

LA CONCEPTION DES NOMBRES EN FRANCE
AUTOUR DE 1800 :
L'ŒUVRE DIDACTIQUE DE
SYLVESTRE FRANÇOIS LACROIX

Pierre LAMANDÉ (*)

RÉSUMÉ. — L'objet de cet article est d'examiner la vision des nombres telle qu'elle apparaît dans les ouvrages de S.F. Lacroix. Marqué par le génétisme sensualiste de Condillac, ce dernier sut le dépasser et bâtir ses textes, comme le recommandait d'Alembert, autour d'idées simples, issues d'une vision mathématique dégagée des débats métaphysiques. Sans prétendre construire de système philosophique, il bâtit une œuvre d'une profonde cohérence. Partant des nombres entiers et des opérations arithmétiques, il construit les fractions pour étendre la division. L'algèbre, c'est-à-dire la théorie des équations polynomiales, donne naissance à une nouvelle espèce de nombres, les quantités algébriques. Lacroix montre soigneusement que les nombres négatifs et imaginaires sont susceptibles de toutes les opérations arithmétiques et permettent de résoudre toutes les équations polynomiales. Sa géométrie s'ouvre par la description de l'anthyphérèse qui lui permet de définir le rapport comme limite de rationnels et étend encore le champ des nombres. La cohérence des approches est approfondie dans l'application de l'algèbre à la géométrie. Le calcul infinitésimal est fondé sur la notion de limite, sans recours aux infinitésimaux et s'appuyant sur la loi de continuité dont il donne les principes. Il est étendu aux fonctions de plusieurs variables, se dégageant de l'ambiguïté de la notion de quantités qui recouvrait nombres et grandeurs. Les traités de Lacroix sont parmi les tous premiers à être fondés sur une théorie des nombres purement abstraite, certes incomplète, mais qui ouvre la voie aux avancées du XIX^e siècle.

(*) Texte reçu le 4 décembre 2001, révisé le 14 mai 2003.

Pierre LAMANDÉ, Centre François Viète, Université de Nantes, 2 rue de la Houssinière, BP 92208, 44322 Nantes CEDEX 3.

Courrier électronique : Pierre.Lamande@math.univ-nantes.fr

Mots clés : S.F. Lacroix, théorie des nombres, nombres et algèbre, nombres et géométrie, nombres algébriques, enseignement mathématique français à la fin du XVIII^e siècle.

Classification AMS : 01A50, 11-03, 97-03.

ABSTRACT. — **THE CONCEPTION OF NUMBERS IN FRANCE CIRCA 1800 : THE PEDAGOGICAL WORKS OF SYLVESTRE FRANÇOIS LACROIX.** — This article aims to study the conception of numbers in the books of S.F. Lacroix. Influenced by the genetic sensualism of Condillac, Lacroix went beyond it and constructed his books, as d'Alembert suggested, on simple ideas that stemmed from a vision of mathematics detached from metaphysical debates. Without building a philosophical system, his work was deeply consistent. Beginning with integers and arithmetical operations, he constructed fractions in order to extend division. Algebra, that is the theory of polynomial equations, gave birth to a new kind of number, algebraic quantities. Lacroix carefully showed that negative and imaginary numbers obeyed all the laws of arithmetic and satisfied polynomial equations. His geometry began with a description of anthypharesis, which allowed him to formulate a conception of ratio as a limit of rational numbers, thereby extending the domain of numbers. The consistency of his approach was increased by the application of algebra to geometry. Calculus was based on the concept of limit, without infinitesimals and supported by a law of continuity the properties of which he provided. It was extended to functions of several variables, without the ambiguity of the concept of "quantity" which shrouded numbers and magnitudes. Lacroix's textbooks were among the very first to be founded on a purely abstract theory of numbers, one that was incomplete to be sure but one which opened the way to nineteenth-century advances.

INTRODUCTION

Lacroix a produit une œuvre didactique qui a marqué le tournant des XVIII^e et XIX^e siècles, non seulement en France mais aussi à l'étranger. Si ce constat, largement partagé du vivant de cet auteur, est aujourd'hui admis par de nombreux historiens, ces derniers se plaisent pourtant souvent à souligner son manque de créativité mathématique. Ce jugement demande à être nuancé. Les écrits de Lacroix ne sont pas une simple compilation de résultats et de méthodes découvertes par ailleurs et qu'il aurait su exposer avec une clarté, un ordre et une précision justifiant leur succès. En restructurant l'enseignement mathématique, ils en interrogent les fondements et les solutions apportées sont souvent nouvelles, même si certains de ses éléments peuvent être retrouvés chez des auteurs antérieurs. Dépourvus d'ambiguïtés, mettant en exergue les principes momentanément admis, les textes de Lacroix interrogent autant qu'ils instruisent. Ils font le lien entre les maîtres du XVIII^e siècle et Cauchy, dont Lacroix a été le professeur à l'École polytechnique. Le changement de paradigmes, au sens de Thomas Kuhn, s'effectue en réalité sur une période plus ou moins longue, les conceptions ou écritures initiales pouvant être infléchies. La forme achevée des nouveaux paradigmes est le terme d'un processus où les traités peuvent occuper une place importante. En ce sens, Lacroix est un auteur important

pour saisir le passage de la notion de quantité, dominante jusqu'au XVIII^e siècle, à celle de nombre qui triomphe au XIX^e siècle.

Lui-même est d'ailleurs conscient de vivre une époque où les découvertes cumulées exigent une refonte de la structure des mathématiques et de leur enseignement, où il faut « réduire à un petit nombre de méthodes générales une foule de procédés particuliers qui tiennent à l'enfance de ces calculs ; mais ce n'est point par une simple compilation qu'on atteindra ce but » [Lacroix 1797–1798, p. III]. Cette élaboration de méthodes générales s'accompagne d'une réflexion approfondie sur les définitions et les idées simples qu'elles expriment. Lacroix ne s'intéresse pas uniquement à l'aspect technique des mathématiques mais aussi à la philosophie qui les sous-tend. Imprégné de l'empirisme anglais et de la pensée des idéologues, il a su, comme nous le verrons plus loin, les utiliser tout en insistant sur l'interdépendance entre le développement des sciences et leur métaphysique. Fin connaisseur de l'ensemble des textes mathématiques, il sait y joindre une réflexion épistémologique et en tirer une vision globale de l'enseignement où la recherche de la vérité est un instrument indispensable du progrès social¹.

Lacroix est en effet un héritier des Lumières. Comme d'Alembert, Condorcet et la majorité des grands écrivains français du XVIII^e siècle, il lie le développement des sciences et de leur épistémologie à celui de la philosophie ainsi qu'aux avancées politiques et sociales. Mais l'expérience révolutionnaire modère son enthousiasme. Si, dans ses *Essais sur l'enseignement*, Lacroix [1805, Introduction] trace un tableau admiratif des progrès de la raison au XVIII^e siècle, il ne se fait pas d'illusion, ni sur les difficultés qu'elle peut rencontrer, ni sur son poids dans la conduite des hommes. La science elle-même se doit aussi de détruire les préjugés.

« C'est ainsi que s'est formé, de l'impulsion donnée d'abord par les sciences mathématiques, et bientôt répétée par les sciences physiques, cet esprit de doute et d'examen, de calcul et d'observation, qui caractérise le XVIII^e siècle. Tout ce qui ne tenait qu'à des combinaisons plus ou moins heureuses de mots, et à des hypothèses même fort ingénieuses, n'eut qu'une célébrité passagère, et comme par malheur l'esprit humain rencontre plus souvent l'erreur que la vérité, le siècle où la raison fit le plus de progrès fut plus occupé de détruire que d'édifier » [*ibid.*, p. 29].

¹ La conception éducative de Lacroix n'a pas reçu toute l'attention qu'elle mérite. Héritée de la pensée française des Lumières, elle a marqué les écoles centrales, mais leur disparition au profit des lycées a rendu politiquement obsolète la défense que Lacroix en donne. C'est sans doute une des raisons de l'oubli des historiens.

La lutte contre les illusions et les dévoiements de la raison est également nécessaire au plan politique et Lacroix poursuit par une défense et illustration des « esprits profonds mus par une sensibilité réfléchie, qui croient à la perfectibilité de l'esprit humain et qui la désirent ». Alors que, sous le Consulat et le Premier Empire, les critiques violentes contre les années révolutionnaires se multiplient, assimilant volontiers science et révolution, Lacroix n'est pas tendre envers leurs auteurs. « Des hommes accoutumés à reposer leur tête sur l'oreiller des préjugés, imputent les orages dont ils furent les témoins à ceux qui en ont été les premières victimes » [*ibid.*, p. 29]. Il renvoie dos-à-dos « les crimes enfantés par l'ignorance et le fanatisme religieux et les excès qui ont dénaturé les réformes que sollicitait la philosophie ». Les passions humaines, l'ambition, l'envie « puisent dans les idées les plus saines des prétextes pour relâcher par des secousses violentes tous les liens de la société » [*ibid.*, p. 30]. Lacroix est persuadé que l'éducation est essentielle pour l'épanouissement de la rationalité et que les sciences doivent y jouer un rôle majeur. Non par une prétendue certitude de détenir la vérité, mais comme seul mode d'approche critique de celle-ci. C'est à contre-courant qu'il défend en 1805 les écoles centrales, condamnées politiquement comme symboles des errements révolutionnaires, et parfois attaquées par ceux-là mêmes qui les ont mises en place. Le nouvel ordre des lycées correspond à une vision napoléonienne de la société que ne partage pas Lacroix. Il rejette l'encasernement qui leur est imposé, lui opposant la liberté d'une éducation plus insérée dans le tissu social et donc plus critique.

Après avoir situé le cadre social dans lequel évolue Lacroix, et plus particulièrement sa place dans le monde éducatif et intellectuel français, nous analyserons l'héritage scientifique et philosophique sur lequel il construit sa vision des nombres. Puis, comme il n'a pas développé systématiquement une épistémologie, ne l'abordant guère qu'à travers le prisme de l'enseignement, c'est sa pratique mathématique, telle qu'elle apparaît dans ses ouvrages et les commentaires qu'il en a donnés, qui nous livrera ses conceptions.

I. LACROIX ENSEIGNANT ET SCIENTIFIQUE

*La formation de Lacroix et ses premiers postes*²

L'éducation de Lacroix ne diffère guère de celle que reçurent les autres savants français sous l'Ancien Régime. Après des études au collège des Quatre-Nations, il se lie avec le milieu académique. Gaspard Monge, qu'il a probablement rencontré dès 1780, lui donne en 1781–1782 des cours d'analyse, de géométrie analytique et de géométrie infinitésimale [Taton 1951, p. 24]. Les nécessités financières le conduisent à devenir, grâce au soutien de Monge, professeur des Gardes du Pavillon à Rochefort le 1^{er} décembre 1782. Confronté à la morgue des élèves et obligé de suivre un programme imposé, il ne gardera pas un bon souvenir de ce séjour. Il conserve un contact épistolaire avec Monge et, sous son influence, s'oriente alors vers la théorie des équations aux dérivées partielles et ses applications à la théorie des surfaces sans pour autant oublier l'astronomie, objet de ses premiers travaux. Il envoie deux mémoires³ à l'Académie des sciences qui le font remarquer, en particulier par Condorcet qui en est le secrétaire perpétuel.

En janvier 1786, Lacroix est de retour à Paris où il assure l'enseignement des mathématiques au Lycée⁴. Il le quitte le 31 août 1787. Mais ce bref séjour dans un établissement que R. Taton [1959, p. 138] a qualifié de « citadelle de l'esprit philosophique » lui permet de côtoyer des

² S.F. Lacroix (28 avril 1765 - 24 mai 1843) n'a pas fait l'objet d'un travail important. Une courte biographie lui a été consacrée dans [Itard 1973]. René Taton a apporté nombre d'informations dans [Taton 1948; 1951; 1953a; 1953b; 1954a et 1961]. D'autres éléments se trouvent dans [Dhombres, N. et J., 1989 et 1997], [Dhombres, dir., 1992], [Dhombres et Robert 1998]. Sur le contexte historique général, voir, entre autres, [Dhombres, N. et J. 1989] et, sur les écoles centrales, [Lamandé 1988] ainsi que les *Annales historiques de la Révolution française* 243 (1981) et [Julia 1981; 1987 et 1996].

³ Ses *Tables du Soleil* sont présentées le 15 janvier 1785. Son mémoire sur les équations aux dérivées partielles est déposé le 14 décembre 1785 et fait l'objet d'un rapport favorable le 11 février 1786.

⁴ En 1785, le Musée, fondé par Pilatre du Rozier est réorganisé à la suite du décès de ce dernier et prend le nom de Lycée. Condorcet accepte d'y être responsable de l'enseignement de mathématiques, assuré par Lacroix. La première année, il s'appuie sur l'*Algèbre* et les *Lettres à une princesse d'Allemagne* d'Euler dont il donne, avec Condorcet, une nouvelle édition en 1788-1789. La seconde année, il aborde l'astronomie physique et les statistiques, sujet de prédilection de Condorcet. Sur Condorcet, Lacroix et le Lycée, voir [Taton 1959], sur les musées et lycées parisiens de la fin de l'Ancien régime, voir [Guénot 1986].