

339

ASTÉRISQUE

2011

SÉMINAIRE BOURBAKI
VOLUME 2009/2010
EXPOSÉS 1012-1026

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Comité de rédaction

Ahmed ABBES
Viviane BALADI
Laurent BERGER
Gérard BESSON
Hélène ESNAULT
Damien GABORIAU

Bob OLIVER
Fabrice PLANCHON
Pierre SCHAPIRA
Éric VASSEROT
Wendelin WERNER

Yves ANDRÉ (dir.)

Diffusion

Maison de la SMF
Case 916 - Luminy
13288 Marseille Cedex 9
France
smf@smf.univ-mrs.fr

Hindustan Book Agency
O-131, The Shopping Mall
Arjun Marg, DLF Phase 1
Gurgaon 122002, Haryana
Inde

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
www.ams.org

Tarifs

Vente au numéro : 70 € (\$ 105)

Abonnement Europe : 454 €, hors Europe : 503 € (\$ 754)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat : Nathalie Christiaën

Astérisque
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
revues@smf.ens.fr • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2011

Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.

ISSN 0303-1179

ISBN 978-2-85629-326-3

Directeur de la publication : Bernard HELFFER

339

ASTÉRISQUE

2011

SÉMINAIRE BOURBAKI
VOLUME 2009/2010
EXPOSÉS 1012-1026

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Association des collaborateurs de Nicolas Bourbaki. École normale supérieure,
45, rue d'Ulm, F-75230 Paris Cedex 05.

URL : <http://www.bourbaki.ens.fr>

Mots-clefs et classification mathématique par sujet (2000)

Exposé n° 1012. — Groupes de Chow, cycles algébriques, zéro-cycles, corps p -adiques — 11G25, 14C25, 14G20, 14C35.

Exposé n° 1013. — Algèbres de Hecke p -adiques, familles ordinaires, courbe de Hecke, représentations galoisiennes p -adiques — 11F33, 11F80.

Exposé n° 1014. — Algèbre amassée, théorie de Lie, base canonique, positivité totale, représentation de carquois, système dynamique discret — 16S99, 05E15, 22E46, 16G20, 18E30.

Exposé n° 1015. — Trou noir, stabilité, Kerr, Schwarzschild, linéaire, méthode du champ de vecteurs — 35J10.

Exposé n° 1016. — Équations de Navier-Stokes, ergodicité, turbulence — 37A25, 37A60, 37N10, 37L55, 76F55, 76F20, 60H15, 60H07, 35R60, 60H15, 60H30, 60H07, 76F20, 76B03, 35J60.

Exposé n° 1017. — Correspondance de Langlands, représentations galoisiennes p -adiques, théorie de Hodge p -adique, (φ, Γ) -modules — 11Fxx, 11Sxx, 22Exx.

Exposé n° 1018. — Métrique extrémale, variété torique, K -stabilité — 53C55, 32Q26.

Exposé n° 1019. — Matrices aléatoires — 15B52.

Exposé n° 1020. — Groupes de Lie compacts, espaces classifiants, espaces de lacets, p -complétion, groupes de pseudo-réflexions — 55R35, 55P35, 20F55.

Exposé n° 1021. — Groupe algébrique linéaire, groupe (pseudo-) réductif, restriction des scalaires, conjugaison, structure, classification — 20Gxx, 10G07, 20G15, 14L15, 20G30, 20G35.

Exposé n° 1022. — Groupe fondamental, variété kählérienne, groupe résoluble, invariant de Bieri-Neumann-Strebel — 14F35, 20F65, 32J27.

Exposé n° 1023. — Groupe d'automorphismes, groupe libre, groupe de surface, groupe spécial linéaire, action de groupe sur les arbres, espace de Teichmüller, outre-espace de Culler-Vogtmann, géométrie asymptotique des groupes — 20E08, 20E36, 20E05, 20F69, 20G20.

Exposé n° 1024. — Applications harmoniques, lois de conservation, régularité, suites de Palais-Smale, systèmes antisymétriques, surfaces de Willmore — 53C42, 35J60, 35J40, 35D10, 35J60, 58E20.

Exposé n° 1025. — Conjecture des modèles minimaux, seuil log-canonique, condition de chaîne ascendante, approximation m -adique, théorème de connexité de Shokurov — 14B05, 14E30, 14E15.

Exposé n° 1026. — Groupes profinis, sous-groupes d'indice fini, sous-groupes verbaux, valeurs des mots — 20E18, 20F12, 20F10, 20D99.

SÉMINAIRE BOURBAKI
VOLUME 2009/2010
EXPOSÉS 1012–1026

Résumé. — Comme les précédents volumes de ce séminaire, qui compte maintenant plus de mille exposés, celui-ci contient quinze exposés de synthèse sur des sujets d'actualité : cinq exposés concernant les groupes dans différents contextes, trois de physique mathématique, deux liés au programme de Langlands, deux de géométrie algébrique, un de géométrie différentielle, un sur les algèbres amassées et un sur les matrices aléatoires.

Abstract (Séminaire Bourbaki, volume 2009/2010, exposés 1012–1026)

As in the preceding volumes of this seminar, which now counts more than one thousand talks, one finds here fifteen survey lectures on topics of current interest : five lectures around group theory, three about mathematical physics, two related to Langlands' program, two on algebraic geometry, one about differential geometry, one on clusters algebras, and one about random matrices.

Résumés des exposés	vii
---------------------------	-----

NOVEMBRE 2009

1012	J.-L. COLLIOT-THÉLÈNE — <i>Groupe de Chow des zéro-cycles sur les variétés p-adiques (d'après S. Saito, K. Sato et al.)</i>	1
1013	M. EMERTON — <i>p-adic families of modular forms (after Hida, Coleman, and Mazur)</i>	31
1014	B. KELLER — <i>Algèbres amassées et applications (d'après Fomin-Zelevinsky, ...)</i>	63
1015	S. KLAINERMAN — <i>Linear stability of black holes (d'après M. Dafermos et I. Rodnianski)</i>	91
1016	A. KUPIAINEN — <i>Ergodicity of two dimensional turbulence (after Hairer and Mattingly)</i>	137

MARS 2010

1017	L. BERGER — <i>La correspondance de Langlands locale p-adique pour $GL_2(\mathbb{Q}_p)$ (d'après C. Breuil et P. Colmez)</i>	157
1018	O. BIQUARD — <i>Métriques kählériennes extrémales sur les surfaces toriques (d'après S. Donaldson)</i>	181
1019	A. GUIONNET — <i>Grandes matrices aléatoires et théorèmes d'universalité (d'après Erdős, Schlein, Tao, Vu et Yau)</i>	201
1020	B. OLIVER — <i>La classification des groupes p-compacts (d'après Andersen, Grodal, Møller, et Viruel)</i>	237
1021	B. RÉMY — <i>Groupes algébriques pseudo-réductifs et applications (d'après J. Tits et B. Conrad-O. Gabber-G. Prasad)</i>	257

JUIN 2010

1022	M. BURGER — <i>Fundamental groups of Kähler manifolds and geometric group theory</i>	303
1023	F. PAULIN — <i>Sur les automorphismes de groupes libres et de groupes de surface</i>	321
1024	S. SERFATY — <i>Lois de conservation et régularité par compensation pour les systèmes antisymétriques et les surfaces de Willmore (d'après Tristan Rivière)</i>	357

1025	B. TOTARO — <i>The ACC conjecture for log canonical thresholds</i> <i>(after de Fernex, Ein, Mustață, Kollár)</i>	371
1026	J. S. WILSON — <i>Finite index subgroups and verbal subgroups in</i> <i>profinite groups</i>	387

J.-L. COLLIOT-THÉLÈNE — *Groupe de Chow des zéro-cycles sur les variétés p -adiques (d'après S. Saito, K. Sato et al.)*

À toute variété algébrique projective et lisse sur un corps k , on associe le groupe de Chow $CH_0(X)$, quotient du groupe des cycles de dimension zéro par l'équivalence rationnelle. Pour X de dimension 1, ce groupe est contrôlé par les points rationnels d'une variété abélienne ; sur un corps p -adique k , cela mène à des théorèmes classiques de dualité (Tate, Lichtenbaum) entre $CH_0(X)$ et le groupe de Brauer de la courbe X . Ces théorèmes sont en défaut en dimension supérieure.

Dans l'article qui fait l'objet de ce séminaire, S. Saito et K. Sato montrent que la situation est plus contrôlable si l'on s'intéresse à un groupe qui couvre le groupe $CH_0(X)$, à savoir le groupe des cycles de dimension 1 modulo l'équivalence rationnelle sur un modèle régulier convenable de X au-dessus de l'anneau des entiers du corps p -adique k . Pour ce faire, ils ont recours à diverses techniques développées par U. Jannsen et S. Saito.

M. EMERTON — *p -adic families of modular forms (after Hida, Coleman, and Mazur)*

We describe the theory of p -adic families of modular Hecke eigenforms, as developed by Hida, Coleman and Mazur, and others. We also describe the relationships (both known and conjectured) between this theory and the theory of two-dimensional p -adic representations of the absolute Galois group of $\mathbb{Q}$.

B. KELLER — *Algèbres amassées et applications (d'après Fomin-Zelevinsky, ...)*

Sergey Fomin et Andrei Zelevinsky ont inventé les algèbres amassées (cluster algebras) au début des années 2000 dans le but de fournir un cadre algébrique à l'étude des bases canoniques dans les groupes quantiques et de la positivité totale dans les groupes algébriques. Il s'est avéré rapidement que la combinatoire des algèbres amassées intervenait également dans de nombreux autres sujets et notamment en théorie des représentations des carquois et des algèbres de dimension finie. Dans cet exposé, nous donnons une introduction concise aux algèbres amassées et esquissons deux applications significatives portant sur l'étude de certains systèmes dynamiques discrets et la construction de bases duales semi-canoniques.

S. KLAINERMAN — *Linear stability of black holes (d'après M. Dafermos et I. Rodnianski)*

Nonlinear stability of black holes is one of the central open problem in General Relativity today. Heuristic, physics type, arguments have been advanced to establish the first necessary step, i.e. linear stability; yet none of them were either convincing or sufficiently robust to apply to the nonlinear setting. This situation has changed dramatically in the last few years through new geometric methods introduced by a number of authors. In my talk I will try to present the main ideas behind these results and focus, in particular, on the remarkable new results of M. Dafermos and I. Rodnianski on the boundedness and decay of solutions to the wave equation in a Kerr background.

A. KUPIAINEN — *Ergodicity of two dimensional turbulence (after Hairer and Mattingly)*

The phenomenon of turbulence in fluid flow can be posed in mathematical terms as a property of a stationary state of the flow generated by Navier-Stokes equations subjected to a spatially smooth random source term. A basic question concerns the existence and uniqueness of such a stationary state. We discuss this question in the context of two dimensional flows and in particular we describe the work of Hairer and Mattingly who prove ergodicity of the flow in a very degenerate situation.

L. BERGER — *La correspondance de Langlands locale p -adique pour $\mathrm{GL}_2(\mathbf{Q}_p)$ (d'après C. Breuil et P. Colmez)*

La correspondance de Langlands locale p -adique pour $\mathrm{GL}_2(\mathbf{Q}_p)$ est une bijection entre certaines représentations de dimension 2 de $\mathrm{Gal}(\overline{\mathbf{Q}_p}/\mathbf{Q}_p)$ et certaines représentations de $\mathrm{GL}_2(\mathbf{Q}_p)$. Cette bijection peut en fait être construite en utilisant la théorie des (φ, Γ) -modules et des résultats d'analyse p -adique. On déduit alors des propriétés de cette construction quelques applications intéressantes en arithmétique.

O. BIQUARD — *Métriques kählériennes extrémales sur les surfaces toriques (d'après S. Donaldson)*

Un des grands problèmes de la géométrie différentielle complexe est l'existence de métriques kählériennes à courbure scalaire constante sur les variétés complexes. Une conjecture de Yau-Tian-Donaldson relie cette existence à une forme de stabilité algébrique de la variété. Donaldson a démontré cette conjecture dans le cas des surfaces toriques. On expliquera cette première confirmation de la conjecture.

A. GUIONNET — *Grandes matrices aléatoires et théorèmes d'universalité (d'après Erdős, Schlein, Tao, Vu et Yau)*

L'étude du spectre de matrices aléatoires dont la taille tend vers l'infini est apparue dans de nombreux problèmes de physique et de mathématique depuis les travaux de Wishart et Wigner il y a plus d'un demi-siècle. Dans le cas de matrices hermitiennes gaussiennes, le comportement local des valeurs propres (espacements typiques des valeurs propres au centre du spectre et fluctuations des valeurs propres extrêmes) est bien compris depuis une quinzaine d'années. Nous discuterons de l'extension très récente de ces résultats à des modèles bien plus généraux, en suivant les travaux de Soshnikov, Johansson, Erdős, Schlein, Yau, Tao et Vu.

B. OLIVER — *La classification des groupes p -compacts (d'après Andersen, Grodal, Møller, et Viruel)*

Un groupe p -compact (p un nombre premier fixé) est la donnée d'un espace X dont la cohomologie modulo p est finie et d'un « espace classifiant » BX qui est « p -complet ». Le prototype d'un tel objet est le p -complété d'un groupe de Lie compact connexe. Dwyer et Wilkerson ont montré (vers 1990) que les groupes p -compacts connexes possèdent des « tores maximaux » et des « groupes de Weyl », ces derniers étant engendrés par des pseudo-réflexions p -adiques.

La liste de tous les groupes engendrés par des pseudo-réflexions p -adiques a été faite par Clarke et Ewing dans les années 1970. Ce qu'ont montré les quatre auteurs cités dans le titre est qu'il y a une correspondance bijective entre ces groupes de pseudo-réflexions (à isomorphisme près) et les groupes p -compacts connexes (à homotopie près), au moins pour p impair ; pour $p = 2$, la correspondance qu'ils établissent est un peu plus subtile.

B. RÉMY — *Groupes algébriques pseudo-réductifs et applications (d'après J. Tits et B. Conrad-O. Gabber-G. Prasad)*

Les groupes algébriques réductifs forment une classe naturelle de groupes de matrices. Celle-ci contient les groupes dits classiques, notamment des groupes d'automorphismes de formes bilinéaires. Les groupes réductifs ont été analysés et classés par C. Chevalley sur les corps algébriquement clos, et par A. Borel et J. Tits sur les corps quelconques. Au début des années 90, J. Tits a entamé l'étude des groupes pseudo-réductifs : dans le cas d'un corps de base non parfait, il s'agit d'une généralisation non triviale des groupes réductifs. Cette étude