

L'ÉMERGENCE D'UNE MATHÉMATIQUE DU PROBABLE AU XVII^e SIÈCLE¹

Norbert MEUSNIER (*)

RÉSUMÉ. — Cet article évoque le réseau des conditions qui, sur le terreau du scepticisme constructif, permettent l'émergence, dans la deuxième moitié du XVII^e siècle, d'une mathématique du probable offrant les éléments théoriques d'une nouvelle prudence; il confronte cette émergence aux traces que nous possédons actuellement d'une quantification du probable au XIV^e siècle. Le concept central de cette mathématisation est la valeur de l'espérance d'une situation de risque dont le modèle fondamental est celui du pari dans les jeux de hasard. On peut alors comprendre comment Jacques Bernoulli élabore, au sein du projet d'une logique générale du probable, les prémices d'une mathématique du probable issue de la problématique de l'estimation des probabilités.

ABSTRACT. — THE EMERGENCE OF A MATHEMATICAL THEORY OF THE PROBABLE IN THE SEVENTEENTH CENTURY. The paper considers the intricate web of conditions that made for the rise, from a suitable ground of constructive scepticism, of a mathematics of the probable, in the latter half of the seventeenth century, setting forth the theoretical elements for a new prudence and providence: this emergence is examined with reference to such traces as are extant and available to this day, of a quantification of probability, as effected in the fourteenth century. Central to this later mathematisation was the concept of value for the expectation in a risk situation, on the basic pattern of the wager in a game of chance. Jakob Bernoulli's approach thus becomes intelligible, when he set down, in the context of a projected general logic of the probable, the groundwork for a mathematics of the probable harking back to the problem-situation of probability evaluation.

Pour la plupart des mathématiciens probabilistes, l'histoire du calcul

¹ Une première version de cet article a fait l'objet d'un exposé dans le cadre du Séminaire d'histoire des mathématiques de l'Institut Henri Poincaré, au cours de la journée *Calcul des probabilités et applications du XVII^e au XX^e siècle* organisée le 22 mars 1995 par le Séminaire d'histoire du calcul des probabilités et de la statistique (Centre d'analyse et de mathématique sociales – CAMS – de l'EHESS, Centre Koyré).

(*) Texte reçu le 27 avril 1995, révisé le 10 janvier 1996.

Norbert MEUSNIER (Département de Mathématiques, Université Paris 8), 226 rue Saint-Denis, 75002 Paris (France).

des probabilités commence au début du XX^e siècle autour de Kolmogorov (voir, par exemple, [Loève 1978, p. 287, 289]), sa protohistoire au début du XIX^e siècle avec Laplace et sa préhistoire avec Jacques Bernoulli au début du XVIII^e siècle. Pour lors, c'est un point de vue que je n'ai pas besoin de remettre en question et je propose donc ici une approche de la préhistoire de la préhistoire du calcul des probabilités. Une belle histoire de cette préhistoire s'est frayée un chemin jusqu'à nous depuis Pierre Rémond de Montmort, passant par Leibniz, Condorcet, Montucla, Laplace, Cournot, une histoire si bien scellée par Siméon-Denis Poisson : « *Un problème relatif aux jeux de hasard, proposé à un austère janséniste par un homme du monde, a été à l'origine du Calcul des Probabilités* » [1837, p. 1].

Pascal est l'un des grands acteurs de cette préhistoire, mais peut-être plus encore est-il pour nous le symbole de son polymorphisme ; son œuvre entière, philosophique, scientifique, apologétique et sa vie engagée, intellectuellement et même économiquement, expriment les diverses composantes du long et lent mouvement de formation d'une *nouvelle prudence probabiliste* ; un mouvement qui paraît bien atteindre sa masse critique dans la deuxième moitié du XVII^e siècle. Les *Pensées*, en particulier, sont imprégnées de part en part d'une *philosophie de la décision* ; une philosophie de la décision qui s'appuie sur ce que Pascal considère comme « *un merveilleux terrain d'études, un modèle réduit idéal* » [Thirouin 1991, p. 38] : les jeux de hasard. Il écrit :

« *Ne blâmez donc pas de fausseté ceux qui ont pris un choix ; car vous n'en savez rien.*

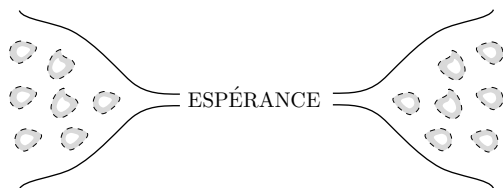
Non ; [...] le juste est de ne point parier.

Oui ; mais il faut parier. Cela n'est pas volontaire, vous êtes embarqués » [Pensées 451, p. 1213 (Lafuma 418)].

« *Combien de choses fait-on pour l'incertain, les voyages sur mer, les batailles ! [...] S'il ne fallait rien faire que pour le certain [...] il ne faudrait rien faire du tout, car rien n'est certain [...]. Or quand on travaille pour demain et pour l'incertain, on agit avec raison : car on doit travailler pour l'incertain, par la règle des partis qui est démontrée* » [Pensées 452, p. 1216 (Lafuma 577)].

En hommage à E. Coumet, qui le premier il y a une trentaine d'années, porté par un raid initial de G.-T. Guilbaud [1952a,b, 1960], a magistrale-

ment entrepris l'enquête², je voudrais exprimer à la manière d'Isidore Ducasse, combien cette préhistoire est belle : «*Belle comme la rencontre non fortuite sur une table de jeu d'un janséniste embarqué et d'un homme du monde... des affaires*»³, belle comme peut l'être la tentative de rendre compte des conditions de formation de l'une des plus profondes révolutions idéologiques du monde moderne : la révolution probabiliste⁴. Pour cela je vais analyser la microhistoire d'un battement d'ailes de papillon⁵ situé en 1654–1657, tout en évoquant très succinctement la macrohistoire qui le rend possible.



«*Toute forme est l'état d'une épreuve de forces que celles-ci déforment, transforment, informent ou performent. Stable, la forme n'apparaît plus comme une épreuve*» [Latour 1984, p. 178].

² Cette allusion à Hérodote veut signifier l'importance du travail de Coumet [1965, 1970] qui le premier traça les voies d'une véritable histoire scientifique et globale de la théorie du probable. Le lecteur ne manquera pas d'observer que son article de 1970 est paru dans la revue historique *Annales*.

³ J'applique la théorie d'Isidore Ducasse (voir [Meusnier 1991]) du détournement des citations à lui-même, sur ce célèbre passage des Chants de Maldoror : «*Il est beau comme la rétractilité des serres des oiseaux rapaces ; ou encore, comme l'incertitude des mouvements musculaires dans les plaies des parties molles de la région cervicale postérieure ; ou plutôt, comme ce piège à rats perpétuel, toujours retendu par l'animal pris, qui peut prendre seul des rongeurs indéfiniment, et fonctionner même caché sous la paille ; et surtout, comme la rencontre fortuite sur une table de dissection d'une machine à coudre et d'un parapluie*» [Ducasse 1869/1990, p. 289].

⁴ Une révolution probabiliste au sein de la rhétorique du probable (voir [Morini 1992, p. 2]). Pour une discussion du concept de révolution probabiliste au sens plus étroit d'une révolution scientifique, voir les articles de T.S. Kuhn, «*What are scientific revolutions ?*» ; I.B. Cohen, «*Scientific revolutions, revolutions in science, and a probabilistic revolution 1800–1930*» ; I. Hacking, «*Was there a probabilistic revolution 1800–1930 ?*», dans *The probabilistic revolution* [«*Collectif*» 1987, p. 7–55].

⁵ «*Si un seul battement des ailes d'un papillon peut avoir pour effet le déclenchement d'une tornade, alors il en va ainsi également de tous les battements précédents et subséquents de ses ailes, comme de ceux de millions d'autres papillons, sans parler des activités d'innombrables créatures plus puissantes, en particulier notre propre espèce*» [Lorenz 1995, p. 42].

1. UNE DÉCENNIE EXPLOSIVE

1.1. De 1708 à 1718 sont publiés les livres de Pierre Rémond de Montmort, à Paris et en français [1708], de Jacques Bernoulli, à Bâle et en latin [1713], et d'Abraham de Moivre, à Londres et en anglais [1718]. Ces livres ont en commun de traiter du calcul des «*chances*» ou des «*hazards*» ou encore des «*cas*», dans les jeux de hasard. Le livre de Rémond de Montmort est même publié deux fois pendant cette période et la deuxième édition contient également une importante contribution de Nicolas Bernoulli; Nicolas Bernoulli qui publie en 1711 dans les *Acta eruditorum* un abrégé de sa thèse de droit de 1709 sur l'*Usage de l'art de conjecturer en droit*. Quant au livre de De Moivre, il est le développement d'une première version parue en latin dans les *Philosophical Transactions* également en 1711; c'est un mémoire qui occupe un numéro entier de la revue. Cette période de 1708 à 1718 peut ainsi être considérée comme celle de la diffusion, élargie potentiellement à l'ensemble de la communauté savante de l'Europe, des premiers éléments de la conquête d'un nouveau territoire de la Raison par les mathématiques. Un demi-siècle auparavant Blaise Pascal s'exprime ainsi à propos des prémices de cette conquête :

«*Et puis un traité tout à fait nouveau, d'une matière absolument inexplorée jusqu'ici, savoir : la répartition du hasard dans les jeux qui lui sont soumis, ce qu'on appelle en français faire les partis des jeux ; la fortune incertaine y est si bien maîtrisée par l'équité du calcul qu'à chacun des joueurs on assigne toujours exactement ce qui s'accorde avec la justice. Et c'est là certes ce qu'il faut d'autant plus chercher par le raisonnement, qu'il est moins possible d'être renseigné par l'expérience. En effet les résultats du sort ambigu sont justement attribués à la contingence fortuite plutôt qu'à la nécessité naturelle. C'est pourquoi la question a erré incertaine jusqu'à ce jour ; mais maintenant, demeurée rebelle à l'expérience, elle n'a pu échapper à l'empire de la raison. Et, grâce à la géométrie, nous l'avons réduite avec tant de sûreté à un art exact, qu'elle participe de sa certitude et déjà progresse audacieusement. Ainsi, joignant la rigueur des démonstrations de la science à l'incertitude du hasard, et conciliant ces choses en apparence contraires, elle peut, tirant son nom des deux, s'arroger à bon droit ce titre stupéfiant : La Géométrie du hasard*»⁶.

⁶ «*Novissima autem ac penitus intentae materiae tractatio, scilicet de compositione*»⁶.

1.2. L'explosion de la période 1708–1718 est l'expression visible de la réussite de la première percée de cette *Géométrie du hasard* dans les années 1654–1657, une percée dont les acteurs de première ligne sont d'une part Blaise Pascal et Pierre de Fermat en France et d'autre part Christiaan Huygens aux Pays-Bas. L'activité liée à la Géométrie du hasard entre ces deux périodes d'invention et d'explosion a laissé des traces de son implantation en France, aux Pays-Bas et surtout en Angleterre. Ce sont, en France, les derniers chapitres de *La Logique ou l'Art de penser* de Arnauld et Nicole, aux Pays-Bas des travaux sur les rentes viagères de Louis et Christiaan Huygens, de Johann Hudde et Johann De Witt, et en Angleterre les traductions du traité de Huygens par John Arbuthnot puis William Browne, les travaux sur les rentes viagères de Edmond Halley, les travaux de combinatoire de John Caramuel et Thomas Strode, l'argumentation en faveur de la providence divine de John Arbuthnot, les travaux sur la crédibilité des témoignages humains de George Hooper⁷, les réflexions sur l'utilisation d'un calcul des chances ou des probabilités afin de prendre des décisions dans les domaines de l'économie et de la politique de Richard Cumberland et John Arbuthnot. Je cite en particulier un passage de John Arbuthnot qui joue en Angleterre, comme nous

aleae in ludis ipsi subjectis, quod gallico nostro idiomate dicitur faire les partis des jeux, ubi anceps fortuna aequitate rationis ita reprimitur ut utrique lusorum quod jure competit exacte semper assignetur. Quod quidem eo fortius ratiocinando quaerendum, quo minus tentando investigari possit. Ambiguae enim sortis eventus fortuitae contingentiae potius quam naturali necessitati merito tribuuntur. Ideo res hactenus erravit incerta; nunc autem quae experimento rebellis fuit rationis dominium effugere non potuit. Eam quippe tanta securitate in artem per Geometriam reduximus, ut certitudinis ejus particeps facta, jam audacter prodeat; & sic matheseos demonstrationes cum aleae incertitudine jungendo, et quae contraria videntur conciliando, ab utraque nominationem suam accipiens, stupendum hunc titulum jure sibi arrogat : aleae Geometria» [1654a, p. 74 et 1403]. Nous sommes en 1654 et Pascal s'adresse aux membres de l'Académie Le Pailleur. Le traité dont il parle ici, c'est probablement celui qui ne paraît que onze ans plus tard, trois ans après sa mort, l'*Usage du triangle arithmétique pour déterminer les partis qu'on doit faire entre deux joueurs qui jouent en plusieurs parties* [1665, p. 115-126]. Il faut comprendre « partis » au sens de partage et « parties » au sens de manches (d'un jeu).

⁷ On peut rapprocher de ces travaux ceux de John Craig [1699], mais la mathématisation de la probabilité d'un témoignage y est élaborée selon un modèle analytique totalement étranger à la Géométrie du hasard issue de la problématique des partis. Cet aspect de la mathématisation du probable nous révèle, un peu plus si besoin était, la complexité de la dynamique sémantique de la notion de probabilité au XVII^e siècle et des tentatives de modélisation mathématique dont elle fait l'objet.