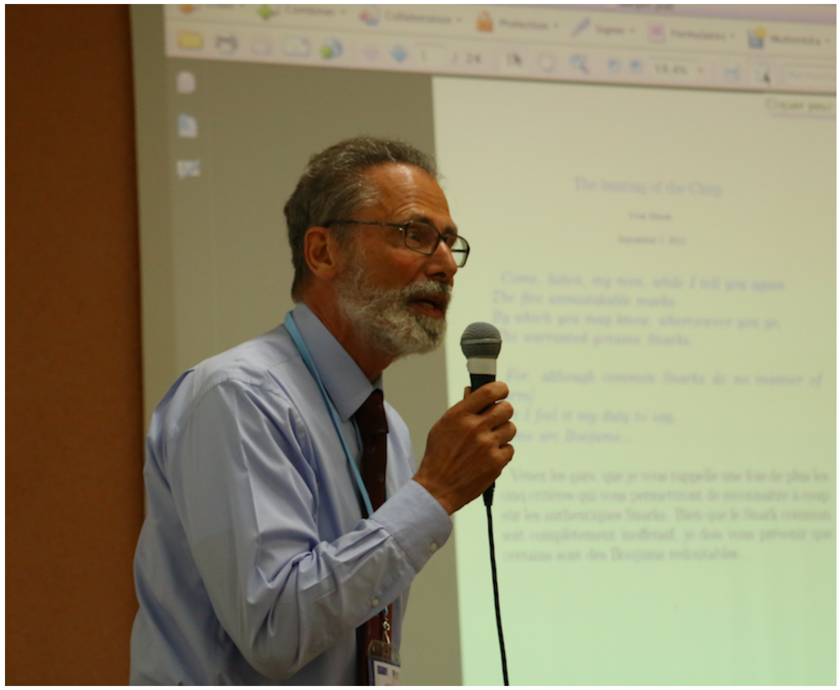
YVES MEYER

PRIX ABEL 2017

L'Académie des Sciences et des Lettres Norvégienne vient d'attribuer à Yves Meyer le prix Abel 2017 **"for his pivotal role in the development of the mathematical theory of wavelets"**. Ce prix, décerné chaque année, a été récemment institué: il fut attribué pour la première fois à Jean-Pierre Serre en 2003. Il récompense l'ensemble d'une oeuvre, et pallie l'absence de prix Nobel en mathématiques.

Yves Meyer est né à Paris en 1939. Il a passé sa jeunesse à Tunis où il a été élève du lycée Carnot, pépinière d'intellectuels renommés. Après des études brillantes à l'Ecole Normale Supérieure de Paris, il enseignera trois ans au Prytanée militaire de la Flèche, où il commencera une thèse ; durant ces années, il sera scientifiquement influencé par J.-P. Kahane, grande figure de l'analyse harmonique en France. Ce domaine des mathématiques est motivé par l'étude des fonctions à partir de leur décomposition en fréquences (séries et transformée de Fourier). La proximité de J.-P. Kahane permettra à Yves Meyer d'échapper à l'influence du groupe Bourbaki, alors prédominante dans les mathématiques françaises ; il en gardera toute sa vie un certain style, préférant la résolution de problèmes précis, l'étude d'objets ou de propriétés mathématiques remarquables, plutôt que la construction de théories abstraites. Ultérieurement, J.-L. Lions, fondateur de l'école de mathématiques appliquées française, aura sur lui une influence importante, le sensibilisant à la richesse du lien entre les mathématiques et leurs applications. Hormis de brefs passages au CNRS, il sera toute sa vie enseignant-chercheur, tout d'abord à Strasbourg, puis Orsay, Polytechnique, Dauphine, et enfin à l'Ecole Normale Supérieure de Cachan (aujourd'hui ENS Paris-Saclay), où il est professeur émérite.

Yves Meyer est membre de l'Institut, docteur honoris causa de l'Université Autonoma de Madrid, membre de l'American Academy of Arts and Sciences et de la U.S. National Academy of Sciences. Il a été titulaire du cours Peccot (enseigné chaque année au Collège de France par un jeune mathématicien de moins de trente ans). Il a reçu les prix Salem (1970), Carrière (1972) et le grand prix de l'Académie des Sciences (1984). Le prix Gauss lui a été attribué en 2010; ce prix est la plus haute distinction en mathématiques appliquées et récompense l'ensemble d'une oeuvre. Il avait auparavant été trois fois conférencier invité aux Congrès International des Mathématiciens, et une fois à l'ICIAM.



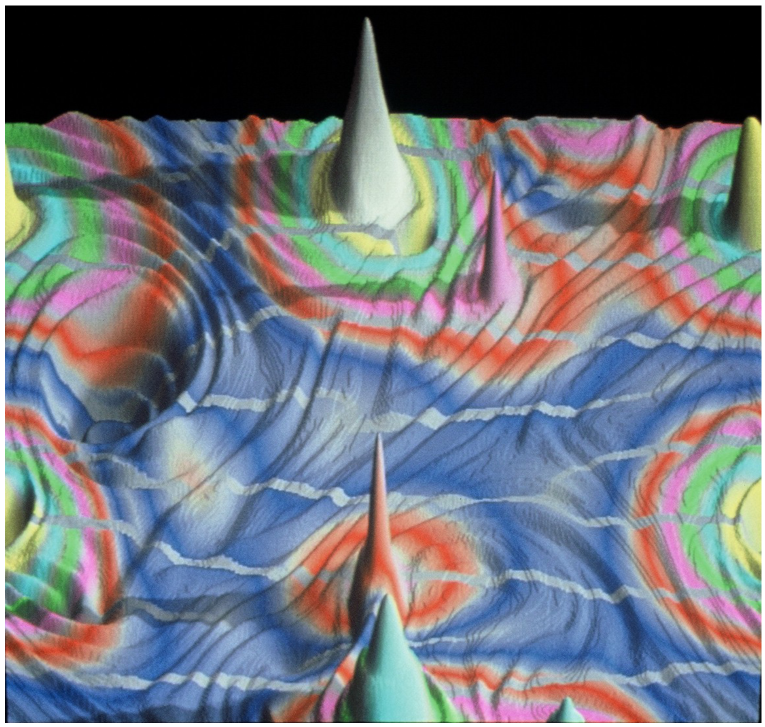
Yves Meyer lors de la journée en l'honneur de Patrick Flandrin, le 7 septembre 2015. On devine le titre de son exposé: "The hunting of the chirp". Préscience? coïncidence signifiante? le chirp le plus célèbre de l'histoire, l'onde gravitationnelle déclenchée par la coalescence de deux trous noirs, allait être détecté une semaine plus tard, assurant la première confirmation directe de la relativité générale dans des conditions extrêmes.

L'une des caractéristiques d'Yves Meyer est son éclectisme dans le choix de ses thèmes de recherche. Jeune, il s'intéressa à l'interface entre l'analyse harmonique et la théorie des nombres. Dans les années 1960, l'un des sujets majeurs dans ce domaine était celui de la *synthèse spectrale* (où s'illustrèrent tout particulièrement L. Schwartz et P. Malliavin). Ce thème de recherche très riche l'amena à construire la théorie des *ensembles modèles*, qui trouvera un développement inattendu, puisqu'elle ouvrira la voie aux quasi-cristaux, avant les travaux qui rendront R. Penrose célèbre. Il s'agit de construire des pavages de l'espace par des objets réguliers, et pour lesquels les pavages périodiques sont interdits. Ainsi, on ne peut pas paver le plan par des pentagones réguliers, mais cela est possible par un pavage *quasi-périodique* contenant des pentagones et des losanges, et un tel pavage aura des propriétés de symétrie pentagonale remarquables. Ces travaux ont trouvé des applications inattendues en chimie, grâce aux travaux de D. Gratias, D. Schechtman (qui reçut pour cela le prix Nobel de Chimie) et leurs collaborateurs. Yves Meyer est ensuite revenu sur ce sujet dans des travaux en collaboration avec B. Matei: en 2011, ils ont démontré que les ensembles modèles peuvent aider à reconstruire certains signaux sur lesquels on n'a qu'une information partielle sur la localisation de la bande de fréquence, et qu'échantillonner un signal sur un quasi-cristal peut permettre d'aller au delà de ce qui semblait permis par la théorie de Shannon. Ces développements apportent une contribution importante au paradigme du *compressed sensing* (échantillonnage compressif) qui s'est largement développé en traitement du signal, de l'image et de l'information depuis 2005 (travaux d'E. Candes, D. Donoho, T. Tao,...) et a conduit à des résultats spectaculaires pour la reconstruction d'images bruitées et dégradées. Y. Meyer, en utilisant les quasi-cristaux, a proposé ainsi une version déterministe à cette théorie.

En 1974, Yves Meyer effectue une visite aux Etats-Unis, à Washington University, à Saint Louis. Là, R. Coifman lui décrit le *programme de Calderón*, vaste programme scientifique motivé par les équations aux dérivées partielles, et dont le but était l'étude des opérateurs d'intégrale singulière; ces opérateurs jouent un rôle central dans de nombreux problèmes issus de la physique (électrostatique ou électromagnétisme par exemple), dans des situations où la géométrie est peu régulière. Captivé par ce nouveau sujet, Yves Meyer résoudra la première conjecture centrale de la théorie, concernant la continuité de l'intégrale de Cauchy sur les courbes lipschitziennes, en collaboration avec R. Coifman et A. MacIntosh. Ce travail ouvrira la voie aux célèbres travaux de G. David et J.-L Journé (théorème T(1) qui donne un critère simple de continuité des opérateurs de Calderón-Zygmund), X. Tolsa (conjecture de Painlevé), P. Auscher, P. Tchamitchian et al. (conjecture de Kato sur la racine carrée des opérateurs accrétifs), G. David (conjecture de Vitushkin sur la capacité analytique),... La plupart de ces brillants mathématiciens sont d'anciens élèves d'Yves Meyer.

En 1984, Yves Meyer abandonne ce sujet dont il était devenu l'un des maîtres incontestés pour se lancer dans une nouvelle aventure : les ondelettes. Cette théorie est basée sur l'intuition de l'ingénieur géophysicien J. Morlet, qui travaillait dans la détection pétrolière, pour Elf-Aquitaine ; il étudiait les signaux obtenus en *sismique par réflexion*: une vibration est émise vers l'intérieur de la terre, et est réfléchie par les différentes couches du sous-sol ; on cherche à reconstituer la nature du sous-sol à partir de l'étude de signal reçu. J. Morlet proposait de décomposer les signaux qu'il étudiait en des composantes élémentaires simples, ayant toutes la même forme; en collaboration avec le physicien théoricien A. Grossmann il formalise cette idée, introduisant ainsi la *transformée continue en ondelettes* (on décompose le signal sur toutes les translatées-dilatées de l'ondelette). Yves Meyer découvre l'article correspondant au hasard d'une discussion autour de la photocopieuse que partageaient mathématiciens et physiciens à l'Ecole Polytechnique, et il perçoit immédiatement le lien avec les théories mathématiques qu'il avait précédemment explorées. Il sera le catalyseur de cette aventure qui, initiée par une poignée de scientifiques, allait révolutionner le traitement du signal, la statistique, et avoir une influence profonde sur l'ensemble de l'analyse mathématique. En effet, si les décompositions multi-échelles étaient un outil familier aux spécialistes du traitement du signal et de l'image (elles correspondent à l'idée naturelle d'une image observée simultanément à plusieurs résolutions), la formalisation mathématique qu'en fournissent les bases orthonormées d'ondelettes leur donne une puissance incomparable ; une base d'ondelettes a une structure algorithmique particulièrement simple: ses éléments ont tous la même forme, et se déduisent les uns des autres par une famille discrète de translations-dilatations. Certaines bases orthonormées d'ondelettes existaient déjà: la première avait été découverte par A.

Haar en 1909, et était engendrée par une fonction constante par morceaux; d'autres ondelettes, polynomiales par morceaux, avaient été construites par J.-O. Strömberg, mais étaient restées méconnues de la communauté scientifique. En 1986, dans un article en collaboration avec P.-G. Lemarié, Yves Meyer construit les premières bases d'ondelettes sur $\mathbb{R}^d$ et appartenant à la classe de Schwartz, puis avec S. Mallat, il développe le concept d'analyse multirésolution, qui établit véritablement le lien avec les *algorithmes pyramidaux* utilisés auparavant en traitement du signal et de l'image. L'apport fondamental d'Yves Meyer va être de comprendre la pertinence de cet outil dans de multiples problèmes mathématiques, et pour de nombreuses applications. Parmi les proches collaborateurs d'Yves Meyer, et qui, à ses côtés, feront le succès des ondelettes, on peut citer S. Mallat, qui introduira les algorithmes de décomposition rapide, outil indispensable pour transformer une belle théorie mathématique en un outil utilisable pour effectuer le traitement des signaux et des images en temps réel ou I. Daubechies, qui découvrira les ondelettes à support compact, les plus couramment utilisées dans les applications. L'imposant ouvrage en trois volumes "*Ondelettes et opérateurs*" qu'Yves Meyer publiera en 1990 aura un profond impact sur la communauté mathématique, et bien au-delà. Il y établit notamment le lien avec ses travaux antérieurs en montrant que les bases d'ondelettes fournissent une décomposition remarquablement simple des opérateurs de Calderón-Zygmund. Il montre également que, contrairement aux séries de Fourier, les bases d'ondelettes sont adaptées à une très large gamme d'espaces fonctionnels, et fournissent dans chaque cas une décomposition numériquement stable (on parle de *bases inconditionnelles*). D. Donoho percevra l'immense potentiel de ces caractérisations d'espaces en statistique, et il développera, avec ses collaborateurs I. Johnstone, D. Picard, G. Kerkacharian,... un ambitieux programme basé sur ce paradigme. Les ondelettes sont aussi aujourd'hui un outil essentiel de l'analyse multifractale. Ce domaine scientifique très interdisciplinaire prend sa source dans les travaux fondateurs de N. Kolmogorov en turbulence dans les annéees 1940, puis dans ceux de B. Mandelbrot, J.-P. Kahane, J. Peyrière et J. Barral qui introduiront et analyseront les modèles probabilistes correspondants (cascades multiplicatives). U. Frisch et G. Parisi lui ont donné sa forme définitive en découvrant le *formalisme multifractal* qui établit une relation entre singularités ponctuelles et régularité globale d'une fonction. Bien au delà de la motivation initiale fournie par l'analyse de la turbulence, l'analyse multifractale permet de décrire et classifier les signaux et images présentant des propriétés d'auto-similarité statistique (travaux de P. Abry, A. Arneodo, S. Jaffard, S. Seuret, et leurs collaborateurs). Yves Meyer y apportera deux contributions d'une grande originalité: d'une part en établissant des caractérisations par ondelettes de différents types de singularités ponctuelles, puis en établissant un lien inattendu entre multifractalité et représentations "creuses" sur une base d'ondelettes (le réarrangement décroissant des coefficients est à décroissance rapide). Les décompositions en ondelettes sont devenues un outil incontournable dans toutes les opérations liées au traitement du signal, de l'image et de la vidéo : codage, transmission, reconstruction d'images floues et/ou bruitées,... ; elles ont ainsi permis la reconstruction des images floutées émises durant les premières années de fonctionnement du téléscope spatial Hubble (travaux de S. Roques et ses collaborateurs). Le standard JPEG 2000, utilisé comme norme en compression d'image, est basé sur une décomposition en ondelettes bi-orthogonales due à A. Cohen, I. Daubechies, et J.-C. Fauveau. Les ondelettes jouent également un rôle central dans la résolution d'une très grande classe de problèmes dits "problèmes inverses" (travaux de D. Donoho, E. Candes, J.-L. Starck, et leurs collaborateurs). Enfin, tout récemment, S. Mallat et ses collaborateurs ont introduit de nouvelles méthodes d'apprentissage par réseaux neuronaux profonds basées sur des transformées en ondelettes itérées du signal.



Analyse continue en ondelette (de Morlet) d'un écoulement turbulent bidimensionnel calculé par simulation numérique. La visualisation superpose :
- la vorticité, la hauteur de la surface correspondant à la valeur du champ,
- le module de la transformée en ondelettes de la vorticité (en couleur) et le zéro de la phase (isolignes grises).
Marie Farge et Matthias Holschneider, avec Jean-François Colonna pour la visualisation

Dès le début de l'"aventure des ondelettes", une dualité s'était instaurée entre les décompositions *temps-échelle* (les ondelettes permettent une analyse du signal à toutes les échelles disponibles), et l'analyse *temps-fréquence*, paradigme qui pallie le défaut de non-localité de l'analyse de Fourier en effectuant d'abord une localisation (on multiplie le signal par une "fenêtre"), puis une analyse en séries de Fourier adaptées à chaque fenêtre. Le nom du physicien D. Gabor (Prix Nobel de Physique pour l'invention de l'holographie) est généralement associé à ce type d'analyse. Des applications spectaculaires des transformées de Gabor continues (on utilise toutes les translations et toutes les fréquences) en traitement du signal (parole, musique,...)

seront obtenues dès le fin des années 80 par P. Flandrin, B. Torrésani et leurs collaborateurs. Là aussi, une évolution du continu au discret sera réalisée, conduisant aux *bases de Wilson* construites par I. Daubechies, S. Jaffard et J.-L. Journé, et pour lesquelles la “fenêtre” utilisée peut être l'une des ondelettes introduites par Yves Meyer et P.-G. Lemarié dans leur première construction historique (l'existence de telles bases avaient été conjecturée par K. Wilson dans le cadre de la théorie de la renormalisation, pour laquelle il a reçu le prix Nobel de Physique). L'efficacité numérique de ces bases pour la détection du “chirp” émis par la coalescence de deux trous noirs avait été montrée par S. Klimenko; elle a été spectaculairement mise en lumière il y a un an par leur utilisation dans l'algorithme numérique de traitement du signal qui a permis la détection de l'onde gravitationnelle générée par la collision de deux trous noirs. En collaboration avec R. Coifman, Yves Meyer donnera un nouveau tournant à ces développements en améliorant les *bases de Malvar*, autres bases temps-fréquence dont ils montreront que la taille des fenêtres peut être adaptée au signal analysé. De telles décompositions sont pertinentes pour l'analyse des signaux de parole (travaux de V. Wickerhauser, E. Wesfreid, ...). On les retrouve aussi dans les formats de compression audio MP3 et MPEG2AA utilisés dans les IPOD et Iphone.

R. Coifman, et Yves Meyer construiront également les *paquets d'ondelettes*, qui forment une variante des bases d'ondelettes classiques; ces nouveaux systèmes ne sont plus des bases à proprement parler: on décompose le signal sur un “dictionnaire” composé d'un ensemble de fonctions très redondant; puis on sélectionne, au sein de ce dictionnaire, une famille composée d'un très petit nombre d'éléments, qui permette de représenter le signal avec une très haute précision. La recherche d'une meilleure décomposition pour représenter un signal ou une image sur un système redondant conduit aux *représentations parcimonieuses* (le signal se représente à l'aide de très peu de coefficients sur un tel système), qui jouent aujourd'hui un rôle capital en traitement du signal et de l'image.

Au début des années 1990, Yves Meyer s'intéresse aux équations de la mécanique des fluides (équations de Navier-Stokes). Il lance un programme de recherche ambitieux sur les solutions dites *mild* de ces équations, qui avaient été introduites par T. Kato dans les années 1980; il développera ce programme avec ses étudiants M. Cannone, F. Planchon et L. Brandolese. Il s'est en fait avéré que des méthodes plus anciennes que les décompositions en ondelettes (mais de même nature), fournies par les décompositions de Littlewood-Paley, étaient les mieux adaptées à ce problème. Il faut noter que ces décompositions étaient un outil important pour l'étude des opérateurs de Calderón-Zygmund. Sous l'influence de P.-L. Lions, Yves Meyer s'intéresse plus généralement aux problèmes d'analyse non linéaire issus des équations aux dérivées partielles (lemme *div-curl*, injections de Sobolev précisées,...). Ils montreront ainsi la pertinence des méthodes d'analyse harmonique (ondelettes ou Littlewood-Paley) sur quelques questions d'importance cruciale pour la résolution des EDP non linéaires issues de la physique.

La proximité avec J.-M. Morel à Dauphine puis à Cachan permettra des fertilisations croisées particulièrement fructueuses avec l'école de traitement d'image que celui-ci a fondée en France. Ainsi, Yves Meyer donnera une nouvelle impulsion aux fameux *"modèles u+v"* de Rudin-Osher-Fatemi (introduits pour séparer les contours de la texture dans les images), et les idées qu'il a introduites dans ce domaine seront développées par L. Rudin, S. Osher, L. Vese, A. Chambolle, J.-F. Aujol, ...

Yves Meyer lancera aussi des élèves sur des pistes qu'il ne suivra pas lui-même: c'est par exemple le cas de la première d'entre eux, A. Bonami: les résultats fondateurs de sa thèse, concernant l'hypercontractivité, ont été le point de départ d'un grand nombre de travaux importants, tant en analyse qu'en physique mathématique.

Yves Meyer lors du colloque à la mémoire de B. Mandelbrot à l'Ecole Polytechnique. Les deux scientifiques partageaient une immense culture, la passion du travail interdisciplinaire et une haute idée de la science, qui les a tenus éloignés des chapelles académiques (photographie de Murad Taqqu).

Des caractéristiques importantes d'Yves Meyer sont sa passion pour l'enseignement et son immense générosité, partageant sans compter ses idées et ses intuitions avec tout ceux qui l'approchent. Ceci explique sans doute pourquoi il a été un directeur de thèse si prolifique (il a eu une cinquantaine de thésards), et si unanimement loué par ses anciens élèves. On ne pourrait citer tous les mathématiciens qui, de près ou de loin, ont profité de son contact; rappelons seulement combien l'émergence et le rayonnement actuel de l'école d'analyse espagnole doivent à l'aide fraternelle qu'Yves

Meyer lui a constamment prodiguée. Au-delà de la profondeur des nombreuses idées qu'il a introduites, Yves Meyer est aussi admiré pour avoir été le centre d'un réseau où intervenaient des scientifiques issus de très nombreuses disciplines. La science est aujourd'hui de moins en moins cloisonnée, et de grandes percées sont obtenues par mise en contact de communautés très différentes qui réfléchissaient, chacune de son côté, sur des problèmes similaires. Le grand succès des ondelettes, dont Yves Meyer a été le moteur, en est un exemple éclatant. Son parcours illustre aussi l'un des paradigmes les plus importants de la science actuelle : la frontière que certains ont voulu voir entre science fondamentale et appliquée, n'existe pas : Yves Meyer a donné à de multiples occasions la preuve que des idées profondes, qui ont montré leur pertinence sur des problèmes mathématiques extrêmement théoriques, peuvent s'avérer être la clef qui ouvre la porte à des applications spectaculaires (et vice-versa), comme en atteste le titre provocateur qu'il avait donné à l'un de ses exposés : *De la recherche pétrolière à la géométrie des espaces de Banach*.

Chacun de ses anciens élèves peut témoigner de l'importance qu'il a toujours attachée à la transmission de la science et aux valeurs d'humanisme et de tolérance qui lui sont liées. A une époque qui se replie sur les seules valeurs matérielles, l'exemple qu'il donne n'en est que plus remarquable.

Stéphane Jaffard
Professeur à l'Université Paris-Est Créteil