



Texte préparatoire aux auditions de la « Mission Mathématiques »

Sous la responsabilité de **Cédric Villani** et **Charles Torossian**

Jeudi 30 novembre 2017 (9h30-12h15), Lycée Buffon, 16 boulevard Pasteur, 75015 Paris

Les recherches en sciences de l'éducation s'attachent à décrire et analyser les phénomènes éducatifs dans la diversité des publics, des terrains et des pratiques, en visant l'utilité sociale des connaissances produites dans une diversité de secteurs professionnels selon des finalités de développement humain. Les sciences de l'éducation sont pluridisciplinaires par définition ; elles interagissent avec d'autres disciplines, en sciences humaines et sociales et en didactiques notamment, en particulier sur les problématiques relatives à l'enseignement dans le secteur scolaire.

Dans leur souci de dialogue avec les autres disciplines, les collègues de sciences de l'éducation considèrent qu'ils n'ont pas de légitimité à répondre aux questions [3] et [4] qui, en portant sur les conditions d'entrée à l'Université dans une formation en mathématiques, relèvent davantage de la discipline « mathématiques », 25^e et 26^e section du CNU, qui a la charge de ces formations.

[1] La place du calcul dans l'enseignement mathématique (lycée, licence).

Le calcul est une activité transversale aux mathématiques qui lui est essentielle. Si, pour le mathématicien, le calcul permet d'obtenir des résultats (au sens large), dans l'enseignement, son apprentissage remplit également une autre fonction : celle de permettre aux élèves de comprendre les objets mathématiques qu'il engage, à la fois les objets sur lesquels on calcule (polynômes, fonctions, matrices, séries, etc.), les opérations engagées dans les calculs (produit scalaire, calculs trigonométriques, produit vectoriel, dérivation, intégration, etc.) ainsi que les propriétés de ces opérations comme de celles des ensembles des objets calculés (relation de Chasles pour l'addition des vecteurs ou pour l'intégration, linéarité de la dérivation, structure d'anneau sous-jacente aux opérations sur les polynômes, etc.).

Au-delà du moyen de produire un résultat, le calcul constitue une activité soutenant le processus de résolution d'un problème. Ainsi, dans l'enseignement, le calcul doit être appris en relation avec les champs des problèmes qu'il permet de résoudre : il doit être suffisamment maîtrisé pour être utile à la résolution de problème, et compris dans la diversité des contextes afférents pour avoir une véritable fonction heuristique.

[2] Les paliers d'acquisition pour le calcul et les automatismes (collège, lycée, licence) [opérations, fractions, proportionnalité, calcul algébrique, calcul différentiel, etc.] ?

La question de l'acquisition du calcul ne peut se traiter de façon univoque, sans développer la multiplicité des sens du terme « calcul » et des activités qui lui sont associées, lesquelles dépendent également des instruments à disposition. En ce qui concerne le calcul numérique, les élèves doivent comprendre qu'il repose sur les propriétés des objets sur lesquels il s'effectue et sur celles des opérations engagées.

Par exemple, la technique posée de la soustraction des entiers repose sur la décomposition des nombres selon les puissances de dix et sur une propriété fondamentale de cette opération qui peut être formulée ainsi : la différence entre deux termes n'est pas modifiée, si l'on ajoute le même nombre à chacun de ces deux termes. C'est ce qui explique la gestion de la retenue, par exemple pour effectuer la soustraction $165 - 38$ par cette technique, mais c'est aussi cette propriété qui peut être utilisée dans une technique de calcul raisonné comme $165 - 38 = 167 - 40 = 127$. L'exemple de la mise au même dénominateur des fractions pour leur addition, ou celui de la réduction des sommes de monômes de même degré pourraient conduire à des développements analogues.

Les recherches montrent bien que les difficultés rencontrées par les élèves pour calculer ne concernent pas les techniques de calcul de manière isolée, mais bien à la fois la compréhension de ces techniques, des propriétés sous-jacentes et des objets sur lesquels portent ces calculs. Les travaux en psychologie et en didactique des mathématiques sont également nombreux à montrer que l'apprentissage des opérations est long si l'on y admet les problèmes relatifs à ces opérations. Certains auteurs désignent par « calcul relationnel » l'activité qui consiste à modéliser un problème par la mise en relation des variables et des grandeurs en jeu.

Depuis longtemps déjà, nous savons que la capacité de calcul numérique n'est pas suffisante pour expliquer la capacité à résoudre un problème, la capacité à modéliser, schématiser, effectuer du calcul relationnel est déterminante. En outre, pour une même opération portant sur les mêmes valeurs numériques, pour une même structure linguistique de l'énoncé, la réussite à un problème conduisant à ce calcul est variable suivant des facteurs qui tiennent aux relations entre les grandeurs en jeu. Ainsi, pour les problèmes additifs, les problèmes de composition, de variation ou de comparaison de mesures ne sont pas équivalents en termes de difficulté. Deux problèmes de variation d'une mesure ne sont pas non plus de difficulté équivalente suivant que l'inconnue est la valeur de l'état final, de l'état initial ou de la variation. Rappelons également que la variabilité des procédures de résolution, par exemple dans les problèmes de proportionnalité, constitue un facteur de complexité qui explique la difficulté d'apprentissage de leur résolution, dans l'enseignement scolaire comme, ultérieurement, dans l'enseignement professionnel.

Le calcul algébrique pose encore d'autres problèmes d'enseignement lié au fait qu'il ne constitue pas un simple prolongement du calcul numérique par généralisation. Les recherches en didactique des mathématiques, au niveau de l'enseignement secondaire, sont nombreuses à montrer que les réussites en calcul algébrique dépendent étroitement des situations à traiter, notamment suivant qu'il s'agit d'un calcul isolé, de transformer une expression pour l'adapter au problème à résoudre, ou encore d'utiliser l'algèbre pour établir une propriété ou résoudre un problème plus ouvert.

La question des paliers est différente : les recherches en sciences de l'éducation et en didactique des mathématiques conduisent à soutenir que l'enseignement du calcul ne peut se réduire à l'acquisition de gestes techniques indépendamment de l'apprentissage : 1) des propriétés des objets calculés et des opérations engagées ; 2) des situations dans lesquelles ces calculs sont pertinents (situations que les opérations effectuées modélisent). Parallèlement, l'acquisition du calcul doit être suffisante pour que les processus cognitifs, libérés des mises en œuvre techniques, puissent se concentrer sur les problèmes mathématiques à résoudre, qui engagent le raisonnement, pas seulement l'application directe d'un calcul. La progression de l'enseignement du calcul, dans les programmes scolaires comme dans les classes, doit donc reposer sur une complexification progressive et simultanée des calculs à effectuer, de l'apprentissage de leurs automatismes et des problèmes afférents à résoudre. Dans cette complexification progressive, les instruments mis à disposition des élèves (qui eux-mêmes doivent être maîtrisés) constituent une variable didactique importante suivant qu'ils relèvent des seules capacités mentales des élèves (calcul mental), du papier-crayon (calcul raisonné et calcul posé) ou d'instruments technologiques (calculatrice, tableur, etc.).

Indiquons, pour conclure sur cette vaste et importante question, que la maîtrise du calcul doit être suffisante pour laisser place au raisonnement, et qu'à cette fin :

- les élèves doivent acquérir simultanément le calcul et la résolution de problèmes (tant sur ceux qu'ils ont déjà appris à résoudre que sur d'autres jamais rencontrés) ;
- les élèves doivent développer à la fois des automatismes, des capacités à adapter les procédures acquises, des moyens de prendre des initiatives pour résoudre un problème dans une situation nouvelle ;
- les élèves doivent enfin acquérir des moyens de contrôler ou de critiquer des résultats apportés par un instrument technologique, comme par exemple la valeur donnée par un tableur, le graphe tracé par une calculatrice ou la conclusion apportée par un logiciel de géométrie dynamique.

[3] Que faut-il attendre de la formation en mathématiques pour les futurs étudiants des universités ? Cas des bacheliers professionnels.

[4] Peut-on commencer les mathématiques sans prérequis à l'Université (cas des sections professionnelles, littéraires, technologiques, etc.)

[5] Les licences pluridisciplinaires pour préparer à l'enseignement primaire notamment.

Le point de vue défendu par les sciences de l'éducation sur cette question est celui d'un programme ambitieux correspondant à trois années de formation pouvant déboucher sur différents métiers relatifs à l'éducation et la formation (dont l'enseignement scolaire, mais aussi l'intervention pédagogique en milieu scolaire ou périscolaire) et qui préparerait de façon efficace à l'entrée en master professionnel MEEF premier degré. Il en résulterait, pour le métier de professeurs des écoles, une formation en cinq années, comme c'est le cas dans de nombreux pays.

Bien sûr les futurs professeurs des écoles doivent être formés dans les disciplines qu'ils auront à enseigner. Pourtant, si cette condition est nécessaire, elle est loin d'être suffisante, pour au moins deux raisons :

- 1) la formation dans la discipline scolaire ne suffit pas à assurer la connaissance et la compréhension des enjeux des savoirs à enseigner, au fur et à mesure de la scolarité, ni celle des régularités concernant leurs apprentissages (et des difficultés associées) ;
- 2) l'enseignement est un métier qui nécessite une connaissance de l'environnement socio-éducatif, de l'ensemble des acteurs de l'institution, des enfants et adolescents dans le processus de leur développement, ainsi que des outils contemporains (apports et limites), etc.

Les recherches, en sciences de l'éducation et en didactique des mathématiques notamment, fournissent de nombreux exemples permettant de soutenir et d'illustrer que la formation disciplinaire en mathématiques ne suffit pas à préparer à l'enseignement. Ainsi, par exemple, la connaissance des nombres, telle qu'elle est partagée par les étudiants à l'issue du baccalauréat, ne leur permet pas de comprendre, entre autres, comment les activités de comptage ne suffisent pas à l'élève de l'école maternelle pour construire la dimension cardinale des nombres. De même, leurs connaissances en géométrie ne leur permettent pas de distinguer les différentes perceptions des figures géométriques par les élèves au cours de l'enseignement primaire, ni les traitements associés (reconnaissance globale de formes, reconnaissance locale de propriétés, instruments et mesure, raisonnement, etc.). Les recherches ont aussi montré, par exemple, que le passage de l'arithmétique à l'algèbre ne s'effectue pas de manière continue, ce qui ne peut être ni perçu ni compris avec les seules connaissances mathématiques d'un élève de lycée.

En ce qui concerne l'exercice du métier, de nombreuses recherches en sciences de l'éducation apportent là encore des analyses indispensables à une pratique éclairée dans le secteur éducatif. Certaines d'entre elles portent, par exemple, sur l'enseignement en éducation prioritaire où les besoins des élèves sont plutôt mal identifiés, ce qui conduit souvent à laisser implicites certains aspects des apprentissages mathématiques visés, ou à les revoir à la baisse. De nombreux exemples de recherche pourraient également être cités quant aux inégalités scolaires (sociales, mais aussi entre filles et garçons), ou quant à l'enseignement des mathématiques aux élèves à besoins spécifiques. Concernant les instruments technologiques, les recherches en sciences de l'éducation montrent leur influence considérable sur l'organisation du travail, les formes de médiation et les activités individuelles et collectives, impliquant une appropriation et une acculturation numérique bien en amont. De nombreux autres travaux pourraient encore être cités.

En conséquence, une formation exigeante et de qualité, au niveau Licence, qui préparerait au master MEEF premier degré, visant notamment l'enseignement primaire, devrait être *pluridisciplinaire* – en cohérence avec les contenus de formation présents dans ce master –, mais pas seulement au sens des disciplines scolaires. Elle devrait comprendre aussi des enseignements de didactiques de ces disciplines qui permettent l'appropriation des enjeux d'apprentissage de tels savoirs, leur reconnaissance dans les activités scolaires proposées aux élèves, la prise en compte des difficultés récurrentes d'apprentissages et ce, dans les différentes facettes de l'exercice du métier que sont la préparation des cours, l'enseignement en classe, ainsi que l'évaluation des apprentissages. Elle devrait comprendre enfin une pluralité d'enseignements de sciences humaines et sociales, moins directement connectés aux disciplines scolaires, mais essentiels pour envisager ce que recouvre le métier d'enseignant avec, par exemple, les apports de : la psychologie de l'éducation en lien avec le développement de l'enfant et des manières d'apprendre ; la psychologie clinique car l'enseignement est un métier de la relation qui engage affectivement les tenants de cette relation ; des technologies éducatives ; l'histoire et la sociologie de l'éducation ; la philosophie de l'éducation ; les sciences de l'éducation (approches *inter-* et *transdisciplinaires*, approches *interculturelles*). Cette formation en Licence devrait par ailleurs s'accompagner de stages d'observation de classes, en France comme à l'étranger, pour que les étudiants puissent prendre conscience de la complexité des situations d'enseignement et de la relativité culturelle et institutionnelle des formes scolaires. Les enseignements cités précédemment sont indispensables à la réflexion et l'analyse de ces observations.

Notre constat concernant les *Licences pluridisciplinaires* est celui de leur grande hétérogénéité, pas toujours en faveur d'un cursus apportant une réponse complète et construite aux besoins spécifiques des futurs étudiants des Masters MEEF premier degré, comme à ceux des différents intervenants pédagogiques en milieu scolaire ou périscolaire. Les sciences de l'éducation, en lien avec les autres disciplines impliquées, pourraient porter une telle Licence, en garantissant ainsi une formation adaptée.

Notre préconisation est qu'un cahier des charges précis doit être établi, comprenant un *curriculum* commun minimal, afin qu'il constitue une référence pour les accréditations des *Licences pluridisciplinaires* préparant à l'enseignement primaire comme à l'intervention pédagogique en milieu scolaire ou périscolaire.