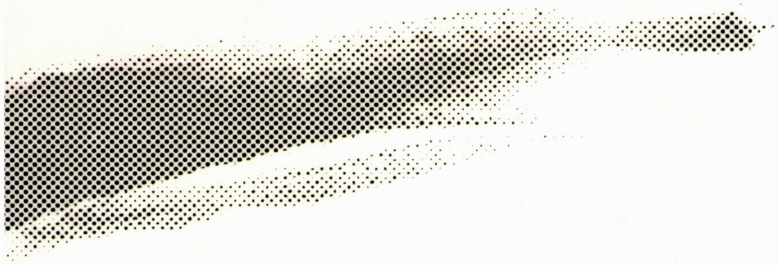
Cours Spécialisés

COLLECTION SMF



Exercices corrigés de théorie analytique et probabiliste des nombres

Gérald Tenenbaum

en collaboration avec

Jie Wu

Numéro 2

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Comité de Rédaction

Michèle AUDIN
Daniel BARLET (Directeur)
Jean-Benoît BOST
Paul-Louis HENNEQUIN
Rémi LANGEVIN
François LOESER
Joseph OESTERLÉ
Pierre SCHAPIRA

Diffusion

S.M.F. (vente directe)
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré
11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris cedex 05, France

MAISON DE LA S.M.F.
Société Mathématique de France
B.P. 67
13274 Marseille Cedex 09
France

A.M.S.
American Mathematical Society
P.O. BOX 6248, Providence
Rhode Island 02940, USA

Tarifs

(frais de port non compris)

Prix membres SMF : 130 FF
Prix membres AMS : 180 FF ($36)
Prix public : 200 FF

Directeur de la publication : R. Langevin

© *Société Mathématique de France 1996*

ISBN 2-85629-045-0

Exercices corrigés de théorie analytique et probabiliste des nombres

Gérald Tenenbaum
Professeur à l'Université Henri Poincaré–Nancy 1

en collaboration avec

Jie Wu
Chargé de Recherches au CNRS

classification AMS : 11-01

Table des Matières

Avant-propos ix
Notations xi

Tome I : Méthodes élémentaires 1

Chapitre I.0 Quelques outils d'analyse réelle
Énoncés 3
Solutions 4

Chapitre I.1 Les nombres premiers
Énoncés 6
Solutions 8

Chapitre I.2 Fonctions arithmétiques
Énoncés 13
Solutions 15

Chapitre I.3 Ordres moyens
Énoncés 20
Solutions 23

Chapitre I.4 Méthodes de crible
Énoncés 33
Solutions 37

Chapitre I.5 Ordres extrémaux
Énoncés 43
Solutions 45

Chapitre I.6 La méthode de van der Corput
Énoncés 49
Solutions 50

Tome II : Méthodes d'analyse complexe 55

Chapitre II.1 Fonctions génératrices : séries de Dirichlet
Énoncés 57
Solutions 59

Chapitre II.2 Formules de sommation
Énoncés 63
Solutions 64

Chapitre II.3 La fonction zêta de Riemann
Énoncés 65
Solutions 70

Chapitre II.4 Le théorème des nombres premiers et l'hypothèse de Riemann
Énoncés 78
Solutions 80

Chapitre II.5 La méthode de Selberg–Delange
Énoncés 84
Solutions 87

Chapitre II.6 Deux applications arithmétiques
Énoncés 97
Solutions 100

Chapitre II.7 Théorèmes taubériens
Énoncés 105
Solutions 109

Chapitre II.8 Nombres premiers en progressions arithmétiques
Énoncés 117
Solutions 120

Tome III : Méthodes probabilistes 127

Chapitre III.1 Densités
Énoncés 129
Solutions 133

Chapitre III.2 Fonction de répartition d'une fonction arithmétique
Énoncés 140
Solutions 144

Chapitre III.3 Ordre normal
Énoncés 155
Solutions 162
Chapitre III.4 Répartition des fonctions additives et valeur moyenne des fonctions multiplicatives
Énoncés 179
Solutions 185
Chapitre III.5 Entiers sans grand facteur premier. La méthode du col
Énoncés 196
Solutions 201
Chapitre III.6 Entiers sans petit facteur premier
Énoncés 213
Solutions 217
Bibliographie 227
Index 247