

# SOMMAIRE DU N° 127

---

## SMF

|                        |   |
|------------------------|---|
| Mot du Président ..... | 3 |
|------------------------|---|

## MATHÉMATIQUES

|                                                                        |   |
|------------------------------------------------------------------------|---|
| Une construction de l'espace $L^1$ de Lebesgue, <i>J. Depauw</i> ..... | 5 |
|------------------------------------------------------------------------|---|

## HISTOIRE

|                                                                         |    |
|-------------------------------------------------------------------------|----|
| L'émergence de la notion de groupe d'homologie, <i>N. Basbois</i> ..... | 15 |
|-------------------------------------------------------------------------|----|

## INFORMATIONS

|                                                                                                      |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Les interactions pluridisciplinaires des mathématiques, <i>P. Dehornoy</i> .....                     | 45 |
| Note d'information du comité d'expert pour les PES universitaires 2010, <i>Comité PES 2010</i> ..... | 66 |
| Bilan des primes d'excellence scientifique (PES) CNRS 2010, <i>P. Dehornoy</i> .....                 | 69 |
| Mathématiques de la planète Terre 2013, <i>C. Rousseau</i> .....                                     | 71 |
| Activités périscolaires mathématiques et égalité des chances, <i>M. Andler</i> .....                 | 73 |

## CARNET

|                                                                                 |    |
|---------------------------------------------------------------------------------|----|
| Benoît Mandelbrot - in memoriam, <i>S. Jaffard</i> .....                        | 77 |
| Michelle Schatzman, <i>S. Benzoni, S. Descombes, C. Poinard, M. Ribot</i> ..... | 79 |
| Quelques souvenirs de Michelle Schatzman, <i>B. Helffer</i> .....               | 83 |
| Johannes Jisse (dit Hans) Duistermaat, <i>S. Vu Ngoc</i> .....                  | 84 |
| Robert Pallu de La Barrière, <i>M. Valadier</i> .....                           | 92 |

## TRIBUNE LIBRE

|                                                                          |    |
|--------------------------------------------------------------------------|----|
| Le souci du nombre dans l'évaluation de la production scientifique ..... | 95 |
|--------------------------------------------------------------------------|----|

## COURRIER DES LECTEURS

|                                                                            |     |
|----------------------------------------------------------------------------|-----|
| Programmes d'enseignement et problèmes de société, <i>J. Ferrand</i> ..... | 103 |
|----------------------------------------------------------------------------|-----|

|              |     |
|--------------|-----|
| LIVRES ..... | 107 |
|--------------|-----|

# Éditorial

---

*L'année 2011 s'ouvre, avec son lot d'espoirs, nourris par l'extraordinaire vitalité de l'activité mathématique, par la conscience que nous avons de ce qu'elle a d'essentiel au progrès intellectuel, technologique et culturel, mais aussi avec quelques inquiétudes dont fait état le Mot du Président qui suit cet éditorial. Autant de sujets et de défis que nous allons essayer de suivre au plus près dans les numéros qui viennent.*

*Au titre des dossiers abordés dans ce numéro, sur lesquels nous comptons revenir ultérieurement, signalons la question de la bibliométrie qui, en dépit de débats multiples au cours de ces dernières années, reste encore largement ouverte et problématique, celle de l'interdisciplinarité, une belle idée, parfois difficile à mettre en oeuvre, mais dont l'enquête que nous publions montre l'effectivité, ou encore le lancement d'une année internationale sur la planète terre. Nous reviendrons également amplement sur la disparition, en Octobre dernier, de B. Mandelbrot et sur les diverses facettes de son œuvre exceptionnellement féconde.*

*Au nom de tout le Comité de Rédaction, nous saisissons enfin l'occasion de ce numéro de janvier pour présenter aux lecteurs de la Gazette nos meilleurs vœux de créativité, d'enseignements ou de loisirs mathématiques pour 2011.*

— Zindine Djadli, Frédéric Patras

## Mot du Président

---

L'année 2010 a été riche en événements heureux ou décevants. Si l'été a été radieux avec les succès de l'école mathématique française révélés lors du congrès de Hyderabad, les espoirs d'embellie pour le financement des mathématiques ne se sont pas concrétisés complètement. Nous avons vivement réagi dans une lettre ouverte au président du CNRS Alain Fuchs, cosignée avec la SMAI, sur l'annonce d'un budget fonctionnement pour l'INSMI en baisse. Nous prenons note de l'annonce d'un rattrapage permettant la remise à niveau du budget 2011 à celui de 2010, mais il faut rester vigilants. Cette annonce a été faite devant le conseil scientifique de l'INSMI dont c'était la première réunion le 10 Décembre. Ce conseil est présidé par C. Kassel et son bureau est constitué de P. Auscher, J.-M. Couveignes, O. Gimpouloux et H. Saada. Sa fonction est principalement « de conseiller et d'assister par son avis et ses recommandations le directeur de l'institut de manière prospective sur la pertinence et l'opportunité des projets et des activités de l'Institut ». Nous espérons qu'il aidera effectivement à préciser comment l'INSMI exerce ses missions nationales.

Les dossiers Labex sont maintenant transmis. Le projet de Labex Carmin regroupant le CIMPA, le CIRM, l'IHÉS et l'IHP et coordonné par C. Villani a tout le soutien de la SMF qui se réjouit de voir de nouvelles coopérations se nouer entre le CIRM et l'IHP. Un autre projet où le CIRM est impliqué dans ses missions régionales est le Labex Archimède dont le coordinateur est J. Los et il a également tout notre soutien. Sa préparation a été l'occasion pour la SMF de nouer des contacts avec les principaux dirigeants des différentes universités marseillaises.

La réflexion de la SMF s'appuie très souvent sur le travail de ses correspondants, qui sont sollicités pour obtenir des informations sur la situation dans les départements ou laboratoires de mathématiques. En voici deux exemples récents :

a) Les résultats de l'enquête sur les variations des effectifs en Master recherche, pro et enseignement et les conséquences de la masterisation sont en ligne sur notre site (à la une et à la page enseignement). La baisse des effectifs est inquiétante dans tous les secteurs.

b) Une autre enquête sur le financement des bibliothèques de mathématiques dont l'avenir est incertain, en raison de la suppression progressive des Programmes Pluri Formation a été réalisée et est également disponible sur notre site. Pour pallier

à ses problèmes, le Réseau National des Bibliothèques de Mathématiques étudie des solutions d'abonnement global dans lesquelles la SMF pourrait être impliquée en tant qu'éditeur.

Je tiens donc à remercier tout particulièrement les correspondants pour leur action.

L'année 2011 est l'année des 30 ans du CIRM. Ce sera l'occasion de fêter une longue aventure de la SMF avec ce centre qu'elle a créé et espérons-le de pouvoir annoncer avant la fin de l'année de nouvelles étapes dans son développement. Le directeur du CIRM Patrick Foulon a prévu toutes sortes de manifestations dont la première le 5 Janvier s'est adressée à des collégiens avec deux conférences de H. Gispert et P. Nabonnand, avec le soutien du dispositif Projets Ateliers Sup'Sciences. Le CIRM accueillera aussi la journée annuelle de la SMF en juin et une grande manifestation sera organisée en octobre.

En ce mois de Janvier, je présente à tous les lecteurs de la *Gazette* mes meilleurs vœux en vous souhaitant plus de temps pour faire de la recherche ou de l'enseignement et beaucoup de plaisir dans la lecture de ce numéro préparé par le comité de rédaction.

Le 1<sup>er</sup> janvier 2011

*Bernard Helffer*

# MATHÉMATIQUES

---

## Une construction de l'espace $L^1$ de Lebesgue

Jerôme Depauw<sup>1</sup>

---

### 1. Introduction

Dès la fin du XVII<sup>e</sup> siècle, le système de notation que nous utilisons pour les intégrales, ainsi que les règles fondamentales de leurs calculs, sont mis en place. Leibniz invente notamment les symboles  $\int$  et  $\partial x$ , et met en évidence, en même temps que Newton, la réciprocity des opérations d'intégration et de dérivation. Cela permet le calcul explicite des intégrales, qui se développe tout au long du XVIII<sup>e</sup> siècle, notamment dans les travaux d'Euler. Mais il faut attendre la première moitié du XIX<sup>e</sup> siècle pour trouver la première définition rigoureuse d'intégrale, énoncée par Cauchy. Considérant les subdivisions  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  de l'intervalle d'intégration  $[a, b]$ , l'intégrale d'une fonction  $f$  réelle continue par morceaux sur  $[a, b]$  est définie comme étant la limite des sommes

$$(x_1 - x_0)f(x_0) + (x_2 - x_1)f(x_1) + \dots + (x_n - x_{n-1})f(x_{n-1})$$

lorsque le pas  $\delta = \max_i(x_{i+1} - x_i)$  tend vers zéro. À partir de là, une question essentielle est celle de l'extension du champ d'application de l'intégrale. En 1866 Riemann étend l'intégrale aux fonctions bornées dont l'ensemble des points de discontinuité peut être, pour tout  $\varepsilon > 0$ , recouvert par une famille dénombrable d'intervalles  $(I_i)_{i \geq 1}$  dont la somme des longueurs vérifie  $\sum_{i=1}^{+\infty} |I_i| < \varepsilon$  (on reconnaît sans peine la future notion d'ensemble de mesure nulle). Mais surtout il démontre que cette condition détermine, parmi les fonctions bornées, la classe de fonctions la plus large pour laquelle la définition de Cauchy est valide.

Au tout début du XX<sup>e</sup> siècle, en 1901, Lebesgue abandonne le découpage de Cauchy de l'intervalle d'intégration, et utilise un découpage adapté à la fonction. Il partitionne l'intervalle  $[a, b]$  selon les valeurs de la fonction  $f$ , par des ensembles de la forme  $E_{y,z} = \{x; y \leq f(x) < z\}$ . S'inspirant des travaux de Borel, il détermine d'abord à quelle condition on peut attribuer une longueur à ces ensembles. La mesure extérieure  $m_e(E)$  d'un ensemble  $E \subset [a, b]$  est définie comme étant la borne inférieure, prise sur toutes les familles dénombrables d'intervalles  $(I_i)_{i \geq 1}$  formant un recouvrement de  $E$ , de la somme  $\sum_{i=1}^{+\infty} |I_i|$  des longueurs de ces intervalles. Or, de la propriété de Borel sur la compacité de l'intervalle  $[a, b]$ , découle l'inégalité suivante liant la mesure extérieure de  $E$  et de son complémentaire  $[a, b] \setminus E$  :

$$m_e(E) + m_e([a, b] \setminus E) \geq b - a$$

---

<sup>1</sup> Laboratoire de Mathématiques et Physique Théorique, Université François-Rabelais de Tours.