

LE *DE LINEARUM* DE MACLAURIN : ENTRE NEWTON ET PONCELET

OLIVIER BRUNEAU

RÉSUMÉ. — Colin MacLaurin (1698–1746) est surtout connu pour les formules qui portent son nom ou pour son ouvrage majeur, le *Treatise of Fluxions*. Pourtant, il est avant tout un géomètre. En effet, sa production de jeunesse est complètement tournée vers la géométrie, en particulier, la *Geometria Organica* parue en 1720 et le *De Linearum Geometricarum Proprietatibus Generalibus Tractatus* dont le début de l'écriture commence en 1721 et qui est paru de façon posthume en 1748. On s'intéressera plus particulièrement au second écrit et on montrera ici comment MacLaurin prend appui sur l'*Enumeratio* de Newton, comment il l'introduit dans sa propre production scientifique et finalement comment il le dépasse. Après avoir étudié dans le détail l'ouvrage de MacLaurin, on donnera quelques pistes de l'appropriation que font deux géomètres du XIX^e siècle, Chasles et Poncelet, de son œuvre.

ABSTRACT (The *De Linearum* by MacLaurin : between Newton and Poncelet)

Even if Colin MacLaurin is more known for his formulae or for his major book, the *Treatise of Fluxions*, he is above all a geometer. Indeed, his first mathematical production is completely turned towards geometry, in particular, the *Geometria Organica* published in 1720 and the *De Linearum Geometricarum Proprietatibus Generalibus Tractatus* which his writing started in 1721 and posthumously published in 1748. The aim of this paper is to focus on the second one and to show how MacLaurin examines Newton's *Enumeratio*, how he uses this in his own scientific production and finally how he goes beyond what Newton's done. After studying MacLaurin's book, we account the reading of this geometry by two 19th-Century French geometers, Chasles and Poncelet.

Texte reçu le 2 octobre 2009, révisé et accepté le 30 juin 2010.

OLIVIER BRUNEAU, Centre François Viète, Faculté des sciences et des techniques, 2, rue de la Houssinière BP 92208, 44322 Nantes Cedex 3.

Courrier électronique : bruneauolive@free.fr

Classification mathématique par sujets (2010) : 01A50, 01A55, 1403, 5103.

Mots clés : MacLaurin, géométrie, Poncelet, Newton, Chasles.

Key words and phrases. — MacLaurin, geometry, Poncelet, Newton, Chasles.

1. INTRODUCTION

Plusieurs formules et des ellipsoïdes portent le nom de Colin MacLaurin (1698–1746). C’est donc principalement dans ces domaines-là que ce savant écossais est connu. Néanmoins, des travaux récents¹ ont montré qu’il est bien plus qu’un savant mineur et qu’il a développé, à la suite de Newton, les mathématiques et leurs utilisations de façon importante. Son œuvre majeure, le *Treatise of Fluxions* [1742], est dorénavant bien commentée², au moins en partie, et elle montre combien l’apport de MacLaurin est significatif. Mais, ses textes géométriques de jeunesse³ ont été négligés par les historiens des sciences. La *Geometria Organica* [1720] qui fait suite à deux articles parus dans les *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, reçut l’appui de Newton lui-même. Le deuxième, *De Linearum Geometricarum Proprietatibus Generalibus Tractatus*, n’est paru que sous forme d’annexe de son *Treatise of Algebra* [1748] posthume. Dans ces deux ouvrages, il existe de nombreux résultats fort intéressants qui seront repris soit sous la même forme, soit sous une forme plus développée par des mathématiciens du XIX^e siècle.

Dans cet article, nous nous appuierons uniquement sur le *De Linearum...* pour lequel nous nous attacherons à déterminer les sources d’inspiration. Nous montrerons donc que c’est à partir de Newton et plus particulièrement son traité, l’*Enumeratio linearum tertii ordinis* [1704b] que le travail de l’Écossais commence. Puis, nous regarderons comment ce dernier s’échappe des résultats newtoniens en montrant l’originalité du texte de MacLaurin, à la fois dans les résultats et dans les procédés. Enfin, nous étudierons la lecture de ses derniers par deux géomètres français du XIX^e siècle, Chasles et Poncelet et nous émettrons quelques conclusions sur l’influence de l’Écossais sur ces deux savants.

¹ Les articles de Judith Grabiner, [Grabiner 1996], [Grabiner 1998], [Grabiner 2002] montrent avec pertinence le rôle important qu’a eu MacLaurin sur la vie intellectuelle en Grande-Bretagne.

² Voir par exemple [Grabiner 1997], [Guicciardini 1984], [Guicciardini 1989], [Panza 1986].

³ Au début du siècle dernier, Charles Tweedie [1916] a présenté la *Geometria Organica* mais il refait certaines démonstrations et n’a pas, contrairement au titre, de souci d’ordre historique.

2. LE *DE LINEARUM GEOMETRICARUM PROPRIETATIBUS GENERALIBUS TRACTATUS*

2.1. *Un essai paru en annexe du Treatise of Algebra de 1748*

Le *De Linearum Geometricarum Proprietatibus Generalibus Tractatus*⁴ ne paraît qu'en 1748. Quelle est donc sa date d'écriture ? Dans ce texte, aucune indication n'est fournie quant à sa période d'élaboration. Dans la préface, les éditeurs insistent sur le fait qu'il est important de fournir cet écrit qui semble, du vivant de l'auteur, n'avoir jamais été publié. À l'instar de plusieurs historiens⁵, Erik Sageng [1989, p. 16] date la publication de cet écrit en 1720 et déclare qu'il a été publié à Londres et qu'il est très rare. Malheureusement, nous n'avons pu le localiser ni en France ni à l'étranger. Le couple Wallis [1986, p. 57] n'indique aucun ouvrage paru en 1720 autre que la *Geometria Organica*. Dans les archives de MacLaurin⁶ auxquelles nous avons eu accès, il n'est fait mention à aucun endroit d'une version manuscrite ou imprimée du *De Linearum*. De plus, dans sa correspondance, MacLaurin ne fait pas souvent allusion directement à cet ouvrage. Dans l'introduction de l'annexe, les éditeurs signalent que notre auteur a eu connaissance d'un résultat de Cotes (1682–1716)⁷ par le révérend Robert Smith (1689–1768) du Trinity College de Cambridge. La seule fois où MacLaurin fait référence au *De Linearum*, c'est dans une lettre adressée à Sir Martin Folkes datée du 10 janvier 1744 dans laquelle il signale qu'il doit envoyer à Robert Smith une démonstration du résultat

⁴ Pour les premières éditions de cet ouvrage, l'appendice du *Treatise of Algebra* est en latin, puis à partir de la quatrième édition, elle est traduite en anglais par Lawson. Jonquières [1856] fournit une traduction française du *De Linearum*. Nous prenons pour les citations, la quatrième édition (1779) du *Treatise of Algebra*.

⁵ Par exemple, dans la section consacrée à MacLaurin, Rouse Ball [1901, p. 396] considère que cet ouvrage paraît à Londres en 1720. Mais, il nous semble que Rouse Ball n'a pas lu avec une extrême rigueur le *De Linearum* et la *Geometria Organica*. En effet, dans la description de ce dernier, il mélange des résultats des deux ouvrages précédemment cités. Turnbull [1951] indique la même référence.

⁶ Elles sont principalement réparties dans les bibliothèques universitaires de Glasgow, d'Édimbourg et d'Aberdeen.

⁷ Pour avoir une vision relativement exhaustive de ce savant dont l'œuvre mathématique est trop méconnue voir le livre de Ronals Gowing [1983].

de Cotes [Mills 1982, p. 395–396]. Ce théorème est inclus dans un projet plus important sur l'étude des lignes courbes de plus haut degré :

I must send my theorems first to Dr Smith before I can make them publick, because I take in a most elegant one discovered by Mr Cotes & communicated by Dr Smith to me without a demonstration, which I have deduced from the same principles by which I demonstrated the rest, particularly that mentioned in Art. 401 of my Fluxions. This theorem I cannot publish without his agreeing to it, and I would be glad he would publish Mr Cotes's demonstration, which I am sure will be excellent. It is pity it is delayed, for this theorem with the consequences & the others I have derived from my principles, before I demonstrated Mr Cotes's will throw a new light on the doctrine of the higher Loci, which is an obscure part of the high Geometry at present. [Mills 1982, p. 395–396]

Le théorème de Cotes sera énoncé plus loin. Le résultat cité dans cette lettre a été donné par Smith relativement tard par rapport à la publication supposée de l'ouvrage de MacLaurin. Alors comment situer les résultats contenus dans le *De Linearum* dans la vie de MacLaurin ? Dans la lettre ci-dessus, ce dernier déclare qu'il a utilisé des résultats pour élaborer une partie de son *Treatise of Fluxions* dont l'écriture débute vers 1734–1735 et dont une grande partie de l'ensemble est finie en 1737. La partie du *Treatise of Fluxions* dont l'inspiration géométrique provient du *De Linearum* a dû être écrite vers 1737 comme il le signale dans la préface de son *Treatise of Fluxions* [MacLaurin 1742, p. ix]. De plus, il annonce dans l'article 401 à la suite d'un exemple de construction concernant les sections coniques que

nous développerons cette propriété avec ses conséquences, plus amplement dans une autre occasion, & nous ferons voir comment on peut décrire une ligne du troisième ordre (soit qu'elle ait un double point ou non) par sept points, ensorte qu'elle touche deux lignes droites données de position en deux de ces points [MacLaurin a, vol. 1, p. 269].

Un autre indice sur l'écriture plus ou moins partielle de ce texte se trouve être la polémique que MacLaurin a eue avec William Braikenridge dans les années 30. Il n'est pas nécessaire de revenir sur ce débat [Bruneau 2011, p. 144–148] mais signalons que, pour se justifier, MacLaurin déclare qu'il trouva certains des résultats lors d'un trajet entre Douvres et Calais qu'il effectua à la fin de 1722 et qu'il les incorpora dans son enseignement dès 1725.

En résumé, on peut considérer que l'écriture commence dès 1721–1722 soit juste après la parution de la *Geometria Organica*, que ce traité a été amendé et développé dans les années 20 en particulier suite à son introduction dans son enseignement. La dernière véritable augmentation provient de la démonstration du théorème de Cotes qui intervient sûrement après l'écriture du *Treatise of Fluxions* dans lequel se trouve une partie d'un chapitre consacrée aux rayons de courbure et aux cercles osculateurs [MacLaurin 1742, vol. 1, ch. XI, p. 304–338]⁸.

2.2. *L'Enumeratio Linearum Tertii ordinis de Newton*

Avant d'aborder l'étude mathématique du texte de MacLaurin, il est nécessaire de faire quelques remarques sur un des derniers textes mathématiques édités par Newton. En effet, l'*Enumeratio* [Newton 1704b] paraît avec un autre traité mathématique, le *Tractatus de quadratura curvarum* [Newton 1704c]⁹, en annexe de son *Opticks* [Newton 1704a]. Mais, l'écriture de la première ébauche intervient à la fin des années 1660 ou au début des années 1670 [Newton *MP*, vol. II, p. 10–89]. Puis, il revient sur celle-ci dans les années 1678–1679¹⁰ [Newton *MP*, vol. IV, p. 354–405]. Enfin, la version quasi-définitive est produite en 1695 [Newton *MP*, vol. VII]. C'est surtout lors du deuxième temps d'écriture que l'essentiel des idées est présenté. Nous renvoyons à Niccolò Guicciardini [2009, p. 109–136] pour une étude approfondie de texte, et nous donnons simplement quelques remarques sur ce qui a été utilisé par l'Écossais. Comme le titre l'indique, Newton cherche à classer toutes les courbes algébriques de degré 3, même s'il en oublie quelques unes¹¹. Pour ce faire, il donne quelques définitions issues pour la plupart des sections coniques, comme diamètre, sommets, centres, axes et asymptotes. Puis, à partir de ce qu'il connaît des sections

⁸ Dans cette partie, MacLaurin s'appuie essentiellement sur la notion de fluxion. Il est relativement loin de ce qu'il fait dans le *De Linearum*.

⁹ Il existe une traduction commentée en langue anglaise parue au XIX^e siècle [Newton 1861].

¹⁰ Selon les spécialistes de Newton, la datation des deux premiers manuscrits pose problème et est en débat [Guicciardini 2009, p. 109n].

¹¹ Stirling [1717] ajoute quelques courbes qui ne figurent pas dans l'annexe de l'*Opticks* mais qui sont présentes dans les manuscrits de 1695 [Newton *MP*, vol. VII, p. 426 n. 54 et p. 431 n. 65].