465

ASTÉRISQUE

2026

QUASI-FIBERED BOUNDARY PSEUDODIFFERENTIAL OPERATORS

C. Kottke & F. Rochon

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Astérisque est un périodique de la Société Mathématique de France.

Numéro 465, 2026

Diffusion

Maison de la SMF	AMS
Case 916 - Luminy	P.O. Box 6248
13288 Marseille Cedex 9	Providence RI 02940
France	USA
commandes@smf.emath.fr	http://www.ams.org

Tarifs

Vente au numéro : 59 € ($ 89)

Abonnement Europe : 818 €, hors Europe : 889 € ($ 1 333)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat

Astérisque
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Fax: (33) 01 40 46 90 96
asterisque@smf.emath.fr • http://smf.emath.fr/

ISSN: 0303-1179 (print) 2492-5926 (electronic)
ISBN 978-2-37905-229-3
doi:10.24033/ast.1269

Directrice de la publication : Isabelle Gallagher

465

ASTÉRISQUE

2026

QUASI-FIBERED BOUNDARY PSEUDODIFFERENTIAL OPERATORS

C. Kottke & F. Rochon

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Chris Kottke
Division of Natural Sciences, New College of Florida, 5800 Bay Shore Rd., Sarasota, FL 34243, USA
Department of Mathematics, Reed College, 3203 SE Woodstock Blvd., Portland, OR 97202, USA
`ckottke@ncf.edu, ckottke@reed.edu`

Frédéric Rochon
Département de Mathématiques, UQAM, C. P. 8888 succ. Centre-Ville, Montréal QC H3C 3P8, Canada
`rochon.frederic@uqam.ca`

Reçu le 29 juillet 2022, révisé le 6 mars 2024, accepté le 19 novembre 2024.

Mathematical Subject Classification (2010). – 58J05, 58J40.
Keywords. – Quasi-fibered boundary pseudodifferential operators, wedge operators, low energy limit of the resolvent, manifolds with corners.
Mots-clefs. – Opérateurs pseudo-différentiels quasi-fibrés au bord, opérateurs wedges, limite à faible énergie de la résolvante, variétés à coins.

The authors are grateful to Rafe Mazzeo, Richard Melrose and Michael Singer for stimulating discussions related to their project, as well as to two anonymous referees for many helpful suggestions to improve the manuscript. CK was supported by NSF Grant No. DMS-1811995. In addition, this material is based in part on work supported by the NSF under Grant No. DMS-1440140 while CK was in residence at the Mathematical Sciences Research Institute in Berkeley, California, during the Fall 2019 semester. FR was supported by NSERC and a Canada Research chair.

QUASI-FIBERED BOUNDARY PSEUDODIFFERENTIAL OPERATORS

by

C. Kottke & F. Rochon

Abstract. – We develop a pseudodifferential calculus for differential operators associated to quasi-fibered boundary metrics (QFB metrics), a class of metrics including the quasi-asymptotically conical metrics (QAC metrics) of Degeratu-Mazzeo and the quasi-asymptotically locally Euclidean metrics (QALE metrics) of Joyce. Introducing various principal symbols, we introduce the notion of fully elliptic QFB operators and show that those are Fredholm when acting on QFB Sobolev spaces. For QAC metrics, we also develop a pseudodifferential calculus for the conformally related class of Qb metrics. We use these calculi to construct a parametrix for the Hodge-de Rham operator of certain QFB metrics, allowing us to show that it is Fredholm on suitable Sobolev spaces and that the space of L2 harmonic forms is finite dimensional. Our parametrix is obtained by inverting certain model operators at infinity, inversions that we achieve in part through a fine understanding of the low energy limit of the resolvent of the Hodge-de Rham operator. Our parametrix also implies that L2 harmonic forms decay faster at infinity than an arbitrary L2 form, the extra decay being quantified in terms of a small negative power of the distance function. This decay of L2 harmonic forms is used in a companion paper to study the L2 cohomology of some QFB metrics.

Résumé (Opérateurs pseudo-différentiels quasi-fibrés au bord). – Nous développons un calcul pseudodifférentiel pour les opérateurs différentiels associés aux métriques quasi-fibrées au bord (métriques QFB), une classe de métriques comprenant les métriques quasi-asymptotiquement coniques (métriques QAC) de Degeratu-Mazzeo et les métriques quasi-asymptotiquement localement euclidiennes (métriques QALE) de Joyce. En introduisant divers symboles principaux, nous introduisons la notion d'opérateurs QFB entièrement elliptiques et montrons que ceux-ci sont de Fredholm lorsqu'ils agissent sur des espaces de Sobolev QFB. Pour les métriques QAC, nous développons également un calcul pseudo-différentiel pour la classe des métriques Qb, qui leur est liée de manière conforme. Nous utilisons ces calculs pour construire une paramétrix de l'opérateur de Hodge-de Rham de certaines métriques QFB, ce qui nous permet de montrer qu'il est de Fredholm sur des espaces de Sobolev appropriés et que l'espace des formes harmoniques L2 est de dimension finie. Notre paramétrix est obtenue en inversant certains opérateurs modèles à l'infini, inversions que nous réalisons en partie grâce à une compréhension fine de la limite à faible énergie de la résolvante de l'opérateur de Hodge-de Rham. Notre paramétrix implique également que les formes harmoniques L2 décroissent plus rapidement à l'infini qu'une forme L2 arbitraire, cette décroissance supplémentaire étant quantifiée en termes d'une petite puissance négative de la fonction de distance. Cette décroissance des formes harmoniques L2 est utilisée dans un article complémentaire pour étudier la cohomologie L2 de certaines métriques QFB.

CONTENTS