Banach, en particulier avec J. Schauder, celle du degré topologique et ses applications aux équations fonctionnelles (1934) ; à propos de Mécanique des Fluides, l'introduction de solutions généralisées, non dérivables, d'équations aux dérivées partielles non-linéaires (1934) ; l'introduction en topologie algébrique des faisceaux et des suites spectrales (1949) ; sur les variétés analytiques complexes, une théorie des résidus et la formule qu'il a nommée de Cauchy-Fantappiè (1959) ; pour les équations aux dérivées partielles linéaires holomorphes et, en collaboration avec Y. Hamada, A. Takeuchi et C. Wagschal, l'étude du problème de Cauchy à données singulières (1976) et des prolongements analytiques des solutions (1985, 1990, 1992) ; en mécanique appliquée le calcul des ponts-plaques, qu'emploient les Ponts et Chaussées (1964) et, en collaboration avec A. Pecker, le calcul explicite du demi-plan élastique percuté en son bord (1988).

Ce sommaire nous laisse sur notre faim. Jean Leray était-il un mathématicien, un hydrodynamicien, un mécanicien ou tout à la fois ? Est-ce pour cela que sa pensée scientifique est si originale ? Quel savoir, quelles connaissances Jean Leray cherchait-il ? Était-il un homme de droite ou un homme de gauche ? Ses opinions étaient-elles celles d'un homme de tradition ou d'un visionnaire ? Je vais essayer de répondre à ces questions en utilisant le témoignage d'Yvonne Choquet-Bruhat, mes propres

souvenirs et ce que Jean Leray nous apprend de sa vie dans divers articles et entretiens. L'immense œuvre mathématique de Jean Leray ne sera qu'à peine évoquée ; elle a été remarquablement rassemblée et éditée par Paul Malliavin [7]. On pourra également consulter [9], [1] ou le beau texte de Jean Mawhin [12].

1. L'enfance

Jean Leray est né à Nantes, le 7 novembre 1906. Dans un entretien avec Mark Marian Schmidt, publié par Hermann (Hommes de Science) [5], Jean Leray évoque, avec pudeur, son enfance et son adolescence. Il dit :

Je suis né le 7 novembre 1906, l'année où Dreyfus fut réhabilité par la Cour de Cassation.

Ses parents étaient instituteurs à l'école publique de Chantenay, école que les prêtres, dans leurs sermons, appelaient « l'école du diable ». Ses parents n'étaient pas faits pour vivre l'un avec l'autre. Fils unique, il eut une enfance triste. Avant d'être une passion, les mathématiques furent pour lui un refuge.

Jean Leray, rendant hommage à son père, nous parle de justice sociale [5] :

Mon père eut une jeunesse misérable. Il devint instituteur à Rennes. Il se passionna pour la cause de Dreyfus... Il fit des études supérieures, obtint le CAPES d'allemand. Cependant, il resta instituteur : il préférerait s'adresser à une élite d'origine populaire... plutôt qu'à des enfants fortunés dans les lycées.

Sa première rencontre avec la Science date de son enfance :

C'est à mon père que je dois l'essentiel de mon éducation et de ma formation scientifique... C'est grâce à lui qu'à 11 ans je connaissais les nombres premiers, étais un adepte du darwinisme, étais passionné par la science, m'imaginant qu'elle avait tout expliqué.

2. Le lycée et l'École Normale Supérieure

Malgré sa brièveté, le texte qui suit nous apprend beaucoup sur Jean Leray ; il y parle d'efforts et de justice sociale (les mots soulignés le sont par moi) [5].

Au lycée de Nantes, puis de Rennes, je fus un élève attentif et travailleur, au milieu d'enfants assurés d'un avenir confortable et plus ou moins indifférents à un enseignement qui était pourtant de haute qualité. De modestes succès au concours général me prouvèrent que je pouvais accéder aux grandes écoles. Grâce au lycée de Rennes, j'entraî rapidement à l'École Normale Supérieure.

En évoquant sa vie d'étudiant, Jean Leray revient sur son amour pour la physique et la mécanique [5] :

Le laboratoire de physique de l'École Normale Supérieure me révéla l'expérimentation et ses joies. Je fus libéré de mon dogmatisme très puéril de lycéen... C'est l'enseignement de mon regretté maître Henri Villat qui guida mes premières recherches.

3. La thèse et les premiers travaux

Comme nous le savons tous, la thèse et les premiers travaux de Jean Leray portent sur la mécanique des fluides. Pour le profane, il s'agit de comprendre la forme et l'allure des tourbillons que le courant d'un fleuve crée en aval, derrière les piles d'un pont. Jean Leray était fasciné par ce spectacle. Il écrivait [6] :

Observons la Seine en crue, contournant une pile de pont : son écoulement paraît régulier, puis, dans un domaine de plus en plus petit, il s'accélère de plus en plus, alors un choc local dissipe localement une large part de l'énergie en jeu et rétablit le calme ; puis le même phénomène se répète

Peut-on prévoir et calculer ces formes ondoyantes et diverses ou vaut-il mieux y renoncer et utiliser une modélisation stochastique ? C'est-à-dire admettre que le déterminisme est battu en brèche lorsque qu'apparaît la turbulence ? Ces questions sont fondamentales pour la Science et la Technologie. Elles concernent les mouvements des océans, le réchauffement planétaire, la stabilité de la structure d'un avion en vol. En 1993, Jean Leray évoqua encore ce problème de stabilité et écrivit [6] :

Les premiers avions eurent des ailes minces, provoquant de regrettables remous. Des années de pénibles essais furent nécessaires à l'intelligence humaine pour découvrir ce que mémorisent les gènes des volatiles : l'intérêt aérodynamique des ailes épaisses ; à l'avant un bord arrondi, à l'arrière un bord effilé.

Dans le texte que nous allons lire, Jean Leray nous apprend comment tester la validité d'une loi physique quand elle a été formulée dans le langage des mathématiques. Il s'agit de vérifier que les prédictions que l'on peut faire, en partant de l'énoncé mathématique de cette loi, sont conformes à l'expérience. Mais encore faut-il pouvoir calculer ces prédictions ! Jean Leray faisait ces remarques au début des années cinquante, avant l'essor de l'analyse numérique et du calcul scientifique. Les calculs devaient alors être faits à la main. Pour les équations aux dérivées partielles, nous savons que c'est impossible, sauf dans des cas très particuliers. Dans l'enseignement de la physique et de la mécanique que Jean Leray avait reçu, la validité d'une loi physique, écrite sous la forme d'une équation, ne pouvait donc être établie que sur des exemples simplistes, non significatifs. Pour Jean Leray, c'est inacceptable ! Il propose alors un programme scientifique qui, à peine modifié, est encore d'actualité [3] :

Une théorie de physique mathématique consiste à affirmer qu'une équation fonctionnelle régit un phénomène naturel. On vérifie cette équation en

confrontant les mesures expérimentales et la solution de l'équation fonctionnelle dans des cas habilement choisis où l'on réussit à résoudre explicitement cette équation; ces cas sont en général des cas exceptionnels dans lesquels l'équation dégénère en une équation beaucoup plus simple; souvent la solution n'est qu'approchée; souvent les formules compliquées qui la définissent précisent mal son allure.

Il est donc essentiel d'envisager, en toute rigueur, le cas général et, faute de pouvoir examiner s'il y a concordance numérique, de se poser les trois problèmes que voici :

- préciser l'allure des solutions de l'équation fonctionnelle pour savoir si cette allure concorde avec l'allure des phénomènes naturels;*
- prouver que l'équation fonctionnelle possède effectivement au moins une solution;*
- prouver éventuellement que la solution est unique.*

La possibilité de décrire l'allure de certains phénomènes physiques à l'aide de normes fonctionnelles adaptées jouera un rôle essentiel dans les travaux de David Donoho sur les algorithmes de débruitage des images. Les applications concernent l'imagerie astronomique ou l'imagerie médicale.

Jean Leray nous parle des outils qu'il utilisera pour réaliser son programme. Ces outils sont révolutionnaires. Il écrit [3] :

Dans des cas généraux et importants, j'ai réussi, grâce à la notion d'ensemble compact, à déduire des seules majorations a priori l'existence, indépendamment de toute hypothèse d'unicité; j'ai pu ainsi développer une analyse de la théorie des liquides visqueux qui n'avait été qu'amorcée par l'école de M. Oseen, effectuer une discussion de la théorie des sillages et des jets dont Levi-Civita et H. Villat avaient signalé les difficultés et l'intérêt, enfin donner des conclusions complètes à la célèbre discussion du problème de Dirichlet qu'avait faite M.S. Bernstein.

Selon Jean Leray, la compréhension des phénomènes naturels ne peut progresser que par un approfondissement des mathématiques. C'est dans cet état d'esprit qu'il aborde le problème de la turbulence, non résolu à ce jour. La définition et l'étude de la turbulence sont toujours l'objet d'âpres controverses! On se rapportera à ce sujet aux trois ouvrages récents [2], [10] et [11]. Henri Lebesgue donna le conseil suivant à Jean Leray : *Ne consacrez pas trop de temps à une question aussi rebelle! Faites autre chose!* Jean Leray écrit [3] :

J'eus recours à la théorie des fonctions sommables, à l'intégrale de Lebesgue, à la notion de compacité et à la notion toute nouvelle de solution turbulente : il s'agit de solutions irrégulières, indéterminées, se rattachant sans doute au phénomène de la turbulence; je crois que l'introduction de telles solutions dans la théorie des équations aux dérivées partielles pourrait

conduire à de nouvelles applications très intéressantes et très étonnantes de la théorie moderne des fonctions réelles.

Les lignes qui suivent nous réservent une dernière surprise. En effet, Jean Leray y utilise une démarche scientifique comportant d'évidents risques : l'emploi de méthodes de la topologie algébrique pour résoudre des équations aux dérivées partielles ! Il s'agit d'un *détournement d'outils*, c'est-à-dire d'une utilisation, abusive en apparence, d'un outil qui a été élaboré dans un contexte bien précis et dont la validité semble être liée à ce cadre particulier. Jean Leray écrit [3] :

Mais la plupart des problèmes que j'ai étudiés relèvent, malgré leur diversité, d'une même théorie des équations fonctionnelles, que j'ai créée pour les résoudre et qui est susceptible d'applications très variées... En collaboration avec un remarquable mathématicien polonais M. J. Schauder, qui fut hélas ! victime du racisme allemand, j'ai étendu et précisé cette théorie... Ces progrès furent réalisés grâce à un procédé que Schauder avait antérieurement utilisé : étudier une équation fonctionnelle à l'aide de la topologie des espaces euclidiens, en passant, par continuité, d'un espace euclidien à un espace ayant une infinité de dimensions.

Dès lors le problème se posait d'éviter un tel passage en développant suffisamment la topologie des espaces à une infinité de dimension... J'ai réussi à le faire en introduisant, en topologie algébrique, diverses notions et divers procédés nouveaux dont l'élaboration et l'étude ont occupé mes cinq années de captivité à l'oflag...

4. La captivité

Jean Leray est souvent prophétique. Il est anxieusement lucide quand il écrit [5] :

Quant à mon jugement politique, il se forma très lentement. Passant à l'Université de Berlin l'hiver 1932-1933, je vécus avec angoisse l'accession à la Chancellerie allemande d'un homme violent, déjà criminel, prônant le génocide. Seule une guerre pouvait le vaincre et l'éliminer.

Pour Jean Leray, comme pour bien d'autres, la débâcle, la capitulation et la captivité furent des épreuves désespérantes. Pendant sa captivité, Jean Leray défendit ses convictions et ses idéaux [5] :

J'étais mobilisé dans l'armée française, dans la défense contre avions, avec un matériel extrêmement vieux, ridicule, inefficace...

Resté seul à la tête de ma batterie, je fus fait prisonnier le 24 juin 1940...

Le début de notre captivité a été dur. Je me suis demandé si je résisterais à cette épreuve...