Revue d'histoire des mathématiques,
7 (2001), p. 295–305.

PRODUCTION MATHÉMATIQUE, ENSEIGNEMENT ET COMMUNICATION

Remarques sur la note de Bruno Belhoste, "Pour une réévaluation du rôle de l'enseignement dans l'histoire des mathématiques" parue dans la RHM 4 (1998), p. 289–304.

Gert SCHUBRING (*)

RÉSUMÉ. — Dans une note parue dans le volume 4 (1998) de la *Revue d'histoire des mathématiques*, Bruno Belhoste avait discuté le rôle de l'enseignement pour le développement des mathématiques et l'importance plus ou moins grande accordée à cette dimension dans les recherches sur l'histoire des mathématiques. La présente note prolonge cette contribution méthodologique en généralisant, en particulier, la notion d'enseignement compris comme élément de communication inhérent à tous les processus de production.

ABSTRACT. — MATHEMATICAL PRODUCTION, TEACHING AND COMMUNICATION. — In a note that appeared in volume 4 (1998) of the *Revue d'histoire des mathématiques*, Bruno Belhoste discussed the role of teaching in the development of mathematics and the degree of importance accorded to this dimension in research on the history of mathematics. The present note further elaborates Belhoste's methodological point by generalizing, in particular, the notion of teaching as an element of communication inherent to all processes of production.

Dans sa contribution au volume 4 de la *Revue d'histoire des mathématiques*, Bruno Belhoste questionne l'« indifférence », toujours majoritaire dans les travaux d'histoire des mathématiques, par rapport au rôle de l'enseignement dans le développement historique des mathématiques.

(*) Texte reçu le 17 janvier 2001, révisé le 28 juin 2001.

G. SCHUBRING, Institut für Didaktik der Mathematik, Universität Bielefeld, Postfach 10 01 31, D-33501 Bielefeld (Allemagne).
Courrier électronique : gert.schubring@uni-bielefeld.de.

Mots clés : méthodologie de la recherche, nouvelle histoire des sciences, production, reproduction, communication, théorie des systèmes, religion, culture.

Classification AMS : 01A72, 01A85

Il y voit le signe d'un «préjugé» nourri par «une conception idéaliste et rétrospective du développement de la discipline» [Belhoste 1998, p. 289]. Comme j'appartiens moi-même aux «rares [...] historiens des mathématiques» qui accordent à l'enseignement «toute l'importance qu'il mérite», il est évident que je n'ai pas seulement des sympathies pour le programme proposé par Belhoste visant à réévaluer le rôle de l'enseignement dans l'histoire des mathématiques, mais je souhaite fortement que ce programme soit reçu et appliqué à de nombreuses études de cas. Belhoste a raison de constater le retard pris par l'histoire des mathématiques sur l'histoire des sciences en ce qui concerne l'intégration des approches sociologiques, par exemple. Si j'entreprends quand-même de commenter sa note, c'est pour proposer une autre approche qui rejoint ses préoccupations et intentions.

Dans sa troisième partie, intitulée «pratiques d'enseignement et pratiques de recherche», Belhoste énonce une thèse apparemment forte sur le rôle de l'enseignement :

«les institutions et représentations structurant le champ disciplinaire *déterminent* en effet des pratiques, c'est-à-dire des modes de travail, qui modèlent l'activité mathématique» [Belhoste 1998, p. 298 ; mes italiques].

Les exemples donnés pour illustrer cette thèse forte ne suffiront pas, à mon avis, pour convaincre un «internaliste» de ce que l'activité mathématique est déterminée par l'enseignement. Tout au plus concédera-t-il une certaine «influence». Même l'exemple des fonctions elliptiques ne révèle que des différences de style personnel et ne renvoie pas vraiment à des déterminations structurelles ou fonctionnelles [Belhoste 1998, p. 300–301]. Peut-être, en dépit de son caractère fort, cette thèse est-elle encore trop restrictive ; il existe des études de cas qui montrent comment la production mathématique change en relation avec les restructurations des institutionalisations [Gispert 1991].

Dans l'exposé de son cadre programmatique, Belhoste [1998, p. 289] dénonce avec raison «l'idée fausse que la production mathématique peut être séparée *a priori* par l'historien des conditions de sa reproduction». Il critique aussi la vision traditionnelle selon laquelle la «sphère de la production théorique [...] serait entièrement autonome» [*Ibid.*]. Il me semble cependant qu'il n'y aura que peu d'historiens des mathématiques qui refuseront de souscrire à ces deux assertions, prises dans leur généralité, sans pour autant changer leurs pratiques de recherche.

Il nous faut donc définir une approche qui évite toute séparation entre production et reproduction, tant dans ses principes méthodologiques que dans les pratiques qui en découlent. Il importe de partir d'un cadre théorique dont les catégories mêmes l'interdisent. Or, en alignant production avec 'invention' et enseignement avec 'socialisation' ou 'divulgation' ou 'réception' [Belhoste 1998, p. 289 et 290], on va tout droit vers une séparation. De telles identifications impliquent presqu'inéluctablement une hiérarchie entre invention et transmission, attribuant à la recherche un aspect premier, original, et à l'enseignement un rôle secondaire, dérivé. Certes, depuis Thomas Kuhn, il est commun d'associer la fonction d'enseignement à la seule phase de « science normale » [*Ibid.*, p. 290], mais je voudrais mettre en cause ce consensus.

Willem Kuyk, auteur de *Complementarity in Mathematics* [1977], dénonce cette vue traditionnelle qui attribue un rôle secondaire à l'enseignement. Pour ce, il utilise l'image très parlante de la relation entre stalactites et stalagmites : l'enseignement ne saurait se restreindre au rôle de stalagmites recevant de temps en temps quelques gouttes des stalactites au-dessus d'eux, c'est-à-dire des vraies mathématiques, et croissant de manière infime au fur et mesure que les stalactites les nourissent [Schubring 1981, p. 32].

Ainsi, on pourrait dire que le défi essentiel pour l'historiographie des mathématiques est de comprendre la production mathématique dans toute sa complexité. Une première approche phénoménologique montre déjà qu'enseignement et invention ne peuvent être séparés quant à la production et qu'ils interagissent d'une manière qui dépend de la situation socioculturelle. L'évaluation du premier projet historique visant à élaborer des « livres élémentaires », publié par Destutt de Tracy en 1801, en fournit un exemple. Afin de réaliser ce projet entrepris dès 1794 avec un élan encore révolutionnaire et visant à tirer les élements des sciences dans leur état le plus récent, le Parlement de la République avait fait appel aux savants et au public pour qu'ils contribuent ainsi à répandre les Lumières dans les écoles primaires. Ce premier projet, lancé par un concours public, avait échoué pour plusieurs raisons [Schubring 1999], dont celle invoquée par Destutt de Tracy : composer un livre d'enseignement implique souvent des tâches de recherche.

« Souvent, en rendant compte d'un fait, on s'aperçoit qu'il exige de nouvelles observations, et, mieux examiné, il se présente sous un tout autre aspect : d'autres fois, ce sont les principes eux-mêmes qui sont à refaire, ou, pour les lier entre eux, il y a beaucoup de lacunes à remplir ; en un mot, il ne s'agit pas seulement d'exposer la verité, mais de la découvrir » [Destutt de Tracy 1801, p. 4–5].

Tout le développement depuis l'instauration d'un système d'éducation publique en France a confirmé et même approfondi ce lien indissociable entre l'enseignement et l'invention. Les recherches suivies et toujours plus profondes sur les concepts de l'analyse, à l'origine desquelles on trouve les cours à l'École polytechnique, confirment ce lien. L'exemple des progrès conceptuels obtenus par Cauchy, après que le gouverneur l'avait introduit par force à la fin de 1815 comme professeur à l'École, est révélateur. Comme il n'avait pas travaillé sur les fondements lors de sa brève carrière d'ingénieur ni pendant la période suivante de chercheur indépendant, il suivit, dans son premier cours de l'hiver 1815/1816, les modèles établis[1], puis, après des mois consacrés à la réflexion sur le cours d'analyse, son enseignement, en hiver 1816/1817, témoigne d'un changement conceptuel profond.

De même Dedekind, dans la préface de son fameux livre *Stetigkeit und irrationale Zahlen* (1872), dit avoir noté l'absence d'un fondement rigoureux de l'arithmétique dès ses premiers cours d'analyse à l'École polytechnique de Zürich en 1858 [Dedekind 1969, p. 3]. Belhoste [1998, p. 300] mentionne un autre exemple fameux : le travail de Bourbaki débuta par le projet de composition d'un manuel d'analyse plus moderne que celui de Goursat. On sait comment leurs traités destinés à l'enseignement ont contribué de façon décisive à transformer les mathématiques contemporaines.

Comment analyser plus méthodiquement et plus systématiquement la production mathématique, entendue dans ce sens plus large ? Selon les exemples présentés par Belhoste dans ses première et seconde parties, le développement des mathématiques se déroule, du moins pour des périodes très étendues, dans des cadres culturels particuliers définis par les États-nations. Or, simplement décrire, juxtaposer ou confronter ce développement pour quelques pays particuliers, choisis en fonction

[1] Voir les registres de l'instruction de l'École polytechnique publiés par Christian Gilain [1989, p. 47–49].

de leur prépondérance à une certaine période, n'est pas satisfaisant. Si l'on ne veut pas se restreindre à des descriptions superficielles des faits, mais que l'on souhaite aller au-delà des premières impressions que fournit cette confrontation, on arrivera sans doute à des conceptions plus fécondes à condition de se servir d'instruments d'analyse adéquats. Ceux-ci devront permettre d'étudier les structures pertinentes du fonctionnement des mathématiques dans des situations culturellement variées et dans des cadres temporels dépassant les seuls XVIII^{e} et XIX^{e} siècles. L'histoire des mathématiques ne dispose pas actuellement de tels outils. Pour radicaliser conceptuellement une approche, restreinte aujourd'hui à la simple description phénoménologique, il importe à la discipline de renoncer à son « autarcie » et de s'ouvrir à des recherches véritablement interdisciplinaires. Il est grand'temps que l'histoire des mathématiques se rende compte des progrès et des changements qui sont intervenus dans une de ses disciplines « mères », l'histoire proprement dite, et s'approprie les nouvelles approches qui ont vu le jour en histoire des sciences, sa discipline voisine.

Afin de « pousser plus loin », je voudrais présenter une conception que j'avais déjà proposée, au moins partiellement, en 1993 dans le cadre du congrès *L'Europe mathématique* [Schubring 1996] et qu'il convient de développer ici[2]. Radicalisant donc les conséquences tirées des observations empiriques sur des différences entre les mathématiques dans certains pays, on peut affirmer qu'il n'y avait pas au départ de communauté mathématique internationale, mais plutôt des communautés mathématiques spécifiques pour des cultures, resp. pour des États et des nations.

La question qui me servira de point de départ est la suivante : quelles sont les unités les plus élémentaires menant à une compréhension commune et partagée du savoir ? Pour y répondre, je m'appuyerai sur la théorie sociologique de la science établie par les sociologues allemands

[2] Il est peut-être aussi à propos de mentionner ici des erreurs dans le texte imprimé : après les dernières épreuves, (apparemment) un des éditeurs a remplacé (sans me contacter) là, où je parle des réformes initiées par Félix Klein, « Meran reforms », qui se réfère à la ville de Meran où se tenait le congrès important de 1905, par « Méray reforms », faisant allusion au mathématicien français Charles Méray qui n'avait rien à faire avec les réformes de Klein [Schubring 1996, p. 376]. De même, « École normale of the year III » fut remplacée par « École normale supérieure, founded in the year III » stipulant une continuité non existante avec l'ENS établie en 1810 [*Ibid.*, p. 378].