

SOMMAIRE

NOUVEAUX DÉFIS par <i>Jean-Pierre Bourguignon</i>	3
DOSSIERS/DÉBATS	
Questions à V.I. Arnold <i>Interview réalisée par Michèle Audin et Patrick Iglesias</i>	5
L'affaire Weil à Helsinki en 1939 par <i>Osmo Pekonen</i>	13
ENSEIGNEMENT PREMIER CYCLE	
Réforme des premiers et seconds cycles	21
INFORMATIONS	
Le point sur la rénovation de l'Institut Henri Poincaré par <i>Pierre Grisvard et Bernard Teissier</i>	24
C.N.R.S. - Nouvelles de Marseille	26
Colloque International en mémoire de Jean-Louis Verdier par <i>Yvette Kosmann-Schwarzbach</i>	28
Prix Salem par <i>Jean-Pierre Kahane</i>	29
Université Mathématique d'Été à Bordeaux	30
Le programme de "bourses post-doctorales" de la D.R.E.D.	31
Un chargé de mission pour les mathématiques au M.R.T. – Pour quoi faire ? par <i>Jean-Pierre Raoult</i>	32
LIVRES	
Critiques brèves	35
The Geometry of four-manifolds (S.K. Donaldson and P.B. Kronheimer) Critique de <i>Michèle Audin</i>	36
Corps et Modèles, (Hourya Sinaceur) Critique de <i>Marie-France Roy</i>	38
Analyse complexe, (P. Dolbeault) Critique de <i>Jean-Pierre Vigué</i>	41
Harmonic maps and minimal immersions through representation theory, (G. Toth) Critique de <i>Frédéric Hélein</i>	42
MATHÉMATIQUES	
Nos lecteurs ont des problèmes	44
Quelques aspects du troisième problème de Hilbert <i>Jean-Louis Cathelineau</i>	45
Aspects classiques du troisième problème de Hilbert <i>Philippe Grandemange et Pierre Schwartz</i>	73
Trivium Mathématique <i>V.I. Arnold</i>	87

Karine Chemla s'est occupée pendant plusieurs années de la rubrique Livres de la Gazette. Qu'elle sache, puisqu'elle quitte le comité de rédaction, que son travail remarquable a été apprécié et que nous l'en remercions.

Jean-Yves MÉRINDOL

**DATE LIMITE de soumission des articles, pour parution
dans le n° 53 – JUIN 1992
6 AVRIL 1992**

_____ JOURNÉES ANNUELLES S.M.F. _____

Samedi 23 mai 1992 au C.N.R.S., 15 quai Anatole France, 75007 Paris

- **Mathématiques Quantiques**

Conférenciers : Alain Connes, Bernard Helffer.

- **Assemblée Générale de la Société**

Quels rôles pour la S.M.F. ?

_____ "MATHÉMATIQUES AU FUTUR" _____

La S.M.F. et la S.M.A.I. tiendront une conférence de presse sur ce thème le 15 mai dans les locaux du Ministère de la Recherche et de la Technologie (rue Descartes).

A l'issue de cette conférence, la S.M.F. remettra le prix "d'Alembert".

NOUVEAUX DÉFIS

Quittant le Conseil de la S.M.F. dans un peu plus de deux mois après y avoir siégé six ans et après l'avoir présidé deux années, il n'est peut-être pas complètement déplacé que je fasse ici un retour en arrière pour cerner en quoi, pendant cette période, la situation de la communauté mathématique et aussi le rôle que la S.M.F. y joue ont changé, et pour en tirer des leçons pour l'action de la société dans les années à venir. Je cours bien sûr le risque que cette présentation soit jugée trop personnelle, et ne reflète que la perception d'un mathématicien parmi les autres.

En 1986, nous sortions de la longue décade pendant laquelle les universités n'avaient pas ou peu recruté. Dans le même temps un nombre appréciable de postes avait été pris aux mathématiques. Cette longue période de jeûne avait tout naturellement poussé les collègues à pratiquer un certain malthusianisme tant avaient été grandes les difficultés de nombreux docteurs à trouver un emploi universitaire. C'est dans ce contexte que, pressentant les difficultés de renouvellement de la profession à l'orée du troisième millénaire, la S.M.F. a cherché à rassembler des données démographiques solides sur ce point. Ces données ont fait apparaître des perspectives encore plus sombres que celles entrevues. Des actions d'ampleur s'imposaient. La communauté mathématique disposait alors de peu de moyens d'action au niveau des ministères car aucun de ses membres n'y occupait une position de responsabilité. Cette prise de conscience de la distance énorme existant entre les défis auxquels il allait falloir répondre et le peu de leviers accessibles à la communauté mathématique a été une des motivations essentielles dans la décision prise par le Conseil de la S.M.F. d'organiser le colloque "Mathématiques A Venir". Beaucoup d'indices attestent que ce colloque n'a pas seulement été un succès par l'intérêt immédiat qu'il a suscité mais surtout par les retombées qu'il a rendu possibles.

En fait, en très peu de temps, la situation de pénurie de postes s'est complètement inversée, la publication de postes vacants en grand nombre et l'apparition de nouveaux débouchés pour les diplômés rendant le malthusianisme obsolète. Dans le même temps les départements de mathématiques ont reçu une part plus importante qu'auparavant des moyens donnés aux universités, moyens eux-mêmes devenus plus substantiels. Cette amélioration est en partie due à la reconnaissance administrative de l'autonomie des mathématiques à l'intérieur de la D.R.E.D., et à l'occupation du poste en question par un collègue déterminé et convaincant. Le fait que la communauté mathématique ait su se mobiliser pour répondre à ce nouveau défi de formation a aussi joué son rôle. Pour ne citer qu'un exemple, les DEA et (plus récemment) les DESS ont été gérés de façon beaucoup plus dynamique avec comme conséquence un presque doublement du nombre de diplômés dans les quatre dernières années. Les moyens supplémentaires mis en place tant au M.E.N. qu'au M.R.T. ont bien sûr aidé à relever ce défi mais la S.M.F. a tenu sa place dans cet effort en contribuant à la préparation et à la fabrication de l'annuaire des DEA auquel une diffusion large est maintenant assurée. Du côté du C.N.R.S., l'évolution a été favorable mais de façon beaucoup moins spectaculaire malgré la présence d'un mathématicien dans la structure de direction.

Par rapport aux échéances démographiques qui avaient motivé notre alarme, rien n'est encore gagné. En effet il n'est pas encore clair que nous serons capables de former pour une carrière universitaire et de recherche des jeunes en nombre suffisant pour assurer la relève d'ici une dizaine d'années. Les candidatures nombreuses de collègues venus de l'étranger, notamment des pays du centre et de l'est de l'Europe, représentent une chance si l'on envisage le problème égoïstement... mais aussi une menace pour les écoles mathématiques de leur pays d'origine.

Cependant rien n'est encore acquis, surtout que la visibilité accrue, dont jouissent actuellement les mathématiques au niveau national et qui a permis de rendre plus décente

la situation matérielle de nos départements, exige maintenant que nous nous montrions capables de défendre localement ces acquis récents.

Le dossier des transformations du système universitaire dont nous avons dû discuter à la hâte dans les derniers mois permet de mettre en lumière combien il est difficile de tracer la ligne de démarcation qui existe entre les domaines d'intervention d'une société savante comme la S.M.F. et ceux de groupements d'intérêt d'une autre nature. Sur les principes généraux de la rénovation pédagogique proposée, il est difficile à la S.M.F. de porter un jugement catégorique. Par contre il est beaucoup plus naturel de faire s'exprimer la communauté mathématique sur la structuration des premiers cycles lorsque celle-ci contient comme innovation l'introduction d'un D.E.U.G. spécifique aux mathématiques. Comme nombre de collègues (en particulier ceux travaillant dans des universités généralistes de taille moyenne) dénonçaient les risques graves que ferait courir à leur département une telle structure, il devenait naturel d'intervenir au nom de la S.M.F. (pour les détails de cette intervention, voir les textes insérés dans ce numéro de la Gazette).

L'attitude prise par le bureau de la S.M.F. lors de la mise en place des nouvelles procédures de recrutement universitaire procède de la même démarche. Mais je dois reconnaître que les distinctions peuvent être subtiles, surtout lorsque des arguments assez convaincants peuvent être mis en avant pour justifier l'existence d'une et de deux commissions de mathématiques au C.N.U.

Les nouveaux défis qu'annonce le titre de cet éditorial, je les vois dans la mise en place d'une nouvelle école fondamentale incluant le lycée, dans l'ouverture plus grande des universités et les conséquences que cette nouvelle dimension des études supérieures ne manquera pas d'avoir sur l'organisation du personnel enseignant dans les universités. Pour ces questions complexes, il sera encore nécessaire de bien définir quels sont les points qui ressortent véritablement de l'action de la S.M.F., et quels sont ceux qui doivent être laissés à d'autres groupes d'intervention. Mais d'autres défis peuvent encore se faire jour. C'est pourquoi la question de la définition du champ d'action de la S.M.F. me semble devoir jouer un rôle très important dans les années qui viennent. Ceci justifie à mes yeux que nous lui consacrons un débat dans la Journée Annuelle 1992 prévue le 23 mai.

Ces questions de nature plutôt organisationnelles ne doivent pas nous faire éluder le rôle qui nous incombe dans l'évolution de la discipline sur le plan thématique. J'espère que la S.M.F. prendra très bientôt des initiatives sur ce thème, visant à pallier le manque d'actions spontanées pour aider les collègues à suivre l'évolution de notre discipline. Dans un ordre d'idées voisin, la mise en place au C.N.R.S. d'un Comité des interactions des mathématiques (qui sera présidé par Michel Demazure) peut être aussi l'occasion de définir des actions nouvelles en direction d'autres disciplines.

Pour faire face aux nouveaux défis, il ne suffira pas de répondre présent; il sera indispensable d'être ambitieux pour que vive notre discipline.

Jean-Pierre BOURGUIGNON

QUESTIONS À V.I. ARNOLD

Interview réalisée par Michèle AUDIN et Patrick IGLESIAS

La Gazette : Quel est celui de vos résultats que vous estimez le plus important ? Comment en avez-vous eu l'idée, comment l'avez-vous trouvé ?

V. Arnold : Je ne sais pas ce qu'est l'"importance" d'un résultat mathématique. C'est probablement une quantité inversement proportionnelle à la difficulté technique. Peut-être le plus important de ce que j'ai fait en mathématique n'est pas généralement associé à mon nom. Je vais donc simplement choisir un résultat que j'aime.

Il y a quelques mois, Hironaka m'a raconté une méthode d'analyse des courbes algébriques réelles qui lui a plu. Cette méthode est basée sur la topologie des variétés de dimension 4. La variété de dimension 4 qu'on associe à la courbe algébrique dans le plan projectif complexe est le revêtement double du plan, ramifié le long de la courbe. Hironaka ignorait que c'est moi qui avais inventé cette méthode [1].

Ce n'est pas sa faute — l'usage d'attribuer un résultat au dernier des auteurs qui l'a utilisé ou à celui par lequel on l'a appris contribue beaucoup aux progrès des sciences. Je ne cite pas d'autres exemples parce que je suis très reconnaissant aux mathématiciens et physiciens qui ont utilisé et continué mes recherches. L'Amérique ne porte pas le nom de Colomb. Nabokov a dit qu'on rend le plus grand hommage à Tolstoï non pas en citant son nom mais en évoquant celui d'Anna Karenina.

Revenons aux courbes algébriques. Je me souviens que c'est I.G. Petrovsky, le recteur de l'Université de Moscou et le créateur de la théorie des variétés algébriques réelles [2,3] qui m'a demandé de lire la thèse de D.A. Goudkov [4]. Goudkov a résolu la question du 16ème problème de Hilbert sur les configurations des ovales des courbes algébriques réelles de degré 6 dans le plan projectif. Dans cette thèse très difficile,

que je n'ai jamais lue, j'ai été frappé par une congruence modulo 8, conjecturée par Goudkov :

$$p - m \equiv k^2 \pmod{8},$$

où p est le nombre des ovales d'une courbe lisse de degré $2k$ "contenus à l'intérieur" d'un nombre pair d'ovales, et m celui contenu à l'intérieur d'un nombre impair d'ovales, pourvu que le nombre total des ovales atteigne sa valeur maximale. Cette valeur maximale est égale à $g + 1$ où $g = (n - 1)(n - 2)/2$ est le genre de la courbe, ainsi que l'a montré Harnack [5]. Les courbes de degré n avec $g + 1$ ovales existent pour tout n , elles ont été appelées M-courbes (M pour maximal) par Petrovsky.

Goudkov a trouvé toutes les configurations des 11 ovales des M-courbes de degré 6 (voir figure).

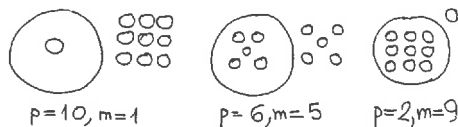


Figure 1 : les onze ovales des M-courbes

La congruence de Goudkov a été confirmée par toutes les M-courbes connues jusqu'à ce moment. Mais on ne voyait aucune relation entre les configurations des ovales dans le plan projectif et l'arithmétique. Je savais, des travaux de Rokhlin et de Milnor, qu'en topologie des variétés différentiables de dimension 4, les congruences modulo 16 jouent un rôle décisif, comme celles modulo 8 en théorie des formes quadratiques (que j'ai apprise dans l'*Arithmétique* magnifique de Serre). J'ai donc immédiatement commencé à chercher une variété de dimension 4. J'ai pensé d'abord au complément de la courbe complexe dans le plan projectif complexe, et à son image dans l'espace quotient $S^4 = \mathbb{CP}^2/\text{conj}$, où conj est