

Mémoires

de la SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Numéro 188
Nouvelle série

**RESTRICTIONS,
L-PARAMETERS,
AND LOCAL COEFFICIENTS
FOR GENUINE REPRESENTATIONS**

F. GAO, F. SHAHIDI & D. SZPRUCH

2 0 2 6

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Comité de rédaction

Boris ADAMCZEWSKI	Dorothee FREY
Valeria BANICA	Youness LAMZOURI
Julie DÉSERTI	Wendy LOWEN
Gabriel DOSPINESCU	Ludovic RIFFORD
Béatrice de TILLIÈRE	Erwan ROUSSEAU
François DAHMANI (dir.)	

Diffusion

Maison de la SMF	AMS
Case 916 - Luminy	P.O. Box 6248
13288 Marseille Cedex 9	Providence RI 02940
France	USA
commandes@smf.emath.fr	www.ams.org

Tarifs

Vente au numéro : 51 € (\$ 77)
Abonnement électronique : 165 € (\$ 247)
Abonnement avec supplément papier : 282 €, hors Europe : 340 € (\$ 510)
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat

Mémoires de la SMF
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
memoires@smf.emath.fr • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2026

Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.

ISSN papier 0249-633-X; électronique : 2275-3230

ISBN 978-2-37905-228-6

doi:10.24033/msmf.495

Directrice de la publication : Isabelle Gallagher

**RESTRICTIONS, L-PARAMETERS,
AND LOCAL COEFFICIENTS
FOR GENUINE REPRESENTATIONS**

**Fan Gao
Freydoon Shahidi
Dani Szpruch**

F. Gao

School of Mathematical Sciences, Zhejiang University, 866 Yuhangtang Road, Hangzhou, China 310058.

E-mail : `gaofan@zju.edu.cn`

F. Shahidi

Department of Mathematics, Purdue University, 150 N. University Street, West Lafayette, IN 47907.

E-mail : `shahidi@math.purdue.edu`

D. Szpruch

Department of Mathematics and Computer Science, Open University of Israel, Raanana 43107, Israel.

E-mail : `dszpruch@openu.ac.il`

Soumis le 22 février 2021, révisé le 7 juin 2023, accepté le 26 juillet 2023.

2000 Mathematics Subject Classification. – 11F70; 22E50.

Key words and phrases. – Covering groups, L-group, parameters, Whittaker functionals, local coefficients matrix, R-group, unramified representation, L-packet, metaplectic tensor product.

Mots clefs. – Revêtements de groupes, L-groupe, paramètres, fonctionnelles de Whittaker, matrice des coefficients locaux, R-groupe, représentation non ramifiée, L-paquet, produit tensoriel métaplectique.

RESTRICTIONS, L-PARAMETERS, AND LOCAL COEFFICIENTS FOR GENUINE REPRESENTATIONS

Fan Gao, Freydoon Shahidi, Dani Szpruch

Abstract. – We consider the restriction and induction of representations between a covering group and subgroups closely related to its derived subgroup, both on the representation-theoretic side and the L-parameter side. In particular, restriction of a genuine principal series is analyzed in detail. We also discuss a metaplectic tensor product construction for covers of the symplectic similitudes groups, and remark on the generality of such a construction for other groups. Furthermore, working with an irreducible constituent of a unitary unramified principal series, we prove a multiplicity formula for its restriction to the derived subgroup in terms of three associated R-groups. Later in the paper, we study how the parametrization of elements inside an unramified L-packet varies along with different choices of hyperspecial maximal compact subgroups and their splittings. We also investigate the genericity of elements inside such an L-packet with respect to varying Whittaker datum. Pertaining to the above two problems, covers of symplectic similitudes groups are discussed in detail in the last part of the paper.

Résumé (Restrictions, paramètres L et coefficients locaux pour des représentations spécifiques)

Nous considérons la restriction et l'induction des représentations entre un revêtement de groupe et des sous-groupes étroitement liés à son sous-groupe dérivé, à la fois du côté de la théorie des représentations et du côté des paramètres L. En particulier, la restriction d'une série principale spécifiques est analysée en détail. Nous discutons également d'une construction de produits tensoriels métaplectiques pour les revêtements de groupes de similitudes symplectiques, et remarquons la généralité d'une telle construction pour d'autres groupes. De plus, en travaillant avec un constituant irréductible d'une série principale unitaire non ramifiée, nous prouvons une formule de multiplicité pour sa restriction au sous-groupe dérivé en termes de trois groupes R associés. Plus loin dans l'article, nous étudions comment la paramétrisation des éléments à l'intérieur d'un paquet L non ramifié varie avec différents

choix de sous-groupes compacts maximaux hyperspéciaux et leurs scindages. Nous étudions également la généricité des éléments à l'intérieur d'un tel paquet L par rapport à des données de Whittaker. Concernant les deux problèmes ci-dessus, les recouvrements des groupes de similitudes symplectiques sont discutés en détail dans la dernière partie de l'article.

CONTENTS

1. Introduction	1
1.1. Main results	4
1.2. Several remarks	17
1.3. Acknowledgement	18
2. Restriction and induction of genuine representations	19
2.1. Covering groups and L-groups	19
2.2. The Clifford-Mackey theory	24
2.3. Two special pictures	30
2.4. Covers of GL_r, GSp_{2r} and $GSpin_{2r+1}$	37
2.5. Restriction of genuine principal series	49
3. L-parameters and functoriality	55
3.1. Relations among several L-groups	55
3.2. L-parameters and some speculations	57
3.3. Functoriality for genuine principal series	59
3.4. Metaplectic tensor product for \overline{GSp}_{2r}	64
4. Local coefficients matrix under restriction	77
4.1. Local coefficients matrix	77
4.2. Genuine principal series	81
4.3. Regular unramified principal series	82
4.4. Unitary unramified principal series	94
5. Unramified L-packets	103
5.1. Unramified L-packets for linear groups	103
5.2. Variation of (K, s_K) for covers	106
5.3. Whittaker datum varied	113
5.4. Some simple examples	119
6. Analysis for covers of GSp_{2r}	133
6.1. Odd fold cover of GSp_{2r}	135
6.2. Even fold cover of GSp_{2r}	137
Bibliography	145

