370

ASTÉRISQUE

2015

DE LA GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE AUX FORMES AUTOMORPHES (II)

J.-B. BOST, P. BOYER, A. GENESTIER,
L. LAFFORGUE, S. LYSENKO, S. MOREL, B.C. NGÔ, eds.

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Astérisque est un périodique de la Société Mathématique de France.
Numéro 370, 2015

Comité de rédaction

Ahmed Abbes — Damien Gaboriau
Viviane Baladi — Michael Harris
Gérard Besson — Fabrice Planchon
Laurent Berger — Pierre Schapira
Philippe Biane — Bertrand Toën
Hélène Esnault
Éric Vasserot (dir.)

Diffusion

Maison de la SMF
Case 916 - Luminy
13288 Marseille Cedex 9
France
`smf@smf.univ-mrs.fr`

Hindustan Book Agency
O-131, The Shopping Mall
Arjun Marg, DLF Phase 1
Gurgaon 122002, Haryana
Inde

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
`www.ams.org`

Tarifs

Vente au numéro : 98 € ($ 147)
Abonnement Europe : 650 €, hors Europe : 689 € ($ 1033)
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat : Nathalie Christiaën

Astérisque
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
`revues@smf.ens.fr` • `http://smf.emath.fr/`

© *Société Mathématique de France 2015*

Tous droits réservés (article L 122–4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335–2 et suivants du CPI.

ISSN 0303-1179
ISBN 978-2-85629-806-0

Directeur de la publication : Marc Peigné

370

ASTÉRISQUE

2015

DE LA GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE AUX FORMES AUTOMORPHES (II)

J.-B. BOST, P. BOYER, A. GENESTIER,
L. LAFFORGUE, S. LYSENKO, S. MOREL, B.C. NGÔ, eds.

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

J.-B. Bost
Université Paris-Sud, Département de Mathématiques, Bâtiment 425,
91405 Orsay Cedex, France. Courriel : Jean-Benoit.Bost@math.u-psud.fr

P. Boyer
UMR 7539, Institut Galilée, Université Paris 13, 99, avenue Jean-Baptiste Clément,
93430 Villetaneuse, France. Courriel : boyer@math.univ-paris13.fr

A. Genestier
Institut Élie Cartan, Université de Lorraine, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex,
France. Courriel : Alain.Genestier@iecn.u-nancy.fr

L. Lafforgue
Institut des Hautes Études Scientifiques, 35, Route de Chartres,
91440 Bures-sur-Yvette, France. Courriel : laurent@ihes.fr

S. Lysenko
Institut Élie Cartan, Université de Lorraine, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex,
France. Courriel : Sergey.Lysenko@univ-lorraine.fr

S. Morel
Department of Mathematics, Princeton University, Fine Hall, Washington Road,
Princeton, NJ 08544, USA. Courriel : smorel@math.princeton.edu

B. C. Ngô
Department of Mathematics, 5734 University Avenue, Chicago, IL 60637-1514,
USA. Courriel : ngo@math.uchicago.edu

***Classification mathématique par sujets* (2010). —** 05E05, 11G15, 11G18, 14C30, 14D05, 14D10, 14D20, 14F05, 14F20, 14F30, 14F43, 14G35, 14H52, 14H60, 14J27, 14K10, 14L15, 14L30, 14M27, 20G05, 20G10, 20G41, 20J06, 53C26, 55M35, 55R40, 55S05, 62E17.

***Mots clefs.* —** Champ algébrique, champ classifiant, champ quotient, cohomologie, cohomologie des groupes, cohomologie équivariante, cohomologie étale, compactification minimale, de Satake et de Baily-Borel, convolution, correspondance de Langlands géométrique, courbe elliptique, cycles proches, espace algébrique, espaces de modules de fibrés, faisceau-caractère, fibrés de Higgs, formule de localisation, formule de points fixes, groupe algébrique, géométrie algébrique dérivée, groupe exceptionnel, groupe p-adique, invariants locaux, ℓ-groupe abélien élémentaire, monodromie, nombres de Betti, opération de Steenrod, presque caractère, prolongement intermédiaire, représentation unipotente, structure de niveau Iwahori, surface elliptique, théorème de Lefschetz difficile types CM généralisés, uniformisation p-adique, variété de carquois, variété hyperkählérienne, variétés de Shimura, variétés de Siegel.

À l'occasion du soixantième anniversaire de Gérard Laumon, ses anciens étudiants, avec l'aide bienveillante de Jean-Benoît Bost, ont organisé une conférence dont voici les actes.

Ils saisissent l'occasion de cette publication pour lui témoigner leur reconnaissance pour ce qu'ils ont reçu de lui au fil des innombrables heures qu'il leur a consacrées et pour l'extraordinaire intuition dont il a fait preuve dans le choix des sujets qu'il leur a proposés.

Gérard Laumon pratique les mathématiques avec un enthousiasme et un bonheur qu'il a su communiquer à ses étudiants et partager avec d'autres mathématiciens. Les éditeurs espèrent que ce volume, qui comprend aussi bien des contributions de mathématiciens ayant influencé Gérard Laumon que d'autres qu'il a influencés, et dont le contenu est à la fois profond et foisonnant, reflète bien la diversité et l'unité de son itinéraire mathématique.

DE LA GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE AUX FORMES AUTOMORPHES (II)

Une collection d'articles en l'honneur du soixantième anniversaire de Gérard Laumon

édité par Jean-Benoît Bost, Pascal Boyer, Alain Genestier, Laurent Lafforgue, Sergey Lysenko, Sophie Morel, Báo Châu Ngô

***Résumé.* —** Ce volume rassemble la seconde partie des Actes de la conférence qui s'est tenue à l'Université de Paris-Sud, Orsay, du 25 au 29 juin 2012, à l'occasion du soixantième anniversaire de Gérard Laumon.

Les thèmes abordés reflètent la diversité et la richesse des travaux et des centres d'intérêt de Gérard Laumon : cohomologie étale des schémas et des champs, faisceaux ℓ-adiques et transformation de Fourier, faisceaux caractères, correspondance de Langlands classique et géométrique, formule des traces de Grothendieck-Lefschetz, formule des traces d'Arthur-Selberg, variétés de Shimura, fibrés de Higgs et fibration de Hitchin, ...

***Abstract* (From algebraic geometry to automorphic forms (II). A collection of articles in honor of the 60th birthday of Gérard Laumon). —** This volume gathers the second part of the proceedings of the conference held at Paris-Sud university, Orsay, from june 25 to june 29, 2012 to celebrate Gérard Laumon's sixtieth birthday.

The range of subjects covered reflects the diversity and richness of the works and interests of Gérard Laumon: étale cohomology of schemes and stacks, ℓ-adic sheaves and Fourier transform, character sheaves, classic and geometric Langlands correspondence, Grothendieck-Lefschetz trace formula, Arthur-Selberg trace formula, Shimura varieties, Higgs fibre bundles and Hitchin fibration, ...

© Astérisque 370, SMF 2015

TABLE DES MATIÈRES

Résumés des articles xi

Abstracts xv

D. Gaitsgory — *Outline of the proof of the geometric Langlands conjecture for GL_2* 1
Introduction 1
1. A roadmap to the contents 15
2. The theory of singular support 24
3. Statement of the categorical geometric Langlands conjecture 34
4. The Hecke action 38
5. The Whittaker model 47
6. Parabolic induction 62
7. The degenerate Whittaker model 75
8. The extended Whittaker model 82
9. The gluing procedure 87
10. Compatibility with Kac-Moody localization and opers 94
11. The proof modulo the conjectures 102
References 110

T. Hausel & F. Rodriguez Villegas — *Cohomology of large semiprojective hyperkähler varieties* 113
1. Semiprojective varieties 115
2. Arithmetic harmonic analysis on symplectic quotients: the microscopic picture 124
3. Visual distribution of Betti numbers: the big picture 131
4. Asymptotic shape of Betti numbers: the macroscopic picture 136
5. Results and speculations on the asymptotics of discrete distributions 148
6. Appendix 150
References 152

J. Heinloth — *A conjecture of Hausel on the moduli space of Higgs bundles on a curve* 157
1. Introduction 157
2. Some properties of the moduli space of Higgs bundles and its cohomology 158
3. The conjecture of Hausel and Rodriguez-Villegas 162
4. A variant of Hitchin's approach to the cohomology 165
References 174

L. Illusie — *Elementary abelian ℓ-groups and mod ℓ equivariant étale cohomology algebras* 177
1. Finite ℓ-group actions, fixed point sets and localizations 178
2. Quotient stacks and equivariant cohomology algebras: finiteness theorems 180
3. The amalgamation and stratification theorems 183
4. A stack-theoretic reformulation of the amalgamation theorem, and a generalization 189
5. Outline of proof of 4.4 193
References 194

N. M. Katz — *Elliptic convolution, G_2, and elliptic surfaces* 197
1. Elliptic sums 197
2. Elliptic equidistribution 198
3. The search for G_2 200
4. Beauville families of elliptic curves 200
5. G_2 as a "usual" monodromy group 203
References 204

S. Kudla & M. Rapoport — *New cases of p-adic uniformization* 207
1. Introduction 207
2. Generalized CM-types 213
3. Local invariants 214
4. Formulation of the moduli problem 219
5. Uniformizing primes 224
6. Integral uniformization 227
7. Rigid-analytic uniformization 235
8. Appendix: Twisted unitary similitude groups 238
References 240

G. Lusztig — *Unipotent almost characters of simple p-adic groups* 243
0. Introduction 243
1. Preliminaries on character sheaves on disconnected groups 245
2. Co-standard representations of certain (extended) affine Weyl groups 247
3. The main construction 252
4. Examples 260