Revue d'histoire des mathématiques
12 (2006), p. 119–162

LA « MACHINE DE GROTHENDIECK » SE FONDE-T-ELLE SEULEMENT SUR DES VOCABLES MÉTAMATHÉMATIQUES ? BOURBAKI ET LES CATÉGORIES AU COURS DES ANNÉES CINQUANTE

RALF KRÖMER

RÉSUMÉ. — On reconstruit la discussion de Bourbaki sur la théorie des catégories dans les années 1950 ; les sources non publiées qui permettent cette reconstruction font partie des archives Bourbaki en France et du *Nachlaß* de Samuel Eilenberg, collection récemment redécouverte et depuis incorporée aux archives de la *Columbia University*. On étudie surtout la relation entre cette discussion et la participation de Grothendieck au projet Bourbaki. Ses travaux sur l'algèbre homologique et sur la géométrie algébrique étaient la motivation principale pour une adoption des catégories par Bourbaki. Or, les raisons pour qu'une telle adoption n'ait pas eu lieu sont multiples : outre le conflit entre les catégories et le concept bourbachique de structure, les problèmes dans le fondement ensembliste des catégories (problèmes qui ont d'ailleurs conduit Grothendieck à introduire ses Univers) et l'opposition personnelle d'André Weil ont été décisifs. En fin de compte, le refus de Bourbaki d'adopter les catégories figure parmi les raisons pour la démission de Grothendieck du groupe.

R. KRÖMER, LPHS-Archives Poincaré, UMR 7117 du CNRS, 23, Boulevard Albert 1er, 54015 Nancy Cedex, France.
Courrier électronique : kromer@univ-nancy2.fr
Url : http://www.univ-nancy2.fr/poincare/perso/kroemer/

Classification mathématique par sujets (2000) : 01A60, 01A70, 18-03.

Mots clefs : algèbre homologique, Bourbaki, théorie des catégories, Eilenberg, géométrie algébrique, Grothendieck, métamathématique, structuralisme, théorie des ensembles, univers, Weil.

© SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE, 2006

Abstract (Does the "Grothendieck Machine" Rest Only on Metamathematical Vocabulary? Bourbaki and Categories in the Fifties)

The Bourbaki discussion on category theory in the late 1950s is reconstructed with the help of unpublished sources contained in the French Bourbaki archives and in the late Samuel Eilenberg's *Nachlaß*, a recently rediscovered collection now in the *Columbia University* archives. Special attention is given to the relation between this discussion and Grothendieck's participation in the Bourbaki project. Grothendieck's work on homological algebra and algebraic geometry was the major motivation for attempts to adopt categories in Bourbaki's *Eléments*; but this adoption failed for several reasons, including a conflict of Bourbaki's concept of structure with categories, but also the problems to give set theoretical foundations for category theory (which eventually led Grothendieck to introduce the notion of Universe which bears nowadays his name) and André Weil's personal disapproval. It is shown that Bourbaki's refusal to adopt category theory was among the reasons which led Grothendieck to leave the group.

Quand une équipe d'éminents mathématiciens
groupés sous le nom d'un général français
entreprend la formalisation totale des mathématiques,
on peut être certain d'avance qu'ils ne seront jamais au bout de leur effort.
Le tome premier qui devra fonder les autres ne paraîtra jamais.
(Roger Apéry, cité dans [Ageron 2005, p. 236])

INTRODUCTION

La problématique que nous examinons[1] est le refus de Bourbaki d'intégrer la théorie des catégories dans son œuvre. L'examen s'impose du fait que cette théorie[2] aurait pu, au moins rétrospectivement, contribuer à la tâche unificatrice que Bourbaki visait : présenter les mathématiques modernes à partir d'un point de vue « structuraliste », c'est-à-dire insistant sur le concept de structure mathématique. De plus, les sources du débat interne à Bourbaki[3] montrent qu'il s'agit là vraiment d'un refus

[1] Outre Liliane Beaulieu qui avec ses commentaires détaillés et précieux a aidé plus que personne à améliorer ce travail, je remercie les personnes et institutions suivantes pour leur soutien : Pierre Ageron, Pierre Cartier, Leo Corry, Jacques Dixmier, Gérard Eguether, Andrée Ehresmann, Christian Houzel, Jean-Michel Kantor, Hélène Nocton, les rapporteurs de cet article, les *Columbia University Archives*, les *Archives de la création mathématique* et les participants de la *Journée Bourbaki* qui s'est tenue à l'*Institut Elie Cartan* (Nancy) en 2003, organisée avec la collaboration du *LPHS-Archives Henri-Poincaré*, et lors de laquelle j'avais l'occasion de présenter une première version de ce travail.

[2] Il n'est pas possible de rappeler les éléments principaux de la théorie des catégories ou encore de son histoire dans le cadre du présent travail. Au lecteur souhaitant s'en informer, je recommande Mac Lane [1971].

[3] Pour une description de ces sources, voir ci-dessous.

explicite (et non seulement de la passer sous silence pour une raison ou une autre). Ce n'est pas la première fois que la question est abordée[4], on peut citer le livre de Leo Corry [1996, p. 376-383]. Cependant, l'examen proposé ici est plus complet sous trois aspects :

– l'accessibilité des sources originales a augmenté par rapport à la situation dans laquelle se trouvait Corry ; je m'appuie sur un corpus plus important de sources[5] ;

– Corry s'intéressait, en accord avec le propos général de son livre, principalement au rôle que joue dans le débat l'opposition entre la notion bourbachique de « structure » et la théorie des catégories, j'examine d'autres éléments d'explication : les difficultés de fournir un fondement ensembliste à la théorie des catégories (et les implications philosophiques de ces difficultés) ainsi que les rapports personnels difficiles entre certains membres du groupe ;

– je présente une lecture plus approfondie des sources par rapport à la lecture plutôt cursive que Corry était obligé d'effectuer, vu l'étendue de son propos général.

Mes résultats sont les suivants : des raisons pratiques, philosophiques et personnelles ont été invoquées pour refuser la théorie des catégories ; parmi celles-ci, les raisons personnelles semblent avoir été décisives. La discussion sur la théorie des catégories a évolué dans différents contextes dont la présentation systématique actuelle est normalement traitée en termes catégoriques :

– Bourbaki a envisagé un traitement des concepts *limite inductive/projective* d'abord dans EVT[6] (en continuant et généralisant la présentation de la thèse d'Alexander Grothendieck avec sa « topologie limite »), puis dans le chapitre IV du livre E sur les « structures » (ce chapitre étant conçu pour réunir les outils généraux d'une « mathématique des structures »).

---

[4] La bibliographie à la fin de l'article ne couvre que les travaux directement cités dans le corps de l'article. Pour plus d'informations historiques sur Bourbaki, voir la thèse de Liliane Beaulieu [1990] ; pour une vue d'ensemble de la littérature historique concernant Bourbaki, voir l'excellente bibliographie mise en ligne récemment par Liliane Beaulieu : `http://www.univ-nancy2.fr/poincare/bourbaki`.

[5] Cependant, afin de ne pas me perdre dans une multitude de détails, j'abandonne, de temps en temps, consciemment (et explicitement) la poursuite d'une trace qui est d'importance mineure pour mon propos. Le présent travail a plutôt pour but de montrer la richesse et l'intérêt du sujet que de l'épuiser.

[6] J'utilise les abréviations courantes pour les livres de Bourbaki qui sont expliquées dans chaque volume des *Eléments de mathématique* ; EVT signifié le livre sur les espaces vectoriels topologiques.

– Les protagonistes étant tous membres du groupe, Bourbaki a longuement discuté l'intégration d'un texte sur l'*algèbre homologique* dans les *Éléments*. Le texte « Tôhoku » de Grothendieck était originellement conçu pour une rédaction Bourbaki, et « La Tribu[7] » *41* vise à « faire marcher la machine de Grothendieck ».

– La *géométrie algébrique* au sens de Grothendieck a été discutée au sein de Bourbaki ; « La Tribu » *45* contient le plan d'un *Livre de géométrie algébrique* par Grothendieck comprenant les notions principales du *Séminaire de géométrie algébrique* (SGA).

Les projets décrits ci-dessus ayant tous amené à la thématisation du langage catégorique, il va de soi que Bourbaki a également discuté de l'adoption de ce langage. Il y avait des avocats d'une telle adoption ; en revanche, quelques témoignages indiquent qu'André Weil s'y est opposé strictement.

Bourbaki a constaté un conflit entre la théorie des catégories et les *structures* ; Samuel Eilenberg (qui évidemment, en tant qu'un des « pères » de la théorie des catégories, était pour l'introduction des catégories) dit dans un texte écrit à ce sujet[8] qu'il ne voit pas comment résoudre ce conflit. Il y a aussi une vaste discussion du fondement ensembliste de la théorie des catégories. C'est au sein de Bourbaki que Grothendieck présente ses Univers pour la première fois, rejetant une distinction entre objets mathématiques et objets métamathématiques proposée par Daniel Lacombe (logicien consulté par Bourbaki).

Le texte « Ad majorem fonctori gloriam », écrit par Serge Lang au moment de la démission de Grothendieck, indique que celle-ci fut justifiée, au moins en partie, par le refus de Bourbaki d'adopter la théorie des catégories et le cadre des univers, ainsi que par la violence avec laquelle on a dû discuter de la question au sein du groupe.

Il convient ici de décrire les sources que j'utilise.

France.— Le travail de Bourbaki dans les années cinquante est documenté par les archives de l'Association des Collaborateurs de Nicolas Bourbaki (ACNB) qui sont désormais consultables jusqu'à l'année 1953[9].

[7] On verra plus loin de quoi il s'agit quand on parle de « La Tribu ».

[8] Texte que j'ai trouvé à New York ; voir ci-dessous.

[9] L'autorisation que j'ai obtenue par le Comité scientifique des Archives de la création des mathématiques, unité du CNRS qui fut chargée jusqu'en 2003 de la mise à disposition de ces archives, me donna également le droit d'utiliser les sources datant des années postérieures à l'année 1953, que j'avais consultées auparavant aux Archives Jean Delsarte, soit avant que l'ACNB ne rende publique sa décision d'ouvrir ses archives et ne décide des parties qui seraient consultables. J'ai ainsi bénéficié d'une occasion qui ne se présenterait sans

Une partie de cette collection est conservée à l'Institut Élie Cartan de l'Université de Nancy I (archives de Bourbaki contenues dans les Archives Jean Delsarte) et une autre partie devrait être déposée par l'ACNB aux Archives de l'Académie des sciences à Paris[10].

Etats-Unis.— Suite à une demande de ma part, le *Nachlaß* scientifique d'Eilenberg, dont la location était inconnue depuis sa mort en 1998, a été exhumé en 2001 à la *Columbia University* (New York). Ce *Nachlaß* (qui comprend entre autres plusieurs centaines de lettres scientifiques, quelques manuscrits inédits et beaucoup de documents personnels) fait aujourd'hui partie des collections des *Columbia University Archives*, mais, à ma connaissance, il n'a pas encore, jusqu'à présent, fait l'objet d'un catalogage systématique. Toutefois, j'ai eu l'opportunité de consulter de manière cursive l'ensemble de ces matériaux, et il me semble important d'en présenter une petite partie dans ce qui suit[11].

1. LE FONCTIONNEMENT DE BOURBAKI

Les sources qui témoignent du travail collectif de Bourbaki révèlent aussi le fonctionnement du groupe[12]. Le fait que ces sources sont à notre disposition aujourd'hui (fait étonnant vu qu'elles ne sont pour la plupart que des versions préalables, on dirait même du brouillon) est d'ailleurs, à son tour, compréhensible par ce fonctionnement, car celui-ci, comme on va le voir dans un instant, rendait indispensable ces brouillons.

---

doute plus aujourd'hui, mais c'est en toute légitimité que je puis m'appuyer sur cette riche documentation. Toutefois, la collection des Archives Jean Delsarte étant à son tour limitée aux années antérieures à 1963, je n'ai pu étudier la discussion ultérieure.

[10] Liliane Beaulieu a développé une cotation des documents désormais consultables. Dans l'article, je me réfère plutôt à une numérotation des documents établie par Bourbaki lui-même à l'époque, en indiquant la concordance de ces numéros avec les cotes en vigueur en annexe. Les principales raisons pour ce faire sont que les auteurs des textes cités se servent parfois de cette numérotation pour se référer à d'autres documents, que la numérotation est homogène pour les documents désormais consultables et les autres, et finalement que ces numéros sont plus courts que les cotes. En revanche, la numérotation originale n'était pas établie selon des critères aussi systématiques que la cotation actuelle.

[11] La citation des documents contenus dans ces collections se fait avec l'autorisation de ces Archives.

[12] Liliane Beaulieu a exposé, exemples à l'appui, la mise en œuvre de cette méthode de travail dans sa thèse [Beaulieu 1990], dans son manuscrit [Beaulieu], ainsi que dans les textes introductifs de la base de données dont il a été question plus haut. C'est donc simplement pour la commodité du lecteur et sans prétendre à l'originalité que je donne quelques indications ici.