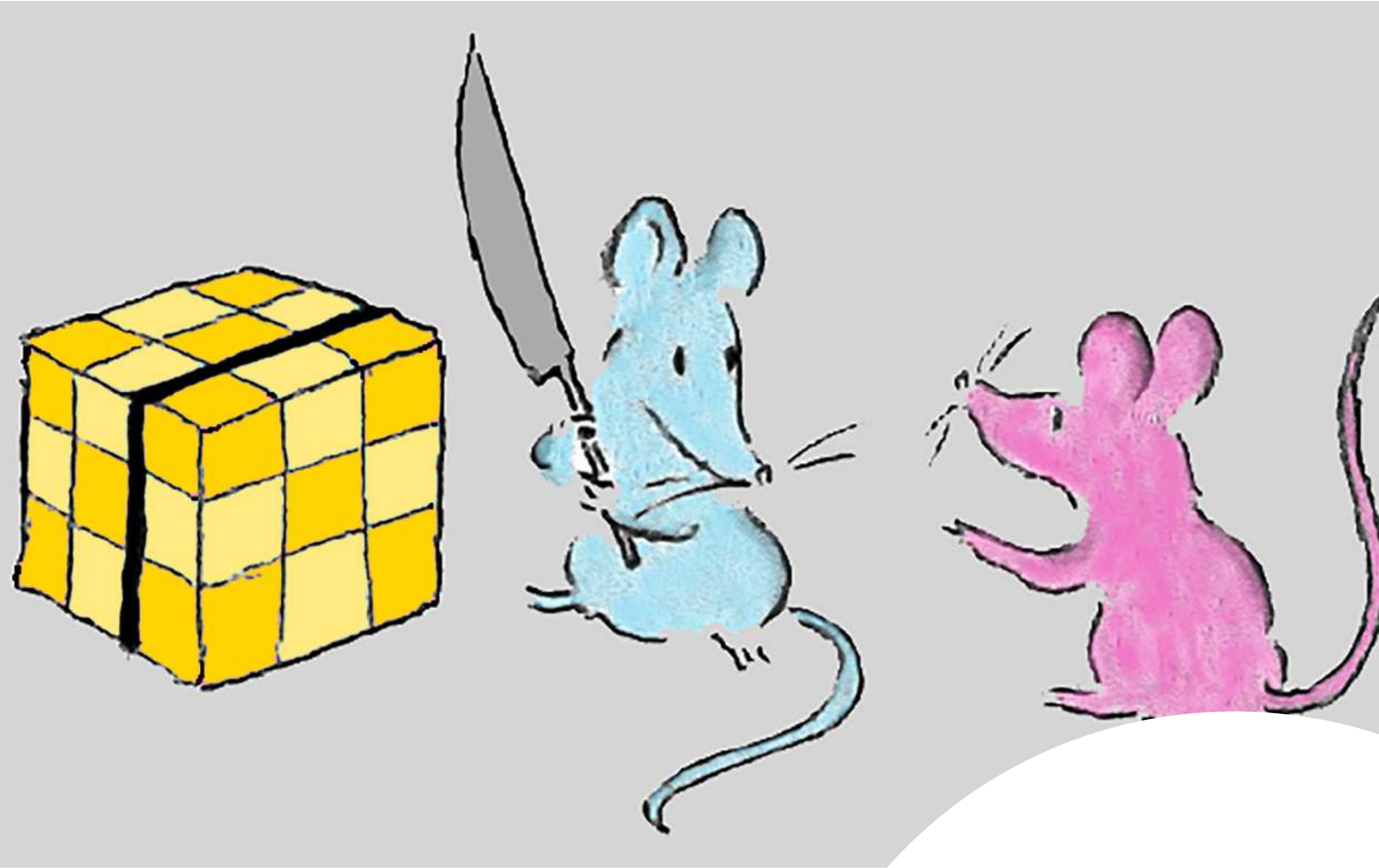
JANVIER 2025 – N° 183

la Gazette de la Société Mathématique de France



- **Dossier** – En hommage à Nicolas Bergeron
- **Mathématiques** – Mathématiques condensées et géométrie analytique
- **Mathématiques** – Les verres de spins et la formule de Parisi

Société Mathématique de France

la Gazette
de la Société Mathématique de France

Secrétariat de rédaction :
smf – Claire Ropartz
Institut Henri Poincaré
11 rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris cedex 05
Tél. : 01 44 27 67 96 – Fax : 01 40 46 90 96
gazette@smf.emath.fr – https://smf.emath.fr

Directrice de la publication : Isabelle Gallagher

issn : 0224-8999

Société Mathématique de France

À propos de la couverture. Peut-on découper ce fromage en 27 petits cubes en moins de six coupes ? Tadashi Tokieda, auteur de ce dessin, répond en page 18 (crédit : Tadashi Tokieda).

N° 183

Éditorial

À vous qui lisez La *Gazette*,

Pour cette année 2025 toute neuve, vous trouverez dans ces pages une collection de beaux souvenirs poétiques, des mathématiques fascinantes et des recommandations appuyées.

Comme une résonance, ce numéro s'ouvre et se ferme sur des formes oulipiennes. En hommage à Nicolas Bergeron, ses collègues et amis *se souviennent*. *Ses vies plus ou moins brèves* nous sont racontées par Bertrand Deroin et Julien Marché en écho à un article que Nicolas avait écrit en 2009 sur Jacques Roubaud. Tadashi Tokieda nous parle magie et mathématiques, au travers d'un entretien illustré avec Nicolas. Et Jean-Pierre Escofier *se souvient* de Jacques Roubaud, poète et mathématicien.

Arthur-César Le Bras nous fait découvrir de manière illustrée la très récente théorie des mathématiques condensées introduite par Clausen et Scholze, vers l'unification des différentes théories géométriques. Jean-Christophe Mourrat, lauréat du prix Yor en 2023, décrit les avancées sur les verres de spin, qui, de concept introduit par les physiciens, sont devenus un sujet d'intérêt majeur pour les mathématiciens, mêlant notamment probabilités et équations aux dérivées partielles.

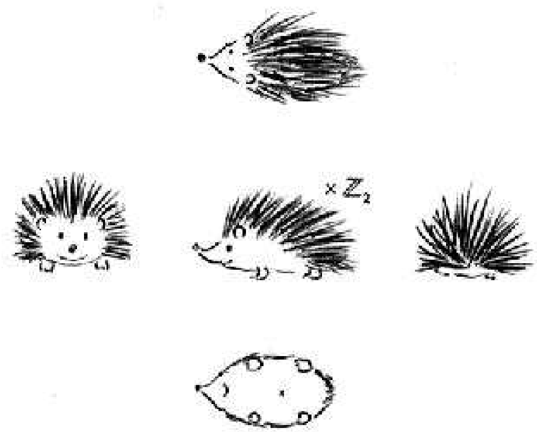
En septembre 2024, une lettre ouverte sur la parité dans les processus de recrutement des enseignants-chercheurs a rapidement recueilli des dizaines de signatures. Le Conseil Scientifique de l'Insmi s'est saisi du sujet et a publié fin octobre des recommandations argumentées. Ces deux textes sont reproduits dans ces pages.

Les bureaux des sections 25 et 26 du Conseil National des Universités reviennent sur leur première année de mandat et conseillent les futurs candidats à la qualification, aux promotions et aux primes. La section Mathématiques du cnrs évolue : elle reprend le numéro 1 et ses mots-clés sont revisités. Le CoNRS et l'Insmi lancent à cette occasion un appel à se porter candidat et à voter pour les élections à venir au printemps.

Le comité remercie chaleureusement Gabriel Rivière pour le magnifique travail qu'il a accompli ces dernières années pour la *Gazette*, et pour toutes les aventures vécues ensemble, les tempétueuses comme les plus calmes.

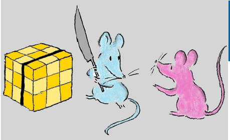
Nous souhaitons la bienvenue à Julien Sabin, qui nous rejoint pour remonter ce long fleuve pas si tranquille...

Le comité se joint à moi pour vous souhaiter une merveilleuse année mathématique, poétique et heureuse, et vous offre pour vos étrennes deux créations de Tadashi Tokieda.



Pauline Lafitte

la Gazette
de la Société Mathématique de France

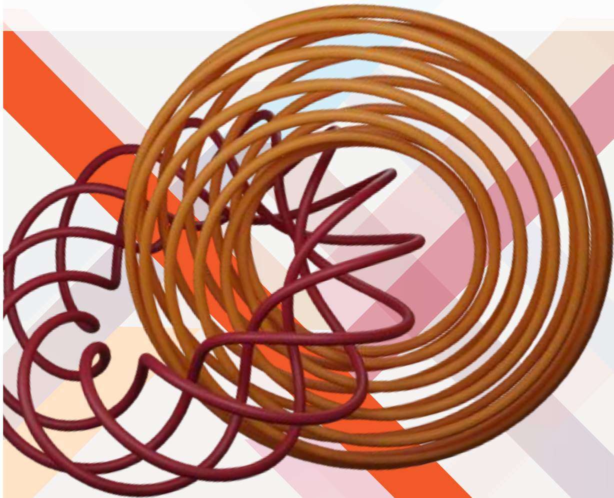


N° 183

Sommaire

SMF 2025

Quatrième congrès national de la Société Mathématique de France



Dijon
2
au
6
Juin
2025

https://smf2025.sciencesconf.org/

- Grégoire Allaire, École Polytechnique
- Laurent Bartholdi, CNRS & Université de Lyon 1
- Raphaël Beuzart-Plessis, CNRS & Aix-Marseille Université
- Frédéric Brechenmacher, École Polytechnique
- Anne Canteaut, INRIA Paris
- Nicolas Curien, Université Paris-Saclay
- Jean Fasel, Université Grenoble Alpes
- Julien Marché, Sorbonne Université
- Judith Rousseau, University of Oxford
- Jasmin Raissy, Université de Bordeaux
- Sylvia Serfaty, New York University
- Isabelle Tristani, CNRS & Université Côte d'Azur

Sessions thématiques parallèles :

- Géométrie algébrique
- Probabilités
- Topologie, algèbre
- Optimisation, contrôle
- Statistique
- Physique mathématique
- Groupes, systèmes dynamiques
- EDP, analyse numérique

Société Mathématique de France

INSTITUT DE MATHÉMATIQUES DE BOURGOGNE

IREM

@SocMathFr

Crédit photo : Rémi Coulon

Ateliers de discussion sur l'enseignement, la diffusion et la place des mathématiques dans la société

cnrs | uB | iUF institut universitaire de France | Dijon | ANR | FBFCM

Société Mathématique de France

Nº 183

Mot de la présidente

En ce début d'année 2025, je formule le souhait que cette nouvelle année apporte à chacun et à chacune d'entre vous de nombreuses satisfactions, tant personnelles que professionnelles.

Du côté de la SMF les activités à destination du grand public commenceront dès le mois de janvier avec la première conférence du cycle « Un texte, une aventure mathématique » (anciennement « Un texte, un mathématicien »). Cette conférence viendra clôturer la journée d'étude « Alexandre Grothendieck, mathématicien et militant » organisée conjointement par la SMF et la Bibliothèque nationale de France. L'année 2025 sera particulière pour ce cycle de conférences, puisque nous fêterons son vingtième anniversaire le 2 avril. Nous vous attendons nombreux pour fêter cet événement !

Le mois de janvier 2025 verra aussi le départ à la retraite de Christian Munusami, qui a travaillé à la Cellule de Diffusion de la SMF au CIRM à Marseille depuis sa création il y a plus de trente ans. Cette Cellule est le lieu où sont stockées et diffusées toutes les publications de la SMF ; je salue son travail dévoué pendant toutes ces années. Je profite de cet événement pour rappeler que la SMF est aussi une maison d'édition, publiant cinq revues mathématiques (les *Annales de l'ÉNS*, *Astérisque*, le *Bulletin de la SMF*, les *Mémoires*, et la *Revue d'Histoire des Mathématiques*) et plusieurs collections de livres. Nous présenterons dans une prochaine *Gazette* plus en détail notre activité éditoriale : la question du choix d'un bon modèle d'édition scientifique est en effet un sujet de première importance, notre communauté cherchant à se défaire le plus possible des maisons d'édition privées dont le coût des abonnements, voire parfois même de la publication, est souvent prohibitif. Le modèle d'édition de la SMF se doit de maintenir un équilibre entre l'ouverture (des centaines d'articles sont téléchargés gratuitement tous les mois depuis notre site internet, et le *Bulletin de la SMF* est depuis deux ans sous le principe « Subscribe to open ») et les coûts inhérents à toute maison d'édition. Tout cela vous sera détaillé dans un prochain numéro.

Sur un tout autre sujet : dans quelques semaines, comme tous les ans à la même époque, de nombreux comités de sélection se réuniront pour recruter ou promouvoir des collègues dans les universités et les organismes de recherche. Ces comités sont l'occasion d'améliorer le ratio homme/femme qui est notoirement très déséquilibré dans notre discipline : vous trouverez dans cette *Gazette* une lettre ouverte à ce sujet, qui a reçu le soutien de la SMF. Suite à la diffusion de cette lettre, le Conseil Scientifique de l'INSMI a rédigé des recommandations, que vous pourrez également lire dans ce numéro. Je formule le vœu que ces recommandations permettront de progresser sur ce sujet important.

La question de l'empreinte environnementale de notre activité est également un sujet d'importance, à laquelle la SMF réfléchit régulièrement. Il y a un peu plus d'un an, la SMF a soutenu un manifeste pour la « limitation de l'avion dans les laboratoires de mathématiques : horizon 2030 », et le Conseil d'Administration de la SMF a soutenu en mai 2024 une tribune rédigée par Stéphane Ballet, membre du Bureau de la SMF, que vous pouvez télécharger via ce qr-code. Ces questions sont plus que jamais d'actualité, et la SMF continuera à encourager toutes les initiatives visant à initier des débats collectifs sur notre responsabilité envers l'environnement.

Enfin le mois de janvier est le moment des bonnes résolutions : pourquoi ne pas envisager cette année de rejoindre le Conseil d'Administration de la SMF, renouvelé par tiers tous les ans et dont les élections auront lieu ce printemps ? N'hésitez pas à me contacter si vous voulez en savoir plus sur le rôle du Conseil d'Administration et du Bureau de la SMF. En attendant, il est temps de vous inscrire au congrès de la SMF qui aura lieu à Dijon cette année du 2 au 6 juin : vous y écouterez des exposés dans des domaines variés des mathématiques, et quatre tables rondes traiteront de sujets divers (l'enseignement des mathématiques, l'évaluation de nos dispositifs de médiation, l'élitisme en mathématiques, et l'impact de nos recherches).

Je vous souhaite à tous et à toutes une bonne année 2025, et n'oubliez pas d'adhérer et de faire adhérer à la SMF !

Le 4 janvier 2025

Isabelle GALLAGHER, présidente de la SMF

Je me souviens

Hommages à Nicolas Bergeron

Je me souviens de la première fois dont j'ai entendu parler de fonctions fuchsiennes et de leur découverte par Poincaré ; c'était un exposé donné par Nicolas qui mélangeait des mathématiques et des éléments historiques. J'ai été complètement séduit par cette façon de raconter des maths (*Aurélien Alvarez*).

Je me souviens qu'on a mangé des frites à La Biche au Bois, et que Nicolas nous racontait la division entre « provinciaux » et « parisiens » selon Bourdieu… (*Nalini Anantharaman*).

Je me souviens d'avoir couru les rues du Marais avec Nicolas pour écrire un portrait du poète Jacques Roubaud (*Michèle Audin*).

Je me souviens de Nicolas me parlant, avec la joie d'un gamin face à un énorme gâteau, des œuvres complètes de Poincaré qu'il avait reçues en cadeau pour Noël (*François Béguin*).

Je me souviens des savoureuses tablettes de chocolat que Nicolas apportait aux pauses café, et dont la dégustation accompagnait des discussions sans fin sur Poincaré, Durkheim et John Carpenter. (*Olivier Benoist*).

Je me souviens de sa belle humeur communicative, empreinte de beaucoup d'humour (*Michel Boileau*).

Je me souviens comme c'était agréable de discuter de maths avec toi, de ta bienveillance, ta gentillesse et ton enthousiasme (*Romain Branchereau*).

Je me souviens des pauses cafés d'équipe, à raconter des maths, des livres, des galéjades, nos cours, nos désaccords, nos émotions mathématiques, jusqu'à plus de chocolat (*Erwan Brugallé*).

Je me souviens de la conférence de Nicolas à la Bibliothèque nationale de France, de ses remontrances justifiées concernant la surreprésentation des lycées privés et privilégiés du centre de Paris, de son choix presque évident de Poincaré pour l'accompagner, de la préparation, de nos discussions sur les rappels nécessaires, de nos divergences sur l'importance du point de vue historique, du calibrage millimétré des textes, des images, des citations et du timing, je me souviens du jour J, de son style précis et décontracté, de mon stress face au chronomètre qui défilait tout en sachant l'étendue du chemin restant à parcourir, de l'enthousiasme et de la concentration que Nicolas communiquait, du public attentif, conquis, et de cet exposé millimétré dont Nicolas ne couvrirait finalement pas la dernière partie, et puis je me souviens de l'interaction magnifique avec le public, de Nicolas valorisant chaque question et chaque intervenant en rebondissant sur leurs suggestions pour finalement transmettre ce sur quoi il avait prévu de conclure, je me souviens donc de sa perception des nombres de Betti et de l'homologie persistante, des participants voulant continuer encore et encore à l'interroger, et du plaisir palpable d'un auditoire heureux (*Serge Cantat*).

Je me souviens du test numérique décisif de nos derniers travaux, et de la joie profonde de Nicolas à sa suite ; « LA fonction » prend bel et bien des valeurs algébriques en des nombres complexes cubiques judicieux (*Pierre Charollois*).

Je me souviens qu'il aimait tant faire de longues marches dans Paris et nos discussions en plein air (*Laurent Clozel*).

Je me souviens de Nicolas arrivant le matin dans le bureau qu'on partageait au bâtiment 425 du département de mathématique d'Orsay : le « salut » énergique de Nicolas et son sourire lumineux pendant qu'il posait son cartable étaient les signes annonciateurs d'une journée remplie d'intenses discussions mathématiques, d'échanges riches sur tout un tas de sujets (personnels, littéraires ou autres) et de contagieux éclats de rire ; une nouvelle journée joyeuse avec mon ami (*Sorin Dumitrescu*).

Je me souviens d'une personnalité exceptionnelle, lumineuse, magnétique, d'une force d'entraînement colossale qui ne semblait demander aucun effort, d'une gourmandise infinie aussi bien pour les tartes au citron et le chocolat que pour les livres (qu'il lisait en marchant !), les mathématiques (qu'il faisait en tous lieux), la musique, tout (sauf le sport !), qu'il adorait partager avec un enthousiasme communicatif (sauf peut-être les tartes au citron), de milliers d'anecdotes savoureuses contées avec un humour incroyable, d'un mathématicien hors norme qui pouvait faire d'énormes boulettes ($\mathbb{R}P^3$ est orientable ?!) et qui adorait qu'on le vanne, pour cela ou autre chose, d'un collègue qui savait révéler le meilleur de tous et toutes, aider chacun à trouver sa place, qui transformait les désaccords en source jouissive de débat où il avait l'art de mettre la juste dose de mauvaise foi et de provocation (pour toujours finir par conclure, dans mon cas, que c'est moi qui avais raison, dans un sourire satisfait) *(Hélène Eynard-Bontemps)*.

Je me souviens que Nicolas Bergeron était également doué pour le bonheur et les mathématiques *(Yves Duval)*.

Je me souviens de Nicolas assis sur un banc place des Vosges avec le poète Jacques Roubaud, discutant longuement des théories de Pierre Lusson et de l'influence déterminante de Claude Chevalley *(Emmanuel Ferrand)*.

Je me souviens de Barra da Tijuca, et d'un après-midi dans l'océan *(Charles Frances)*.

Je me souviens de *Help*, son email du 13 avril 2021 : « Je ne t'écris pas pour te crier mon amour des Beatles (bien réel au demeurant) mais pour t'appeler un peu à l'aide : je galère avec les motifs », *(Javier Fresan)*.

Je me souviens de son humour décapant et plein d'auto-dérision (on vient de démontrer un résultat pas mal pourtant) « Bah... On était à la chasse au sanglier et on a plutôt attrapé un lièvre ! » *(Damien Gaboriau)*.

Je me souviens des goûters de chez Marletti et des tablettes de chocolat Bonnat, mais aussi de nos départs en manif, de ces discussions où ton enthousiasme n'avait d'égal que ton érudition... et de ton rire, qui résonnait dans les couloirs du DMA *(Isabelle Gallagher)*.

Je me souviens des *Mémoires du cardinal de Richelieu* que Nicolas lisait avec gourmandise, et de m'être dit qu'on ne connaît jamais vraiment les gens *(Damien Gayet)*.

Je me souviens de cet éclat de joie dans les yeux devant un carré de chocolat ou un tableau tout aussi noir, mais surtout et avant tout de cette sincère et immense bonté et gaité qui de toi rayonnaient sans discontinuer *(Grégory Ginot)*.

Je me souviens d'un projet de livre d'exercices sur les surfaces auquel tu travaillais, jeune étudiant, de ta virtuosité à jouer déjà avec les tours de revêtements, bien avant ta thèse, pour démontrer le lemme de Dehn, de ton aveu d'égarement devant un comité de rédaction, pour quelques pages oubliées, et de la légèreté avec laquelle tu savais exprimer tes pensées les plus profondes, en maths comme devant la mort qui approchait *(Emmanuel Giroux)*.

Je me souviens des mains de Nicolas, capables de matérialiser les objets les plus abstraits dont il nous parlait, de les manipuler et les caresser jusqu'à ce qu'ils révèlent leurs propriétés qui nous étaient jusque là cachées ; et de ses yeux lumineux *(Antonin Guilloux)*.

Je me souviens de Nicolas un roman à la main en arrivant le matin, facétieux et rieur le midi au café, disponible pour les élèves à l'heure du thé, bienveillant et rayonnant tout le temps *(Cyril Imbert)*.

Je me souviens d'un sauvetage un soir à Jussieu, d'un dîner en bord de Somme, d'anniversaires souhaités chaque année et avant tout d'un regard empli d'attention et de clarté *(Clémence Labrousse)*.

Je me souviens des savoureux concours de galettes des rois sous les toits du DMA *(Vadim Lebovici)*.

Je me souviens des yeux rieurs de Nicolas quittant tôt Orsay pour aller écouter Gustav Leonhardt et Anner Bylsma interpréter Bach *(Pierre-Yves Le Gall)*.

Je me souviens de sa joie récente sur la terrasse des trois satrapes : visite de l'appartement de Boris Vian, cérémonie pataphysique, discussions mathématico-littéraires *(Julien Marché)*.

Je me souviens de Nicolas m'expliquant ce qu'est un opérateur de Hecke *(Pierre Py)*.

Je me souviens avec gratitude du sourire et de la gentillesse perpétuels de Nicolas, qui m'ont mis en confiance dès notre première rencontre, et qui avaient le pouvoir de réunir de nombreux mathématiciens enthousiastes autour des projets qu'il a imaginés, porté comme il l'était par la conviction que notre métier ne pouvait que s'enrichir par l'interaction de multiples goûts et points de vue *(Patrick Popescu-Pampu)*.

Je me souviens particulièrement vivement de quelques rencontres de hasard avec Nicolas pendant ma thèse – vers chez lui alors que j'allais à vélo à la gare de Lyon et ayant juste le temps de lui adresser un signe rapide de reconnaissance, un peu moins brièvement attendant un train sur un quai bondé de RER B – et de manière plus diffuse des nombreuses discussions à Jussieu qui se confondent maintenant dans mon esprit avec toutes les mathématiques que j'ai pu apprendre à cette époque (*Jean Raimbault*).

Je me souviens de nos échanges autour du crabe. Le ton joyeux, bravache... faire comme si de rien n'était, banaliser les traitements, un quotidien comme un autre. Rire de leur ridicule, électrodes ou vernis à ongles. Parler de maths, des collègues, des cours, de nos familles, de nos ados ou thésards. Échanger conseils et encouragements. Conjurer la peur. Faire des blagues, le plus possible. Démontrer l'hypothèse de Riemann avec un bout de cerveau en moins ? Chiche ! Tenir la maladie à distance, le plus possible. Jusqu'à la fin. T'es con, Nicolas, c'est nul de mourir si jeune (*Barbara Schapira*).

Je me souviens des cycles géodésiques et des tours de revêtements (*Jean-Claude Sikorav*).

Je me souviens quand, autour d'un café, Nicolas dégrafait sa ceinture pour nous montrer que le groupe fondamental de SO(3) contient un élément d'ordre 2 (*Nicolas Tholozan*).

Je me souviens, Nicolas, de tous ces moments magiques que nous n'allons pas partager – et puis je rêve à ceux, depuis le château de la Louère jusqu'à la cour Ledru-Rollin, que nous n'avions pas fini de partager (*Tadashi Tokieda*).

Je me souviens du jour où tu m'as expliqué (en plaisantant ?) que tu préférais parfois emprunter un livre à la bibliothèque plutôt que de retrouver ton exemplaire perdu dans le désordre de ton bureau (*Anne Vaugon*).

Je me souviens des yeux virevoltants de Nicolas, de son écoute bienveillante et de ses paroles apaisantes (*Maxime Zavidovique*).

A. Alvarez et al.

Quelques vies plus ou moins brèves de Nicolas BERGERON

• B. DEROIN
• J. MARCHÉ

Ce portrait de notre collègue et ami Nicolas Bergeron, décédé le 15 février dernier, est construit sur le modèle de l'article [1] qu'il a lui-même écrit sur Jacques Roubaud en 2009 et essaie de rendre compte, par touches, de ses mathématiques, de sa personnalité et de ses goûts. Vu l'ampleur des travaux de Nicolas et l'espace dont nous disposons, il s'agira surtout d'une invitation à aller lire directement les articles, en général remarquablement écrits [2].

1. Nicolas Bergeron (N. B.) est né le 19 décembre 1975 à Clichy et passe une partie de son enfance dans le 18e arrondissement. Il déménage ensuite avec sa famille à Saint-Maur-Des-Fossés.

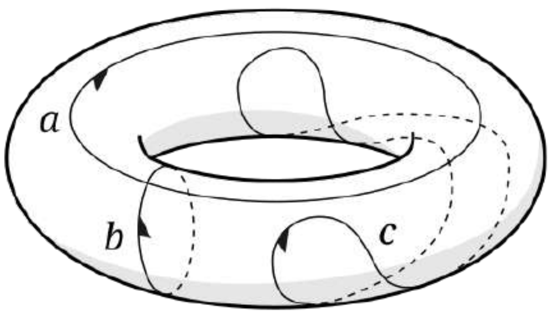
2. Issu d'une famille de médecins, il a été initié aux mathématiques par sa grand-mère, professeur de maths qui partageait le foyer familial.

3. De sa scolarité à l'ÉNS Lyon il gardera un fort réseau d'amis, dont beaucoup se retrouveront dans le collectif Henri-Paul de Saint-Gervais.

5. Trois mots clés des mathématiques de N. B. : revêtements, (co)-homologie, et espaces localement symétriques. Risquons-nous à une brève explication.

6. Commençons par les revêtements : on s'intéresse ici aux variétés de dimension n, c'est-à-dire aux espaces topologiques ressemblant à l'espace euclidien à n dimensions au voisinage de tout point. Un revêtement de degré d de X est un espace $\tilde{X}$ muni d'une application $p : \tilde{X} \to X$ qui est localement un homéomorphisme et tel que tout point a d préimages. L'exemple le plus simple est l'application $p : S^1 \to S^1$ définie par $p(z) = z^d$. Ici les deux espaces sont les mêmes, en dimension supérieure, l'espace $\tilde{X}$ est généralement plus complexe que l'espace X. De plus, un revêtement $\tilde{\tilde{X}}$ de $\tilde{X}$ de degré d' est encore un revêtement de X, de degré dd'. On peut donc les empiler comme des tours. En relevant des chemins comme il est d'usage, N. B. montait chaque jour dans des tours de revêtements.

9. Pour mesurer la complexité d'une variété X ont été introduits les groupes d'homologie. Le k-ième groupe $H_k(X)$ de X est engendré - en gros - par les sous-variétés de X de dimension k (appelés cycles) modulo la relation de cobordisme : deux sous-variétés Y_1 et Y_2 sont considérées comme homologues si elles bordent à elles deux une sous-variété de X de dimension $k+1$. Un bon exemple est celui du tore T représenté ci-contre.



Les groupes $H_0(T), H_2(T)$ sont engendrés respectivement par un point et le tore lui-même tandis que $H_1(T) = \mathbb{Z}a \oplus \mathbb{Z}b$ où a et b sont les courbes représentées sur le dessin. La courbe c borde un disque donc est homologue à 0. On a en général $H_k(X) = \mathbb{Z}^{b_k} \oplus F_k$ où F_k est un groupe fini et b_k est appelé k-ième nombre de Betti.

Si l'homologie a une interprétation très visuelle, son calcul nécessite souvent d'introduire la cohomologie. Il s'agit d'un anneau gradué associé à X, qui prend des formes très variées (singulière, de Rham, L^2, …) ayant toutes intéressé N. B. On lit dans le site collaboratif Analysis Situs l'anecdote suivante :

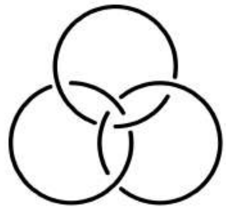
> Jean-Pierre Serre a prononcé un discours à l'Académie des sciences sur les

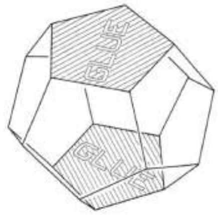
1. `https://images.math.cnrs.fr/quelques-vies-plus-ou-moins-breves-de-jacques-roubaud/`
2. Nous renvoyons le lecteur vers un autre hommage sous forme de témoignages et publié par l'IHÉS `https://link.springer.com/article/10.1007/s10240-024-00149-7`

> travaux de Henri Cartan, après le décès de celui-ci. Comment évoquer les « théorèmes A et B » de Cartan, qui garantissent l'annulation de certains groupes de cohomologie ? Voici de quelle manière Jean-Pierre Serre présenta les choses. Il expliqua que la cohomologie est la différence entre deux choses. La première est « Ce qu'on aimerait faire » et la seconde est « Ce qu'on peut faire ». Alors, si on montre que la cohomologie est nulle, eh bien, on est content : on peut faire tout ce qu'on veut.

11. Il reste l'ingrédient géométrique à introduire : les espaces localement symétriques sont des variétés riemanniennes (c'est à dire sur lesquelles on peut mesurer des distances) dotées d'une famille de symétries centrales locales autour de chaque point. Toute surface peut être munie d'une structure d'espace localement symétrique, et en dimension trois, Thurston a compris que les variétés peuvent être découpées en variétés portant des structures géométriques particulières, pour la plupart d'entre elles localement symétriques (programme achevé par Perelman). À partir de la dimension quatre, elles forment une classe de variétés très spécifiques, mais restent fondamentales ; notamment, plusieurs constructions d'espaces de modules produisent de telles géométries, par exemple les variétés de Shimura, ou bien plus simplement l'espace des réseaux d'un espace euclidien.

N. B. a consacré l'essentiel de ses recherches au calcul de la cohomologie des espaces localement symétriques avec comme cas particuliers fondamentaux les variétés arithmétiques et leurs revêtements dits de congruence. Par exemple, le sous-groupe de $\mathrm{SL}_2(\mathbb{Z}[i])$ formé des matrices congrues à l'identité modulo un entier N est le groupe fondamental d'un revêtement de la variété de Bianchi. À indice fini près, c'est également le groupe fondamental du complémentaire dans S^3 des anneaux borroméens. Un autre exemple particulièrement cher à N. B. est celui de la variété de Seifert-Weber X[3], construite en recollant d'une certaine façon les faces opposées d'un dodécaèdre, ou bien à l'aide d'un sous-groupe de $\mathrm{SL}_2(K)$ avec $K = \mathbb{Q}(\sqrt{-1-2\sqrt{5}})$. Dans ce cas, on a $H_1(X) = (\mathbb{Z}/5\mathbb{Z})^3$ et $H_2(X) = 0$.





14. Voici une question, posée par Thurston et qui a sans doute été le point d'entrée de N. B. dans le monde de la recherche. On verra le rôle qu'a joué N. B. dans la résolution de cette conjecture majeure en topologie.

> Est-ce que toute variété hyperbolique de dimension 3 (comme la variété de Seifert-Weber) admet un revêtement fini vérifiant $b_1 > 0$?

Dans sa thèse sous la direction de J.-P. Otal à l'Éns Lyon, N. B. montre le résultat suivant : soit F une sous-variété totalement géodésique immergée dans une variété hyperbolique. Alors F se relève dans un revêtement fini en une sous-variété totalement géodésique plongée. La question était alors de savoir si la classe d'homologie de cette sous-variété était triviale ou non. Une technique consiste à trouver une forme harmonique dont l'intégrale sur F soit non nulle : la recherche de telles formes conduit naturellement à étudier le spectre du laplacien sur les formes différentielles, l'autre sujet majeur des travaux de N. B.

18. Chargé de recherches à Orsay en 2001, puis fugacement à l'Éns Paris, N. B. devient professeur à Sorbonne Université en 2006. Il veut s'impliquer davantage dans l'université et, bien sûr, enseigner. Il revient rue d'Ulm à partir de 2018.

23. Lefschetz a démontré il y a exactement un siècle le théorème suivant :

> Lorsqu'on intersecte une variété projective complexe $M \subset \mathbb{P}^n$ de dimension complexe d par un hyperplan $H \subset \mathbb{P}^n$, tout cycle de dimension réelle inférieure à d de M est homologue dans M à un cycle contenu dans la section hyperplane $M \cap H$.

Dans une série d'articles initiée en 2003, N. B. conjecture (et montre en collaboration avec L. Clozel) un phénomène analogue, où M est remplacée

3. Variété dodécaédrique de Seifert-Weber - Analysis situs https ://analysis-situs.math.cnrs.fr/-Variete-dodecaedrique-de-Seifert-Weber-.html

par une variété hyperbolique arithmétique (complexe ou réelle) et où les sections hyperplanes sont remplacées par certaines sous-variétés totalement géodésiques immergées. L'idée nouvelle et qui plaisait beaucoup à N.B. est qu'un théorème de Lefschetz pouvait valoir pour des variétés réelles et non complexes.

26. La solution à ce problème passe par une minoration uniforme du spectre du laplacien agissant sur les formes différentielles parmi toutes les variétés de congruence, dans la veine du célèbre théorème 3/16 de Selberg sur les revêtements de congruence de la surface modulaire. La preuve utilise de puissants outils de théorie des représentations, notamment les travaux d'Arthur décrivant le dual automorphe dans le cadre du programme de Langlands. Bien que géomètre de formation, N. B. « parlait automorphe » et impressionnait bien des collègues pour cela.

Cette minoration uniforme du spectre du Laplacien, souvent appelée « trou spectral », est liée à des questions très générales de théorie géométrique des groupes, et notamment à la rigidité de leurs représentations via la fameuse propriété (T), ou son pendant arithmétique, la propriété (τ). C'est un thème transversal aux travaux de N. B., que l'on retrouve dans sa dernière contribution à la série « voyage au pays des maths »[4].

29. Naissance en 2007 de Henri-Paul de Saint-Gervais, dont N. B. est l'un des fondateurs, et qui aura deux contributions principales. D'abord, un livre retraçant l'histoire du théorème d'uniformisation des surfaces de Riemann : une telle surface, si elle est simplement connexe, est biholomorphe à la sphère de Riemann, au plan complexe, ou bien au disque unité. Ensuite, un ouvrage multi-média expliquant les articles d'Henri Poincaré sur l'*Analysis Situs*, dans lequel, entre autres, il donne la construction des groupes de cohomologie d'une variété, si chers à N. B.

30. Dans un sens opposé à la conjecture de Thurtson de l'item 14., N. B. montre avec L. Clozel qu'en dimension 7, il existe des variétés hyperboliques arithmétiques associées à des formes exotiques de $\mathrm{SO}(7,1)$, liées à la trialité, dont tous les revêtements de congruence ont un premier nombre de Betti nul.

33. Avec D. Wise, N. B. établit un critère de cubulation, qui joue un rôle clé dans la résolution par I. Agol de la conjecture de Thurston.

Pour un géomètre oulipien, voici son énoncé[5] :

> Soit G un grumeau hypersonique au sens de Gromov. Supposons que pour tout palais de poiriers divagants $(u,v) \in (\partial G)^2$ il existe une sous-marque H, querelleuse de coelacanthe 1, telle que u et v soient dans des compotiers divagants de $\partial G \setminus \partial H$. Alors il existe un collectif fiscalisé de sous-marques querelleuses de coelacanthe 1 tel que G agisse pudiquement et cocompatiblement sur le complot cuit CAT(0) duodécimal.

La conjecture de Thurston a énormément de conséquences sur la topologie des 3-variétés. Elle implique par exemple qu'une telle variété possède un revêtement fini qui fibre sur le cercle. N. B. connaissait tous les détails de sa preuve et y a consacré deux séminaires Bourbaki. Citons D. Calegari : *It is hard to think of a question about fundamental groups of hyperbolic 3-manifolds that it doesn't answer.*

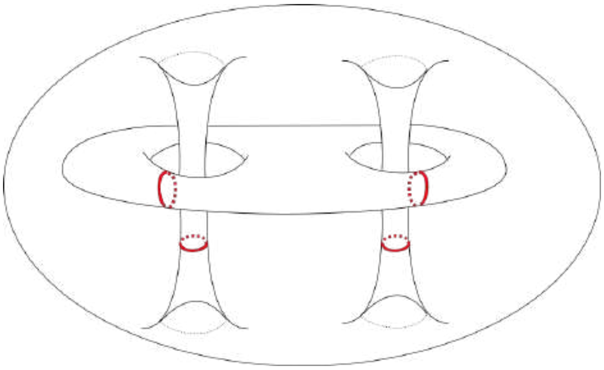
35. En 2011, N. B. annonce avec six collaborateurs le calcul de l'asymptotique des nombres de Betti des variétés localement modelées sur un espace symétrique donné : en tout degré, ces nombres se comportent à une constante multiplicative près comme le volume de la variété lorsque celui-ci devient grand, et la constante est le nombre de Betti L^2 de l'espace symétrique modèle. Ces résultats étaient connus de Lück pour certaines tours de revêtements galoisiens d'une variété localement symétrique fixée, puis généralisés au cas non galoisien dans un travail en commun avec D. Gaboriau. Les techniques développées par N. B. et ses collaborateurs pour montrer un tel énoncé reposent sur une notion combinatoire issue de travaux de Benjamini et Schramm : les sous-groupes aléatoires invariants, que les auteurs transcrivent dans le contexte de la théorie de Lie. N. B. aurait malicieusement comparé les auteurs aux Sept Samouraïs de Kurosawa.

39. À peu près en même temps, N. B. collabore avec Akshay Venkatesh sur un problème nouveau : étant donnée une variété X (localement symétrique, voire arithmétique), si on sait étudier la croissance du premier nombre de Betti d'un revêtement fini $\tilde{X}$, qu'en est-il de la partie de torsion, c'est-à-dire la taille du sous-groupe F_k de $H_k(\tilde{X})$ (cf. item 9.) ? Ensemble ils établissent une conjecture très générale prédi-

4. Arte. Voyage aux pays des maths. La théorie des graphes.
5. Penser à appliquer un S-7.

sant que ces groupes croissent de manière exponentielle dans les revêtements de congruence. Ils en prouvent une partie en utilisant deux ingrédients essentiels : le théorème de Cheeger-Müller qui relie le cardinal de F_k à un invariant spectral, la torsion analytique, et une fois encore, l'existence d'un trou spectral, on renvoie le lecteur intéressé à l'exposé de N. B. au congrès de l'EMS de 2016.

Pour expliquer pourquoi il est naturel de penser que la torsion croît exponentiellement, considérons une variété aléatoire de dimension 3 telle que proposée par Dunfield et Thurston. Prenons deux corps en anse X_1, X_2 de genre g (deux bouées pleines à g trous) que l'on recolle sur leur bord S à l'aide d'un difféomorphisme aléatoire (une marche aléatoire dans le groupe modulaire de S) pour produire une variété aléatoire X.



On sait bien que $H_1(X) = H_1(S)/(L_1 + L_2)$ où $H_1(S) \simeq \mathbb{Z}^{2g}$ (une généralisation de l'exemple du tore) et L_1 et L_2 sont deux lagrangiens, formés des cycles dans S qui bordent un disque dans X_1 et X_2 respectivement. Sur le dessin, X est la sphère $\mathbb{R}^3 \cup \{\infty\}$, S est de genre 2 et on a $H_1(X) = 0$. C'est alors un problème d'algèbre linéaire de constater que presque sûrement, L_1 et L_2 sont en position transverse et donc $b_1(X) = 0$, alors que $|H_1(X)|$ croît exponentiellement le long de la marche aléatoire (sur le groupe $\mathrm{Sp}(2g, \mathbb{Z})$).

41. Hodge a identifié dans la cohomologie des variétés algébriques complexes des classes susceptibles d'être représentées par des combinaisons linéaires de sous-variétés algébriques, appelées classes de Hodge, et il a conjecturé que c'est effectivement le cas. Dans une série de travaux avec J. Millson et C. Moeglin, N. B. établit cette conjecture dans le cas de certaines variétés hyperboliques complexes compactes (les variétés de Shimura), pour des classes de Hodge de degré suffisamment loin du degré moitié. Cette collaboration se poursuit avec Z. Li dans le cas où la variété n'est pas compacte, ce qui donne lieu à une réponse positive à la conjecture de Noether-Lefschetz pour les espaces de modules de surfaces K3 quasi-polarisées.

50. En 2021, le Collège de Pataphysique contacte N. B. en ces termes. « Moins emblématiques que la gidouille, spirale sur laquelle la Revue du Collège s'est souvent penchée et a publié bon nombre d'études, les polyèdres sont également des symboles pataphysiques. Grâce aux solides de Platon bien entendu mais également par un personnage de la pièce d'Alfred Jarry Ubu cocu, dans laquelle le professeur Achras collectionne les polyèdres et les considère comme des êtres vivants. Il en fait une description pittoresque mais malheureusement succincte et ce serait une recherche passionnante pour les pataphysiciens et une avancée d'importance d'y apporter un développement proprement scientifique ». Il n'en faut pas moins pour convaincre N. B. de se lancer avec une partie d'Henri-Paul dans une aventure pataphysique culminant avec la cooptation de ce dernier au sein du transcendant corps des satrapes[6].

51. Sans qu'il l'ait montré publiquement N. B. s'est probablement réjoui de plusieurs honneurs bien mérités : la médaille de bronze du CNRS (2007), le prix fondé par l'État de l'Académie des Sciences (2023), et l'invitation au Congrès International des Mathématiciens à Rio en 2018.

65. Il reste à parler de la dernière série de travaux de N. B., qui basculent franchement vers la théorie des nombres, en collaboration avec Pierre Charollois et Luis García. Partant du fait que la classe d'Euler du groupe arithmétique $\mathrm{GL}_n(\mathbb{Z})$ est de torsion (une observation de Sullivan), N. B. calcule sa transgression et découvre qu'il s'agit d'une forme différentielle d'Eisenstein obtenue par correspondance thêta pour la paire $(\mathrm{GL}_n, \mathrm{GL}_1)$. Cela ouvre la voie pour une correspondance thêta générale pour les paires $(\mathrm{GL}_a, \mathrm{GL}_b)$, comme N. B. l'explique dans ses « Takagi lectures ». Transgressant à nouveau, ces travaux prennent un tour spectaculaire, en résolvant de façon conjecturale le 12ème problème de Hilbert pour les corps cubiques complexes. Ces derniers travaux très ambitieux datent de 2023, N. B. les a menés en se sachant gravement malade, prouvant qu'il n'avait décidément peur de rien !

6. https://perso.ens-lyon.fr/gaboriau/Analysis-Situs/Pataphysique/HPSG-Pataphysicien.html

69. Tentons une explication [7]. Le théorème de Kronecker nous dit que toute extension abélienne de $\mathbb{Q}$ est contenue dans $\mathbb{Q}(e^{\frac{2i\pi}{N}})$ pour un certain N et donc que $e^{2i\pi z}$ évaluée en $z \in \mathbb{Q}$ « engendre » l'extension maximale abélienne $\mathbb{Q}^{\mathrm{ab}}$ de $\mathbb{Q}$. Si K est une extension finie de $\mathbb{Q}$, la théorie du corps de classes fournit une description de $\mathrm{Gal}(K^{\mathrm{ab}}/K)$ mais pas de K^{ab}, et le 12e problème de Hilbert demande une construction explicite de K^{ab}. Si K est un corps quadratique imaginaire, la réponse est donnée par la théorie des courbes elliptiques à multiplication complexe : si $\theta(z,\tau)$ est la fonction holomorphe sur $\mathbb{C}\times\mathbb{H}$ (où $\mathbb{H} = \{\tau \in \mathbb{C}, \mathrm{Im}(\tau) > 0\}$) définie par

$$\theta(z,\tau) = \prod_{n\geqslant 0}(1-e^{2i\pi(n\tau+z)})(1-e^{2i\pi((n+1)\tau-z)}),$$

alors certains quotients de valeurs de $\theta(z,\tau)$, pour $(z,\tau)\in K^2$, fournissent des unités (dites elliptiques) d'anneaux des entiers des extensions abéliennes de K. Ces résultats datent du XIXe siècle, et les cas $K = \mathbb{Q}$ et K quadratique imaginaire sont les seuls pour lesquels on ait une solution vraiment satisfaisante du 12e problème de Hilbert, ce qui rend la conjecture mentionnée ci-dessous particulièrement excitante. Soit $\Gamma(z,\tau,\sigma)$ la fonction méromorphe sur $\mathbb{C}\times\mathbb{H}\times\mathbb{H}$ introduite en 1997 par le physicien Ruijsenaars et définie par

$$\Gamma(z,\tau,\sigma) = \prod_{j,k\geqslant 0}\frac{1-e^{2i\pi((j+1)\tau+(k+1)\sigma-z)}}{1-e^{2i\pi(j\tau+k\sigma+z)}}.$$

Cette fonction possède un grand nombre de symétries sous l'action du groupe $\mathrm{SL}_3(\mathbb{Z})$. Bergeron, Charollois et García conjecturent que, si K est une extension cubique de $\mathbb{Q}$ complexe, alors on produit des unités dans les anneaux d'entiers des extensions abéliennes de K en évaluant certains produits explicites de $\Gamma(z,\tau,\sigma)$ en des arguments $(z,\tau,\sigma)\in K^3$. La conjecture précise demande un peu trop de préparation pour être énoncée ici, mais l'exemple suivant est assez représentatif de ce qu'elle recouvre.

Soit $K = \mathbb{Q}(\beta)$ avec $\beta = e^{\frac{2i\pi}{3}}\sqrt[3]{7}$ et posons

$$\tau = \frac{2\beta+\beta^2}{15}, \quad \sigma = -\frac{2+\beta}{15},$$
$$u = \Gamma(\tfrac{1}{3},\tau,\sigma)^5\Gamma(\tfrac{5}{3},5\tau,5\sigma)^{-1}$$

Alors $u^{\pm 1}$ est conjecturalement (et coïncide à 1000 décimales près avec) une racine du polynôme

$$\begin{aligned} x^6+1+(6\beta^2-14\beta+2)(x^5+x) \\ +(4\beta^2-6\beta+2)(x^4+x^2) \\ +(106\beta^2-152\beta-103)x^3 \end{aligned}$$

auquel cas c'est une unité de l'anneau des entiers d'une extension abélienne de K de degré 6. Il est probable que N. B. imaginait déjà traiter les corps de nombres avec plus de plongements complexes à l'aide de transgressions successives.

81.

C'est la science de l'environ
Et des espaces qu'on immerge,
Où toute suite qui diverge
Converge en fait à l'apeiron.

Ainsi Poincaré, fanfaron,
Rêve à des formes et gamberge ;
C'est la science de l'environ
Et des espaces qu'on immerge.

Il gage enfin : « conjecturons
Que si de lacets elle est vierge,
Une 3-variété sans berge
Est homéomorphe au 3-rond. »
C'est la science de l'environ [8].

Merci à tous ceux qui nous ont relus et apporté des suggestions.

7. Merci à P. Charollois et P. Colmez pour leur contribution.
8. Merci à Adrien Deloro pour la composition de ce rondel.

Entretien avec Tadashi Tokieda par Nicolas Bergeron

Grâce à l'invitation de Nicolas Bergeron, Tadashi Tokieda a passé avril mai juin 2023 comme professeur invité au Département de Mathématiques et Applications de l'École normale supérieure (rue d'Ulm). Durant cette période fructueuse, Tadashi a donné un cours hebdomadaire à l'Éns, des conférences publiques à l'Institut Henri Poincaré et ailleurs en France, des spectacles aux lycées Henri IV et Louis-le-Grand, ainsi qu'au Salon Culture et Jeux Mathématiques (place St Sulpice), a diverti des enfants ukrainiens au Collège de France, a participé à deux émissions radio, a été l'objet d'un article dans le journal *Le Monde*, etc. L'entretien que voici fut réalisé en juillet 2023. Nicolas nous a quittés en février 2024.

Comment présenterais-tu ta recherche scientifique à quelqu'un qui ne te connaît pas ?

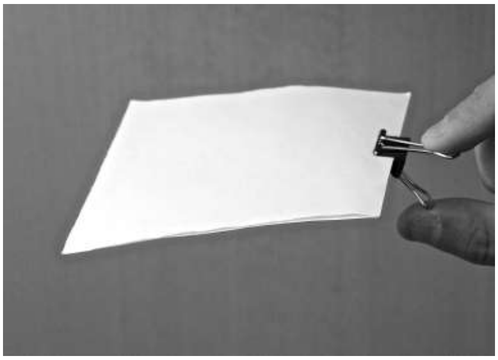
Par ce qu'on appelle d'ordinaire « vulgarisation ». Pour la plupart des scientifiques, la vulgarisation consiste à colporter des sensations de pointe, en les simplifiant pour un vulgus prêt à se laisser épater. Je tente une approche différente. Je découvre et partage des phénomènes qu'on trouve ou façonne en quelques minutes dans la vie quotidienne, qui pourtant, si on s'y prend avec imagination, révèlent une *surprise* qui déconcerte les collègues chevronnés – et dont les enfants se régalent. Ce que j'appelle « jouets ».

Justement, ces « jouets ». Peux-tu préciser ce que tu entends par ce mot et comment tu inscris ces jouets dans ta recherche ?

« Jouet » porte une acception particulière. Si un objet se vend chez un marchand de jouets, ce n'en est pas un. Le monde est émaillé de portes furtives, visibles seulement à des yeux d'enfant, qui s'ouvrent sur d'autres mondes. Mes « jouets » sont ces portes furtives.

Un exemple ?

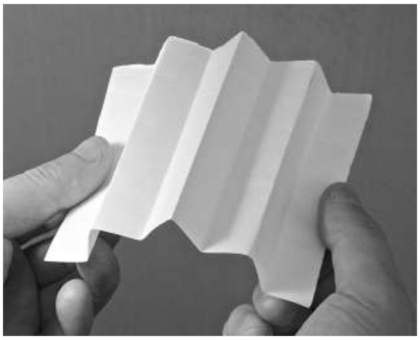
Voici deux carrés de papier découpés d'une même feuille. Quand je les tiens superposés, ils restent collés : ayant les propriétés matérielles identiques, ils s'affaissent identiquement sous pesanteur.



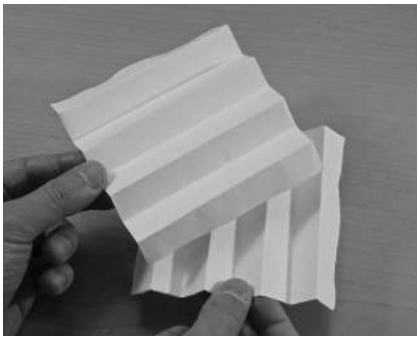
Or, quand je les renverse, les carrés se séparent.

Ça alors !

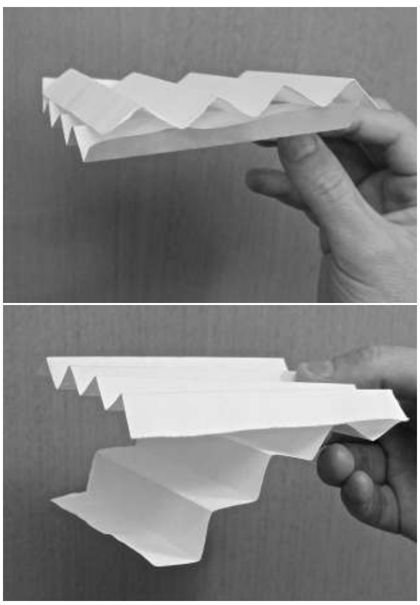
Qu'est-ce qui se passe ? Un carré plié en accordéon est souple dans une direction, mais rigide dans la direction perpendiculaire.



Une feuille de papier recèle une anisotropie (dépendance des propriétés matérielles selon la direction), due à des fibres, bien que celle-ci soit invisible car microscopique. Ce que j'ai fait, en superposant deux carrés, c'était de tourner l'un contre l'autre de 90° :



Si le rigide au-dessous soutient le souple, ils restent collés, tandis que si je tiens le souple au-dessous du rigide, voyez, ils se séparent.



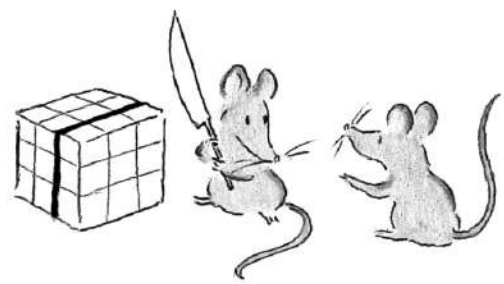
Toute une gamme d'objectifs en ingénierie se ramène à extraire un comportement macroscopique à partir d'une propriété microscopique. Nous avons découvert une méthode prototype, dont l'astuce est de dresser la propriété microscopique contre elle-même, ce qui a pour effet d'amplifier une minuscule différence quantitative en une magnifique séparation qualitative des destins. Une porte qui s'ouvre sur d'autres mondes.

(Un autre exemple rigolo : si vous déchirez du papier toilette, en longueur ça va tout droit, tandis qu'en largeur ça zigzague.)

Lors d'un voyage en train, en avion, ... , un voisin nous interroge, ce que c'est que les maths au juste. Peux-tu nous aider à lui répondre ?

Aïe aïe difficile – en tout cas, au lieu de disserter sur ce que c'est, j'aime lui faire *vivre une expérience personnelle* de mathématiques.

Nous voulons couper un cube de fromage en $3 \times 3 \times 3 = 27$ petits cubes. Il y a une manière naturelle, 2 coupes parallèles à yz, 2 parallèles à zx, 2 parallèles à xy (dans le scénario, des gestes remplacent le jargon de xyz) ; 6 coupes.



Pouvons-nous réussir en 5 coupes, en repositionnant et empilant des morceaux avant chaque coupe ? Par exemple après la 1re coupe, vous pouvez mettre le morceau mince ($1 \times 3 \times 3$) sur l'autre gros ($2 \times 3 \times 3$) et, chtonk !, couper les deux d'un trait.

1. On essaie, et ne réussit pas...
2. Je signale au voisin que, face à un problème complexe, il est utile de repérer un sous-problème plus simple qu'on ne sait pas résoudre non plus, et d'y travailler. En l'occurrence baissons la dimension de 3 à 2 : un carré de chocolat à couper en $3 \times 3 = 9$ petits carrés. La manière naturelle exige 4 coupes. Pouvons-nous en 3 ?
3. L'énumération complète enquiquine mais aboutit : impossible en 3 coupes. Si les maths ne cherchaient que la réponse correcte, on aurait fini. Or, mon voisin n'est guère satisfait

de cette énumération, il sent que les maths devraient faire mieux.

4. Peu à peu, je l'aide à voir (sans ce jargon) que chaque fois qu'un plan coupe une collection de corps convexes, on double le nombre de composantes. Pour le chocolat, 1 coupe donne 2 composantes au maximum, 2 coupes donnent $2^2 = 4$, 3 coupes donnent seulement $2^3 = 8 < 9$. Ah! Démontrablement impossible en 3 coupes. C'est déjà des maths.
5. Le voisin applique cet argument au cube de fromage. 5 coupes donnent au maximum $2^5 = 32 > 27$. Zut, la convexité n'était pas assez puissante pour démontrer l'insuffisance de 5 coupes. Un tel choux-et-chèvre s'avère typique : un argument général est joli et dit quelque chose sur tout le monde, mais ne dit pas assez sur quelqu'un de spécial.
6. Visualisons le « petit cube central », initialement caché au milieu du grand cube. Ce petit cube est attaché aux petits cubes adjacents en 6 faces. Quoi qu'on fasse, on doit détacher ces 6 faces, ce qui exige déjà 6 coupes!
7. Mon voisin est alors ébloui. Il a vécu des idées (énumération, convexité, cube central) : de vraies maths.
8. Comme cadeau, je lui demande le nombre minimum pour couper en 3 un concombre (dimension 1). Sa réponse : 2, c'est évident, mais aussi parce que le « petit bâton central » est attaché aux adjacents en 2 bouts. Le carré de chocolat en $3 \times 3 = 9$? 4 coupes, à cause du « carré central ». (À cette étape, nous prenons le plaisir de comparer cet argument à celui de 4).). Pour couper le cube de fromage en $3 \times 3 \times 3 = 27$, nous avons vu, il faut 6 coupes.

– Imaginons un hypercube de dimension 4. Pour le couper en $3^4 = 81$ petits hypercubes, quel est le nombre minimum de coupes? Qu'en pensez-vous? (Je fais le geste de montrer 4 axes perpendiculaires, et sur chaque axe, 2 faces.)
– Hmm, 8?

– Oui, correct. Vous venez de résoudre un problème en dimension 4.

Et à ma surprise, le voisin *éclate de rire*.

Tes premiers pas en mathématiques ont été en topologie symplectique. Ton intérêt pour les mathématiques appliquées et la modélisation est-il venu après? Quel est le lien avec ton premier domaine? D'ailleurs, quel était ton sujet de thèse?

Personne ne m'a donné de sujet. William Browder, très grand topologue, a eu la bienveillance de m'écouter et de signer mes papiers. Mes amis contemporains à Princeton qui s'intéressaient à la géométrie, Peter Ozsváth, Dani Wise, Ko Honda, ..., se sont trouvés dans des situations analogues, indépendances forcées, en dehors du « Princeton mainstream » de l'époque.

J'ai erré. Ayant lu le livre de mécanique d'Arnold en russe, j'ai nettoyé sa traduction anglaise (déjà louable) des coquilles et des malentendus, ainsi que de plusieurs fautes de calcul, cf. fin de la préface à la nouvelle édition. Cet aléa m'a conduit aux systèmes hamiltoniens, ensuite à la capacité symplectique de Hofer et Zehnder, et j'ai bâclé une piètre thèse là-dessus.

De là, errance vers la physique. Les tomes (I, II, III, V, VI, VII) du « Cours de physique théorique » de Landau & Lifchitz sont devenus mon vade-mecum. J'ai commencé à inventer des « manips ». En maths pures, j'œuvrais à l'intérieur d'un programme préétabli par les autres, et j'avais éprouvé du mal à expliquer ma recherche à la famille ou à des amis. En revanche dans mes nouveaux intérêts, c'était moi qui formulais le programme, fût-il modeste, et les manips faisaient tabac auprès de mes proches. La *joie de partager*.

Finalement, après neuf ans de galère postdoctorale, des papiers en hydrodynamique m'ont décroché un fellowship permanent à Cambridge. Treize ans plus tard une chaire m'échut à Stanford, où je suis depuis six ans.

Ton parcours m'intrigue. Tu t'es d'abord destiné à une carrière de peintre, et je remarque le rôle important des dessins dans tes cours. Te sens-tu encore peintre? Vois-tu un lien entre cet aspect de ta vie et tes activités de scientifique?

Je suis né et j'ai grandi au Japon, comme peintre précoce : avec mon professeur Kayoko Hori j'exposais dans des galeries de Tokyo à cinq ans. Au niveau professionnel cet aspect dort dans le passé, sauf que, quand ma carrière de scientifique a débuté, je me suis avisé d'illustrer mes exposés et publications. Ayant testé des styles variés, dont Sempé en France et Machiko Hasegawa au Japon, j'en ai développé un rapide, espiègle, assez polyvalent pour toutes sortes de scènes physiques et mathématiques. Il adoucit la matière technique, et fait sourire mon public.

Suite à cette période, tu es parti faire tes études secondaires en France ?

N'as-tu pas cette image d'un artiste, qui vit dans un grenier en France et meurt jeune, après quoi la société reconnaît son génie ? C'est ce que j'avais vaguement en tête à 14 ans, en débarquant, seul, à Bordeaux.

Puis, une péripétie. Les langues étrangères sont enseignées scolairement au Japon (partout dans le monde, d'ailleurs). À la radio des Américains parlent anglais. Peut-on vraiment, en cette langue qui paraît si artificielle, tomber amoureux, pleurer la mort d'un parent, se réjouir de la naissance d'un enfant ? Sûrement pas : une langue étrangère a beau fournir une dorure chic, pour les choses sérieuses il faudrait se rabattre sur le japonais. Ce parti pris, à propos de sa langue maternelle, est universel. Mais en Europe je fis un constat bouleversant : à 200 km près il existe des humains on ne peut plus réels qui tombent amoureux, pleurent la mort d'un parent, se réjouissent de la naissance d'un enfant dans une autre langue. Je me suis épris des langues.

Et tu t'es lancé dans la philologie. Peux-tu expliquer ce que c'est ?

(À ne pas confondre avec la philosophie.) Étude scientifique des langues anciennes à partir des documents écrits, par exemple reconstruction de la famille indo-européenne, déchiffrement d'une écriture comme hiéroglyphes égyptiens, ... La philologie continue à m'engager, mais avant de m'y installer j'ai rencontré les mathématiques, par hasard.

Un virage dramatique.

Un jour je cherchais un livre à la bibliothèque de l'université. Le livre n'y était pas. Toutefois, à côté, se trouva une biographie de Lev Davidovitch Landau [1908-1968], un redoutable maître russe de physique théorique. À cinquante quatre ans Landau a subi un terrible accident de voiture. Le matin où il sort d'un mois de coma, son fils Igor passe le voir à l'hôpital. Or, Landau avait coutume de taquiner des gens autour de lui. Il demande illico à son fils « Quelle est l'intégrale indéfinie de $dx/\sin x$? » Et en voyant Igor sécher, il ricane : « Mon fils, tu te considères comme adulte avec une bonne éducation, pourtant tu es incapable d'accomplir une tâche si élémentaire. »

Piqué par le ricanement, j'ai décidé d'apprendre cette bizarre chose dite mathématiques jusqu'au stade où je saurais accomplir cette tâche (à propos, la réponse est $log\, tg(x/2)$). Ailleurs dans la biographie Landau conseillait que la meilleure façon d'apprendre, c'est d'emprunter un recueil avec le plus grand nombre d'exercices faciles (plutôt qu'un petit nombre d'exercices difficiles), et de les résoudre tous. Le recueil que j'ai déniché (plus de 3000 exercices faciles) était... en russe. Bof, un jeune philologue n'a pas peur d'acquérir une nouvelle langue. Cet hiver fut consacré au recueil, j'ai bûché 8 heures par jour. Progrès escargot, car je ne connaissais ni les maths ni le russe, mais au fur et à mesure que j'apprenais les unes et l'autre, accélération quadratique. Au bout de trois mois, je touchais à la fin du recueil et le printemps caressait les cerisiers, et je me suis aperçu de deux faits : 1) je n'étais pas mauvais en calculs, 2) ce n'était sans doute pas la seule façon d'apprendre les maths. J'ai pris congé de deux ans de mon poste et suis allé étudier à Oxford.

Et après, pourquoi n'es-tu pas retourné à la philologie ?

Une autre épiphanie – en effet j'avais pleine intention d'y retourner. – En deuxième année à Oxford, une question insolite m'est venue à l'esprit. Nous tous connaissons ces moments perdus, quand il n'y a aucun divertissement, nous nous ennuyons ferme. Que faites-vous en ces moments-là ? Regarder un film, boire en compagnie des amis, s'adonner au sport, ... ?

J'ai été ahuri par ma propre réponse : à ces moments perdus *je fais des maths*. Que je sois lent, paresseux, mal éduqué, tout cela ne change rien ; on m'exilerait au Pôle Sud, j'y serais misérable, mais je finirais par faire des maths parmi les pingouins. Mon Dieu, j'ai trouvé ! Voilà ma vocation.

Certains philosophes parlent des mathématiques comme d'une langue dont les mathématiciens seraient des linguistes.

Les mathématiciens sont-ils plus doués pour les langues naturelles que, disons, la moyenne des universitaires ? Réponse : pas du tout.

Certes, en écoutant les mathématiciens parler, on leur reconnaît un dialecte. Souvent des mathématiciens de pays différents se comprennent mieux qu'un mathématicien et un non-mathématicien d'une même maison. Cela suggère que les mathématiques forment une culture cohésive, pas pour autant qu'elles sont une langue. D'ailleurs il n'y a point d'interlocuteur de naissance en mathématiques.

Le mythe est ancien. Un sorcier, en manipulant un langage symbolique qui représente un phénomène physique (e.g. éclipse du Soleil), causerait le phénomène lui-même : réification. Je préfère l'inverse, manipuler des objets pour faire ressortir des mathématiques, anti-sorcellerie.

Tu t'es vite fait connaître pour tes conférences et tes cours. Tu sembles plus intéressé par la compréhension que par « publish or perish ». As-tu des avis là-dessus ?

Il y a deux questions. 1) Carrière en tant que mathématicien payé : là, « publish or perish », car ainsi dicte le marché du travail, les thésards et les postdocs n'ont aucun choix. 2) Dès lors que vous avez le luxe d'un poste stable donc la sécurité de la vie n'est plus menacée, qu'est-ce qui vous fait plaisir, à vous ? Ici il convient de distinguer ce que vous aimez vraiment d'une part, et d'autre part ce que vous avez été amené par diverses idéologies à croire que vous êtes censé aimer. Plutôt que d'admirer dans une vitrine de musée un accomplissement d'un grand mathématicien, je joue avec des questionnements, fussent-ils naïfs, de mon cru, qui me touchent personnellement. Par bonheur, ces questionnements résonnent chez beaucoup d'humains et se prêtent à leur compréhension, cf. carrés de papier. Du reste, je « publish » à ma guise : par exemple, chaque vidéo que Numberphile met sur youtube, où je dévoile un phénomène inédit et fournis une analyse en profondeur, est visionnée par un million de personnes environ, dont des milliers de mathématiciens.

Les mathématiques sont le plus immense rêve collectif et cumulatif que tisse l'humanité depuis plus de 2500 ans. Travailler, pour moi, c'est avant tout glaner une surprise dans ce monde, et la rendre plus intime aux *générations montantes*, afin qu'elles puissent rêver encore plus merveilleusement que nous.

Et les applications pratiques dans tout ça ?

À la fin de mes conférences publiques en anglais (moins en français ou en japonais ou...), il y a toujours quelqu'un qui pose la question que voici : « Does this have any practical applications ? » (Ceci a-t-il des applications pratiques quelconques ?) Toujours les mêmes six mots, comme si Méphistophélès les avait imprimés dans les cerveaux de toutes mes assistances. Au début, je boudais : un spectacle qui relève de la magie vient de vous amuser pendant cinquante minutes et c'est tout ce que vous trouvez à me demander ? Par la suite, j'ai commencé à tourner la table.

– Supposons que ma réplique soit : ceci sert à rallonger une trompe d'éléphant. L'accepteriez-vous comme une application pratique ?
– Non.
– Ah, maintenant nous sommes sur une longueur d'onde commune. Avant de discuter si ceci a des applications pratiques, mettons-nous d'accord sur ce que nous accepterions a priori comme telles.

Je sonde ce qui constitue une application pratique pour mon assistance. Socratiquement je la guide à régresser : vous dites que X est pratique, mais à quoi sert X ? Vite, l'assistance converge vers deux sources primordiales : une application est pratique si elle nous permet instantanément...

1. de gagner un milliard d'euro, ou
2. de tuer un million de personnes.

À s'entendre dire cela, l'assistance est choquée. Nous nous moquons des nunuches, n'est-ce pas ? Soyez réaliste, ce n'est pas comme cela que les adultes doivent penser, etc. Est-ce vraiment comme ceci que nous les adultes pensons ?

Alors je leur dis : « Vous savez, pour mon compte j'ai découvert il y a longtemps une application pratique de ce que ma conférence vous a montré. C'est que, lorsque je partage ces "jouets" surprenants avec des enfants, ils ont l'air contents. »

Merci Tadashi.

Merci Nicolas.

Le comité de rédaction remercie chaleureusement Patrick Popescu-Pampu qui, alors que Nicolas était en fin de vie, a accepté de prendre le relais auprès de Tadashi Tokieda pour donner à ce bel entretien sa forme finale.

Les 100 ans de Jacques Dixmier

• A. Connes

Le dimanche 26 mai 2024, nous avons célébré les 100 ans de Jacques Dixmier lors d'un dîner intime organisé chez lui, dans le petit appartement qu'il occupe depuis de nombreuses années au 11 bis rue du Val-de-Grâce à Paris.

La préparation de cet événement avait été élaborée en discutant avec Jacques, notamment pour établir la liste des invités, limitée à 8 convives en raison de l'exiguïté de son appartement. Parmi ses élèves, Jacques a choisi d'inviter Claire Anantharaman-Delaroche, Michel Duflo et moi. Un autre invité de marque, auquel Jacques tenait particulièrement, était Jean-Pierre Serre, qui a répondu immédiatement à notre invitation et a fait le déplacement depuis la Suisse, où il réside actuellement. En lien avec l'activité littéraire de Jacques, nous avons également invité Odile Jacob, son mari Bernard Gottlieb, ainsi que Danye Chéreau, mon épouse ; Jacques a en effet écrit deux romans avec Danye et moi, publiés par Odile. Plusieurs épisodes intéressants ont rapidement animé la discussion, qui est restée générale tout au long du repas. L'un des moments forts fut lorsque chacun fut invité à partager une anecdote liée à une bêtise commise durant l'enfance. Ce que raconta Jacques illustre parfaitement sa personnalité. Il se souvenait d'une promenade avec ses parents, alors qu'il se montrait indiscipliné. Son père l'avait réprimandé en lui conseillant de se comporter comme le petit garçon qui marchait en famille devant eux, exemplaire dans sa discipline. Jacques s'était conformé à cette demande, mais peu de temps après, le petit garçon modèle s'était lui-même mis à faire des bêtises. La réaction de Jacques à cet instant ne fut pas de se réjouir que l'autre enfant ne soit pas un si bon exemple, mais d'éprouver de la honte pour son propre père. Ce souvenir illustre à merveille l'une des facettes de la personnalité de Jacques. Cette anecdote incita les autres convives à partager leurs propres souvenirs d'enfance. Jean-Pierre Serre, par exemple, se rappela qu'à l'âge de deux ans, il avait l'habitude de ramper sous une commode. Un jour, en se redressant brusquement, il s'était cogné la tête contre le meuble et, dans un élan de colère enfantine, il avait injurié la commode comme s'il s'agissait d'une personne. Je n'osais suggérer qu'à cette occasion il avait acquis la bosse des maths. Un autre moment marquant de la soirée fut lorsque Bernard Gottlieb évoqua l'exemple d'un de ses condisciples, admis à l'Éns avec un score supérieur à celui de Poincaré, tout en s'étonnant que cet individu ait ensuite consacré sa vie à la finance. Serre, avec son esprit incisif, lui posa alors cette question : « À quel moment a-t-il compris qu'il n'était pas mathématicien ? », soulignant ainsi la différence fondamentale entre la réussite à un concours prestigieux et la véritable vocation pour la recherche en mathématiques. Ce commentaire me donna l'occasion de lire un texte captivant de Jacques sur la nature du travail du mathématicien et les spécificités de la recherche.

À la recherche d'un théorème

Voyageant, j'arrive dans les parages d'une cité très ancienne. Une légende dit qu'un temple se dresse en son centre, un temple splendide par son architecture, par ses décorations, et, bien mieux, par l'énergie spirituelle qui s'en dégage. De mémoire d'homme, personne n'a visité ce temple (c'est une résidence divine) mais je veux tenter ma chance. À vrai dire, ce n'est peut-être pas une légende qui m'a alerté, mais un rêve. Un rêve si convaincant que je suis persuadé de l'existence de ce temple.
La cité, je l'ai dit, est très ancienne. Un mystérieux silence y règne. Les rues sont étroites, obscures. Atteindre le centre n'est pas évident, j'avance donc lentement dans ces méandres. Probablement, plusieurs iti-

néraires existent, mais je ne cherche pas le plus court, je serai amplement satisfait si j'en trouve un.
La tâche se révèle plus difficile que prévu, car parmi les rues tortueuses fourmillent les impasses. Je dois donc souvent rebrousser chemin.
À la longue, cela me décourage un peu. Il me vient des idées noires. Ce labyrinthe a peut-être été construit autrefois par un génie qui voulait se jouer des visiteurs futurs, un génie malfaisant au point que toutes les rues autour du centre seraient bouchées. Dans mes pires moments de découragement il m'arrive même d'envisager... qu'il n'y a pas de temple.
Non ! Ce n'est pas possible ! Le temple existe bien, et il existe une voie d'accès. Mon moment de déprime s'éloigne. Mes observations, mes calculs m'incitent â croire que, globalement, je me suis rapproché du but. Un vague plan urbain se dessine : des avenues, des places. L'architecte antique n'était pas un démon hostile.
Mais des obstacles d'une autre nature surgissent ; des messages du monde extérieur me parviennent, réclamant ma présence, parfois d'une façon insistante.
Aujourd'hui, dans un manuscrit j'ai consigné mes succès et mes déboires. Que me réserve l'avenir ?
Brusquement, le décor change. Je ne suis plus au cœur d'une cité, mais au cœur d'une forêt vierge. C'est la nuit. J'aperçois fugitivement une lueur clignotante, sans doute lointaine. Cette lumière, je dois l'atteindre.
C'est vital !

Puis surgit une discussion animée autour du concept de « grand mathématicien », entre Jacques Dixmier et Jean-Pierre Serre. Jacques défendait l'idée pragmatique que quatre-vingt pour cent des mathématiciens s'accorderaient facilement sur une liste de « grands mathématiciens », du moins en se limitant aux mathématiques ayant au moins cinquante ans d'ancienneté. Et ceci sans pour autant définir de critères précis. Serre, quant à lui, insista sur l'impossibilité de définir de tels critères. Il donna l'exemple de Grothendieck et de Ramanujan, deux figures incontestablement importantes du xx^{e} siècle, mais qui n'avaient rien en commun. Finalement, les convives s'accordèrent sur l'idée que la communauté des mathématiciens n'était pas un ensemble totalement ordonné en termes de valeur mathématique, mais bien plutôt un ensemble partiellement ordonné.

Serre expliqua ensuite que l'on fait des mathématiques non pas pour la célébrité, mais simplement pour le besoin impérieux de comprendre, et qu'il est impossible d'abandonner véritablement la recherche. Jacques en est un exemple parfait, puisqu'il a repris ses activités de recherche il y a deux ans, après une interruption de vingt ans, en réponse à une question qu'il m'avait posée et sur laquelle nous avons publié un article en collaboration. Pour Jacques la principale motivation pour faire des mathématiques est de participer à la quête du savoir de l'humanité. Le moment le plus marquant du dîner survint à la fin, après le gâteau. On attendait le champagne, il apparut finalement, comme par magie, sous une autre forme juste au bon moment : Jacques, debout, épanoui, se lança dans un discours soigneusement préparé, afin de prononcer quelques mots, particulièrement pertinents et bienveillants, à l'égard de chacun des convives. Il parlait sans la moindre note ni hésitation et retraça d'abord avec humilité et précision les étapes marquantes de sa vie de mathématicien. Depuis ses études secondaires, le concours d'entrée à l'Éns, jusqu'à ses récentes découvertes, il évoqua chaque phase où, pensant d'abord qu'il n'y arriverait pas, il avait été surpris de faire mieux que ce qu'il croyait pouvoir faire. L'assemblée écoutait avec une attention captivée, avide de prolonger ce moment. Il fit ensuite un tour de table, adressant à chacun des convives un hommage personnalisé. À Michel Duflo, il rappela que le grand-père de Duflo avait été son professeur de lettres. Puis il évoqua avec tendresse un souvenir lié à sa cheftaine, la mère de Duflo, tout en mêlant des commentaires techniques et élogieux sur son élève. Pour Claire Anantharaman-Delaroche, il évoqua la lecture de sa thèse, qualifiée de « Romaine », puisqu'il en avait lu l'essentiel à Rome, lors d'un voyage. Ce détail charmant était teinté d'une gravité bienveillante, propre à Jacques, qui utilisait ce ton sérieux pour évoquer des souvenirs partagés avec son ancienne élève. Le moment où il parla de moi fut particulier, car j'avais pris les devants, en exprimant l'importance exceptionnelle de ma rencontre avec Jacques. Je déclarais simplement que cette rencontre avait été la révélation tant attendue d'un mathématicien qui me comprenait parfaitement. L'un des hommages les plus touchants de Jacques fut adressé à Jean-Pierre Serre. Jacques expliqua qu'à aucun moment de leur longue relation, en particulier lors de leurs travaux communs au sein du groupe Bourbaki, Serre ne lui avait fait ressentir une quelconque supériorité. Pour

Odile Jacob, Jacques avait composé un poème à propos de l'inauguration des nouveaux locaux de la maison d'édition, situés dans l'immeuble longtemps occupé par la famille d'André et Simone Weil. Ce texte, empreint d'émotion et de reconnaissance, servira de point final au récit de cette soirée inoubliable.

À Odile Jacob

Votre aimable visite, ô précieuse Odile,
Vos étonnants récits, vos paroles subtiles,
À mon ravissement sont venus glorifier,
Éclairer, divertir mon modeste grenier.

Vous avez plaisamment évoqué le palais
Dans lequel tous vos plans mûriront désormais.
Et l'ombre d'André Weil y flottera, discrète,
Puisque cet édifice abrita sa retraite.

Vous prévoyez, je crois, un grand amphi sonore,
Temple digne de Delphes, évoquant Épidaure,
Où viendra s'exprimer l'élite des nations.

J'aimerais qu'en ce lieu consacré, une frise,
Ou plutôt une fresque, aux murs, immortalise,
Votre couronnement Muse de l'Édition

Jacques Dixmier en conversation avec Jean-Pierre Serre lors du diner d'anniversaire du 26 mai 2024

La publication de ce témoignage nous a été proposée par le Comité de rédaction du *Magazine of the European Mathematical Society*, qui en fera paraître simultanément la version en anglais. La *Gazette* de la smf remercie le *Magazine de l'ems* pour leur collaboration suivie.

Mathématiques condensées et géométrie analytique, d'après Clausen-Scholze

• A.-C. Le Bras

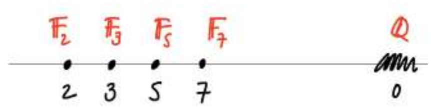
Cet article est une brève introduction à la nouvelle *géométrie analytique* de Dustin Clausen et Peter Scholze. Sauf mention du contraire, les résultats qui y sont discutés leur sont dus [1]. Il nous a souvent fallu sacrifier la précision et la rigueur aux besoins de l'exposition. Pour permettre au lecteur de trouver des énoncés complets et d'aller plus loin, quelques références bibliographiques sont citées en fin de texte.

1. Géométrie analytique

Il existe en mathématiques différentes théories géométriques : la géométrie différentielle, la géométrie complexe, la géométrie algébrique... À chacune de ces géométries correspond un certain type de fonctions : les fonctions de classe C^k ($k \geqslant 0$) ou C^∞ (fonctions lisses), les fonctions holomorphes, les fonctions polynomiales. Géométries différentielle et complexe ont trouvé la forme moderne qu'on leur connaît avant la géométrie algébrique, qui a elle considérablement changé à partir des années 50. Grossissant le trait à dessein, il a ainsi, et un peu curieusement, fallu plus de temps historiquement pour pouvoir faire de la géométrie avec des fonctions polynomiales sur $\mathbb{C}$ qu'avec des fonctions différentiables ou holomorphes, et plus encore avec des fonctions polynomiales à coefficients entiers – pourtant, quoi de plus simple que ces dernières ?

Cela tient à une différence importante de point de vue entre ces deux premières géométries et la troisième. En géométries différentielle et complexe, l'espace vient pour ainsi dire en premier : une variété, différentielle ou complexe, est un espace topologique obtenu en recollant des ouverts de l'espace affine, les recollements possibles étant prescrits par le type de fonctions que l'on s'autorise. Notre intuition spatiale nous fait visualiser plus facilement les espaces issus du monde continu, différentiable ou holomorphe. En géométrie algébrique moderne, c'est au contraire de l'anneau des fonctions que l'on part. À tout anneau [2] A, sans restriction aucune sur celui-ci (contrairement à ce que l'on faisait en géométrie algébrique avant Grothendieck), on associe son *spectre* $\mathrm{Spec}(A)$. Ce spectre est un espace topologique, muni d'un faisceau d'anneaux (c'est-à-dire en gros la donnée pour chaque ouvert U de cet espace, d'un anneau, de façon compatible quand U varie). On l'appelle un *schéma affine*. Il faut penser à A comme à l'anneau des fonctions sur $\mathrm{Spec}(A)$. Puis l'on recolle pour la topologie de Zariski les schémas affines pour obtenir les schémas généraux.

Figure 1 – Un dessin de $\mathrm{Spec}(\mathbb{Z})$. Les points de $\mathrm{Spec}(\mathbb{Z})$ sont un point générique (à droite du dessin) qui est dense et des points fermés, indexés par les nombres premiers. Les corps résiduels de ces points sont dessinés en rouge.



Comme, pour A et B deux anneaux, les morphismes de $\mathrm{Spec}(B)$ vers $\mathrm{Spec}(A)$ sont les mêmes que les morphismes d'anneaux de A vers B, on peut aussi reformuler cela de façon plus abstraite en décrétant que la catégorie des schémas affines

1. Bien entendu, les idées de Clausen et Scholze s'appuient sur ou complémentent celles d'autres mathématiciens. Faute de place, nous n'avons pu leur faire justice. Quelques brèves remarques closent ce texte, tentant de réparer ces omissions.
2. Tous les anneaux dans ce texte sont supposés commutatifs unitaires.

est la catégorie opposée de la catégorie des anneaux, et définir un schéma comme un faisceau d'ensembles pour la topologie de Zariski sur la catégorie des schémas affines, qui est localement représentable par un schéma affine. Remplacer les faisceaux d'ensembles par les faisceaux de groupoïdes [3] et remplacer la topologie de Zariski par des topologies plus fines donne lieu à des objets plus généraux, appelés *champs*. De plus, à tout anneau est naturellement associée la catégorie des modules sur cet anneau ; ces catégories de modules se recollent [4] et donnent naissance à la catégorie des faisceaux quasi-cohérents sur un schéma (ou un champ). La catégorie des faisceaux quasi-cohérents sur un schéma joue un rôle central en géométrie algébrique, en ce qu'elle fournit une catégorie ambiante propice à la définition et à l'étude de nombreux invariants de nature cohomologique associés au schéma.

Ce changement de perspective, pour simple qu'il soit, est fécond. En effet, la théorie des schémas et des champs offre sur ses prédécesseures un grand avantage : localement, tous les problèmes géométriques s'y reformulent en termes purement algébriques (anneaux et modules) et pour passer du local au global, l'on dispose de l'arsenal puissant de l'algèbre homologique (ou homotopique). Dans ce monde, géométrie et algèbre sont étroitement reliées, comme deux faces d'une même pièce. Par exemple, l'intersection, ou plus généralement le produit fibré, des espaces correspond au produit tensoriel des anneaux. Ne pourrait-il pas en être de même dans d'autres contextes géométriques ? Peut-on construire une géométrie algébrique généralisée, qui engloberait la géométrie différentielle, la géométrie complexe, la géométrie analytique p-adique (l'analogue p-adique de la géométrie complexe) ?

La question se pose avec d'autant plus d'acuité que ces différentes géométries ne sont pas sans lien les unes avec les autres : par exemple, un schéma s'analytifie en un espace analytique complexe ou p-adique. Il serait donc utile d'avoir un cadre général les contenant toutes de façon uniforme. Mieux, on pourrait rêver que cette géométrie algébrique généralisée contienne de nouveaux objets plus exotiques, ressemblant à des objets de plusieurs de ces géométries classiques simultanément. Ainsi, certains énoncés de la géométrie arithmétique suggèrent que $\mathrm{Spec}(\mathbb{Z})$ n'est pas un objet géométrique assez fin et que la « bonne » version de $\mathrm{Spec}(\mathbb{Z})$ (dont l'existence aurait des conséquences arithmétiques remarquables, comme l'hypothèse de Riemann) devrait plutôt ressembler à une variété réelle de dimension 3 munie d'une action de $\mathbb{R}$ dont les orbites périodiques correspondent aux nombres premiers – spéculation qu'il semble impossible à préciser sans sortir du cadre de la géométrique algébrique usuelle !

Pour ce faire, il est tentant de s'inspirer du principe sous-jacent à la définition d'un schéma. Mais les espaces de fonctions sur les variétés différentielles, complexes ou analytiques p-adiques sont naturellement munis d'une topologie. Contrairement aux anneaux de fonctions en géométrie algébrique, ils ne sont pas simplement des anneaux, mais des anneaux topologiques (ou plutôt : des anneaux topologiques avec topologie non discrète). Cela mène rapidement à d'épineux problèmes : par exemple, les produits fibrés ne peuvent raisonnablement être donnés par le produit tensoriel algébrique (penser à l'exemple de deux disques disjoints dans le plan complexe !) comme auparavant : il faut compléter celui-ci d'une manière convenable et cela est très délicat. De même, localement, toute potentielle catégorie de faisceaux quasi-cohérents doit être fournie non par la catégorie des modules sur l'anneau sous-jacent tout entier, mais par une catégorie de modules topologiques. Même si l'anneau de base est discret, c'est difficile, comme l'illustre l'exemple des groupes abéliens topologiques (les modules topologiques sur l'anneau discret $\mathbb{Z}$) : celle-ci n'est pas une catégorie abélienne puisque, par exemple, le morphisme identité de $\mathbb{R}$ muni de la topologie discrète vers lui-même muni de sa topologie naturelle a un noyau et un conoyau trivial, mais n'est pas un isomorphisme.

La contribution fondamentale de Clausen et Scholze est l'introduction des *anneaux analytiques* et d'un moyen de recoller les « spectres » d'anneaux analytiques, pour obtenir les *champs analytiques*. À tout anneau analytique est associée une catégorie de modules et tout champ analytique est muni d'une catégorie de faisceaux quasi-cohérents.

3. Un groupoïde est une catégorie où les morphismes sont des isomorphismes. Considérer des foncteurs à valeurs dans les groupoïdes plutôt que dans les ensembles est naturel en pratique, typiquement lorsque l'on considère des problèmes de modules (pour tenir compte des automorphismes des objets). Le lecteur familier des catégories supérieures remplacera partout « groupoïde » par « ∞-groupoïde » dans la suite.

4. En toute généralité, la mise en forme de cette assertion est une idée fondamentale de Grothendieck : la théorie de la descente (pour les modules).

La catégorie des champs analytiques contient en outre, et comme espéré, tous les exemples mentionnés ci-dessus. S'ouvre ainsi pour les mathématiciens un monde dont l'exploration vient à peine de commencer.

Qui sont ces anneaux analytiques et les modules sur ceux-ci ? Nous l'avons dit, parler de structures algébriques munies d'une topologie compatible avec ces structures se marie mal avec les méthodes de l'algèbre homologique et homotopique. Plutôt que d'attaquer de front ce problème peut-être inextricable, Clausen et Scholze proposent un nouveau point de vue sur ce que doit être une structure topologique sur un objet. C'est ce changement de paradigme que nous voulons expliquer dans un premier temps, avant de dire un mot de cette nouvelle géométrie analytique et des possibilités qu'elle offre.

2. Des espaces topologiques aux ensembles condensés

L'étude de l'analyse commence en général par celle des suites. On y apprend à dire avec précision ce que signifie le fait qu'une suite a une limite. De fil en aiguille, cela mène à la définition des espaces topologiques. Un espace topologique est un ensemble X, muni d'une collection τ de sous-ensembles de X, telle que $\emptyset, X \in \tau$, l'union d'éléments de τ appartient à τ ainsi que l'intersection de toute famille finie d'éléments de τ. Les sous-ensembles de X appartenant à τ sont dits ouverts, tandis que leurs complémentaires sont dits fermés.

Les exemples les plus standard d'espaces topologiques sont les espaces métriques, ceux dont la topologie est définie par une distance. Un sous-ensemble F d'un espace métrique est fermé si et seulement si toute suite convergente (dans l'espace ambiant) d'éléments de F a sa limite dans F. Toutefois, la définition générale d'espace topologique permet d'exprimer l'idée que deux éléments d'un ensemble sont *proches*, sans avoir besoin de se donner une règle de mesure. Cela est utile, car on rencontre de nombreux exemples importants, et pas simplement pathologiques, d'espaces topologiques non séquentiels [5] en analyse fonctionnelle ou en géométrie algébrique. Bien qu'elle ait mis un temps considérable à émerger, la notion d'espace topologique a joué et joue encore un rôle fondamental dans les mathématiques modernes. Mais, tout comme celle d'espace métrique, elle présente quelques défauts sur le plan catégorique. Nous l'avons dit plus haut, la catégorie des groupes abéliens topologiques n'est pas abélienne. En voici un autre exemple : la catégorie Top des espaces topologiques a toutes les limites et colimites, mais pas de « Hom interne », i.e. pour X et Y espaces topologiques, il n'existe pas nécessairement d'espace topologique $\underline{\mathrm{Hom}}(X, Y)$ tel que pour tout espace topologique Z,

$$\mathrm{Hom}_{\mathrm{Top}}(Z \times X, Y) = \mathrm{Hom}_{\mathrm{Top}}(Z, \underline{\mathrm{Hom}}(X, Y)).$$

Autrement dit, on ne peut pas topologiser l'ensemble des morphismes continus de X vers Y de sorte qu'il existe une application d'évaluation continue

$$X \times \underline{\mathrm{Hom}}(X, Y) \to Y$$

et qu'il soit final avec ces propriétés.

Ce sont des difficultés de ce type que l'introduction des ensembles condensés permet de contourner. Avant de donner une définition en forme, expliquons de façon heuristique le cheminement qui y mène. Pour se débarrasser des problèmes mentionnés, on pourrait se restreindre à une sous-catégorie $\mathcal{T}$ d'espaces topologiques ayant des propriétés plus favorables. Mais ce point de vue restrictif nous ferait courir le risque de remplacer ces problèmes par d'autres : plus la catégorie considérée est petite, plus il est facile d'en sortir. Élargir la catégorie des espaces topologiques en la plongeant dans une catégorie plus grosse est une autre option, mais n'est utile que si cette plus grosse catégorie est contrôlable. Cela suggère une approche intermédiaire : fixons une classe $\mathcal{T}$ d'espaces topologiques sympathiques ; par exemple, les espaces compacts [6]. Considérons tous les espaces topologiques X dont la topologie est déterminée par la donnée des morphismes $T \to X$, pour T dans $\mathcal{T}$: dans l'exemple considéré, on obtiendrait la catégorie des espaces topologiques compactement engendrés. En fait, poussons la logique à son terme : ce qui est important est d'avoir un « espace » obtenu en « recollant » des espaces topologiques de $\mathcal{T}$, recollement que l'on souhaite être compatible aux recollements ayant lieu dans $\mathcal{T}$. La bonne façon de le dire est que nous souhaitons considérer la catégorie $\mathcal{C}$ des faisceaux (d'ensembles) sur $\mathcal{T}$ pour une certaine topologie de Grothendieck : pour peu que $\mathcal{T}$ et sa topologie de Grothendieck soient bien

5. Séquentiel : dont la topologie est définie par la donnée de ses suites convergentes.
6. Nous nous conformons à la terminologie francophone en la matière : « compact » signifie en particulier « séparé ».

choisies, la catégorie $\mathscr{C}$ contiendra de façon pleinement fidèle une large classe d'espaces topologiques, contenant $\mathscr{T}$; les propriétés favorables de $\mathscr{T}$ entraîneront, peut-être, de bonnes propriétés de $\mathscr{C}$. Le choix adopté par Clausen et Scholze est précisément celui de la catégorie des espaces compacts.

Venons-en maintenant aux définitions précises. Rappelons pour commencer qu'un espace topologique est dit *profini* s'il est limite projective d'ensembles finis (munis de la topologie discrète). Des exemples en sont fournis par les ensembles finis, l'ensemble de Cantor $C = \{0,1\}^{\mathbb{N}}$, ou encore le compactifié d'Alexandrov $\bar{\mathbb{N}}$ de $\mathbb{N}$, qui est l'ensemble $\mathbb{N}$ auquel on a ajouté un point à l'infini ∞, et dont la topologie est définie par la condition que $X \subset \mathbb{N} \cup \{\infty\}$ est ouvert si $X \subset \mathbb{N}$ ou si le complémentaire de X est fini (nous laissons au lecteur le soin de vérifier que cet espace topologique est profini). On notera Prof la catégorie des ensembles profinis, avec pour morphismes les applications continues [7]. Munissons Prof de la topologie de Grothendieck pour laquelle un recouvrement est une famille finie de morphismes dont les images recouvrent le but. Un *ensemble condensé* est un faisceau d'ensembles sur ce site. Dit de façon plus explicite, un ensemble condensé F est un foncteur contravariant (c'est-à-dire renversant le sens des morphismes)

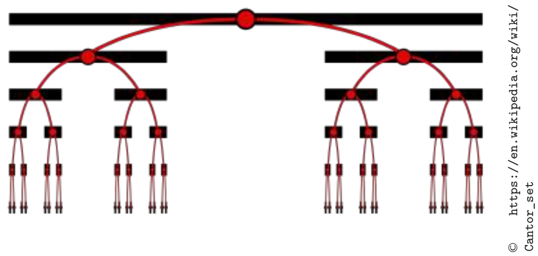
$$X : \mathrm{Prof} \to \mathrm{Ens}$$

vérifiant les conditions suivantes : $X(\emptyset) = *$, l'application naturelle $X(S_1 \sqcup S_2) \to X(S_1) \times X(S_2)$ est une bijection pour tous $S_1, S_2 \in \mathrm{Prof}$ et pour toute surjection continue $S' \to S$ entre profinis, l'application naturelle

$$X(S) \to \{x \in X(S'), p_1^* x = p_2^* x \in X(S' \times_S S')\}$$

est une bijection, p_1, p_2 dénotant les deux projections de $S' \times_S S'$ sur S' [8]. Tout ensemble condensé X a un ensemble sous-jacent $X(*)$, qui est l'évaluation de X sur l'ensemble profini réduit à un point. Mais il contient bien plus d'information ; on rencontrera plus bas un exemple d'espace condensé X dont l'ensemble sous-jacent est un point, mais qui est différent du point.

Figure 2 – Premières itérations de la construction ternaire de l'ensemble de Cantor.



En outre, on dispose d'un foncteur de Top vers la catégorie des ensembles condensés, qui envoie un espace topologique T sur le foncteur sur les profinis envoyant S profini sur $\mathrm{Cont}(S,T)$, l'ensemble des fonctions continues de S dans T. Ce foncteur est pleinement fidèle (comprendre : ne perd pas d'information) en restriction aux espaces topologiques compactement engendrés, en particulier aux espaces séquentiels. Si X est un ensemble condensé, on peut penser à $X(\bar{\mathbb{N}})$ comme à la donnée des « suites convergentes de X », puisque cette assertion est littéralement vraie lorsque X provient d'un espace topologique. Mais il y a bien plus d'ensembles profinis que $\bar{\mathbb{N}}$, et la donnée de X est donc plus que celle de ses suites convergentes. On voit ainsi que de même que la notion d'espace topologique, celle d'ensemble condensé est une généralisation de celle d'espace séquentiel, mais dans une direction différente.

La définition ci-dessous semble toutefois différer de celle esquissée juste avant : les espaces compacts y ont été remplacés par les espaces profinis (qui en forment une sous-catégorie). Mais en fait, avec les notations utilisées ci-dessus, la catégorie $\mathscr{T}$ munie de sa topologie de Grothendieck n'est importante que par la catégorie de faisceaux à laquelle elle donne naissance : ainsi, nous sommes libres de remplacer $\mathscr{T}$ par une sous-catégorie $\mathscr{T}'$ telle que tout objet de $\mathscr{T}$ est recouvert (au sens de la topologie de Grothendieck fixée sur $\mathscr{T}$) par des objets de $\mathscr{T}'$, sans changer $\mathscr{C}$. Or tout compact S reçoit une surjection continue depuis un profini, à savoir la compactification de Stone-Čech de S lui-même vu comme espace topologique discret (recouvrement inexplicite au possible, mais dont l'exis-

7. Le lecteur notera que cette catégorie peut être définie de façon purement « algébrique », sans considérations topologiques : on considère la pro-catégorie de la catégorie des ensembles finis.

8. En fait, pour des raisons importantes mais trop techniques pour ce texte, Clausen et Scholze se restreignent aux ensembles profinis *légers* (*light*, en anglais), c'est-à-dire aux ensembles profinis qui sont limite *dénombrable* d'ensemble finis, ou, de façon équivalente, aux ensembles profinis *métrisables*). Tout ensemble profini léger est un quotient de l'espace de Cantor.

tence nous suffit !) et les profinis forment donc une base de la topologie. Il est utile pour certains arguments de remplacer les compacts par les profinis (voire une catégorie plus restreinte encore), car ceux-ci ont une structure plus simple.

Figure 3 – L'ensemble de Cantor C, ici dans sa représentation ternaire, s'envoie surjectivement sur l'intervalle $[0,1]$: envoyer un élément de C vu comme expansion ternaire formée de 0 et de 2 sur le réel dont l'expansion binaire est obtenue à partir de cette expansion en remplaçant les 2 par des 1. Cette application est surjective sur $[0,1]$ mais pas injective : par exemple, $0,01111...$« et $0,10000$ » donnent le même nombre réel.

3. Anneaux analytiques

Un premier avantage du point de vue condensé est immédiat. Il est facile de parler de groupes, d'anneaux, de modules, etc. condensés : si $\mathscr{C}$ est une certaine catégorie de structures algébriques (la catégorie des groupes, des anneaux, des modules, etc.) avec toutes les limites [9], un objet condensé de $\mathscr{C}$ sera simplement un faisceau sur le site des profinis à valeurs dans $\mathscr{C}$. La définition s'impose d'elle-même, sans laisser de place à l'ambiguïté (lorsque l'on utilise le langage topologique classique, il faut par contre être sûr de bien choisir les compatibilités requises...).

Par exemple, plutôt que de parler de groupes abéliens topologiques, on peut désormais parler de groupes abéliens condensés (*i.e.* d'objets condensés dans la catégorie des groupes abéliens). La catégorie des groupes abéliens condensés, comme toute catégorie de faisceaux en groupes abéliens sur un site, est une catégorie abélienne. Ainsi le problème que nous avions rencontré avec les groupes abéliens topologiques a disparu. Que devient le contre-exemple mentionné précédemment ? Le groupe additif $\mathbb{R}$ muni de sa topologie discrète, resp. de sa topologie usuelle, peut être vu comme un groupe abélien condensé. Le foncteur correspondant associe à S profini le groupe abélien des fonctions localement constantes, resp. continues, de S dans $\mathbb{R}$. Le morphisme du premier vers le second dans la catégorie des groupes abéliens condensés est donc injectif, avec pour conoyau [10] le foncteur associant à S le quotient de l'espace des fonctions continues par les fonctions localement constantes. Lorsque S est un point, ce quotient est nul (ce qui expliquait qu'on ne puisse le détecter au niveau des groupes topologiques), mais il est très gros en général. Comme le montrent Clausen et Scholze, la catégorie des groupes abéliens condensés est une catégorie abélienne munie d'une structure symétrique monoïdale (*i.e.* une bonne notion de produit tensoriel), avec d'excellentes propriétés.

À ce stade, il serait tentant d'imaginer que la généralisation cherchée de la géométrie algébrique s'obtiendra simplement en remplaçant anneaux par anneaux condensés, et modules sur un anneau par modules condensés sur un anneau condensé. Cependant, cela ne peut pas fonctionner de façon intéressante telle quelle. En géométrie algébrique, dans un schéma affine $\mathrm{Spec}(A)$, si $f \in A$ est une fonction, le lieu où $f \neq 0$ est l'ouvert affine $\mathrm{Spec}(A[1/f])$. Ces ouverts forment une base de la topologie de Zariski. Le foncteur oubli de la catégorie (dérivée) des $A[1/f]$-modules vers celle des A-modules est pleinement fidèle. Algébriquement, cela se traduit par le fait que $A[1/f]$ est une A-algèbre idempotente : rappelons ici qu'une A-algèbre B est dite idempotente si le morphisme

$$B \to B \otimes_A B,$$

où le produit tensoriel est dérivé, déduit par changement de base du morphisme naturel $A \to B$, est un isomorphisme. Mais nous voulons faire de la géométrie analytique, c'est-à-dire aussi considérer des ouverts définis par des inégalités plutôt que simplement par la non-annulation de certaines fonctions. Par exemple, nous voudrions dans le plan complexe, auquel nous pensons ici comme correspondant à l'algèbre de polynômes $A = \mathbb{C}[T]$, considérer le lieu où la coordonnée T a « valeur absolue $\leqslant 1$ », c'est-à-dire la A-algèbre B des fonctions holomorphes surconvergentes sur ce disque (i.e., convergeant sur un voisinage ouvert de ce disque). Les anneaux A et B sont des anneaux topologiques (l'un est, comme espace vectoriel topologique, une somme directe de copies $\mathbb{C}$ et l'autre est un espace de Fréchet). Nous les voyons donc naturellement comme

9. Afin que la condition de faisceau ait un sens.
10. Dans cette situation, il se trouve que les quotients comme faisceau et préfaisceau coïncident.

des anneaux condensés et pouvons contempler le produit tensoriel condensé de B avec lui-même au-dessus de A. La A-algèbre condensée ainsi obtenue a pour A-algèbre sous-jacente le produit tensoriel *algébrique* standard de B avec lui-même au-dessus de A. Mais celui-ci est bien trop gros ! Pour garantir l'idempotence de B, il faudrait « compléter » convenablement ce produit tensoriel.

Souvenons-nous aussi toutefois que nous souhaitons impérativement que les espaces que nous cherchons à définir soient munis d'une bonne catégorie (dérivée) de faisceaux quasi-cohérents. Un peu plus précisément, nous souhaitons que celle-ci se comporte comme la catégorie (dérivée) des faisceaux quasi-cohérents sur un schéma : une catégorie triangulée (ou ∞-catégorie) avec une structure monoïdale symétrique (un produit tensoriel), stable par limites et colimites ainsi que par diverses opérations d'origine géométrique – si f est un morphisme de schémas, on peut tirer en arrière ou pousser en avant les faisceaux quasi-cohérents le long de f. Le problème que nous venons de rencontrer suggère que localement, dans le cas affine, nous ne souhaitons pas que les faisceaux quasi-cohérents soient donnés par tous les A-modules condensés (où A est comme ci-dessus, l'anneau des fonctions sur un espace analytique complexe ou p-adique), mais seulement par ceux qui sont « complets ». Bien que nous ne sachions pas encore quel sens cette épithète doit avoir, nous imposons que cette catégorie de A-modules complets soit une sous-catégorie pleine de la catégorie $D(A)$ des A-modules condensés, stable par limites, colimites et Hom interne depuis un objet de $D(A)$. Ces propriétés entraînent formellement que l'inclusion de cette sous-catégorie dans $D(A)$ a un adjoint à gauche et que cette sous-catégorie est munie d'une structure symétrique monoïdale faisant de cet adjoint un foncteur symétrique monoïdal : en d'autres termes, on dispose automatiquement d'un « produit tensoriel complété ».

Si nous tournons cela en une définition précise, nous aboutissons naturellement à la notion d'anneau analytique : un anneau analytique $\mathscr{A}$ est un anneau condensé A et une sous-catégorie $D(\mathscr{A})$, la catégorie des modules sur l'anneau analytique $\mathscr{A}$, de $D(A)$, avec les propriétés énumérées plus haut (et quelques autres – par exemple, on veut naturellement imposer que A soit complet, i.e. appartienne à $D(\mathscr{A})$). Tout l'enjeu devient de produire des exemples non triviaux d'anneaux analytiques, en particulier de munir les anneaux condensés associés aux anneaux de fonctions de la géométrie analytique complexe ou p-adique de structures d'anneaux analytiques produisant les bons calculs de produits tensoriels. Que cela soit possible est le contenu de théorèmes profonds de Clausen et Scholze. Faute de place, nous n'en dirons rien, mais il s'agit du cœur de la théorie, et aussi à l'heure actuelle de sa partie la plus mystérieuse.

4. Champs analytiques

Une fois définie la notion d'anneau analytique, on peut définir une notion de champ analytique en s'inspirant de la définition rappelée en préambule dans le cadre de la géométrie algébrique usuelle. Les champs analytiques sont (essentiellement) définis comme faisceaux en groupoïdes sur la catégorie opposée de la catégorie des anneaux analytiques, pour une topologie dont la définition est trop technique pour être expliquée ici. Qu'il nous suffise de dire que cette topologie est choisie de sorte que les catégories de modules sur les anneaux analytiques se recollent bien et que par conséquent tout champ analytique X vient avec une catégorie $D(X)$ de faisceaux quasi-cohérents sur X. Les énoncés d'existence de structures analytiques évoqués en fin de paragraphe précédent fournissent des foncteurs de la catégorie des schémas, des espaces analytiques complexes et p-adiques vers la catégorie des champs analytiques. La topologie choisie est suffisamment fine pour que ces foncteurs soient (à peu de chose près) pleinement fidèles, ce qui signifie que le monde des champs analytiques contient les géométries correspondantes.

Terminons par un exemple prototypique d'application de ce formalisme. De façon un peu surprenante, il concerne les schémas, c'est-à-dire les anneaux discrets, pour lesquels on aurait pu imaginer que ces considérations condensées, donc (moralement) topologiques, seraient inutiles. Si X est un schéma, $\mathscr{F}$ un faisceau quasi-cohérent sur X (au sens usuel de ce terme), on peut considérer ses groupes de cohomologie $H^i(X,\mathscr{F})$, $i \geqslant 0$. Si X est compact et sans singularité (propre et lisse, dans le langage de la géométrie algébrique) de dimension n sur un corps de base k, Serre a démontré que le i-ième groupe de cohomologie de $\mathscr{F}$ était naturellement dual du $(n-i)$-ième groupe de cohomologie de $\mathscr{F}^\vee$, le dual de $\mathscr{F}$, tordu par un faisceau inversible ne dépendant que de X. C'est ce que l'on appelle la *dualité de Serre*. Grothendieck, développant pour l'occasion certains des fondements de la théorie des catégories dérivées, en a établi des généralisations au cas relatif (lorsque le corps de base k est remplacé par un schéma plus général) et a compris que cette dualité faisait partie d'une théorie plus vaste.

Fidèle au principe selon lequel localement toute question se reformule en termes d'anneaux et de modules, l'on aimerait démontrer la dualité de Serre et ses généralisations par voie locale. Mais cela requiert de se débarrasser de l'hypothèse (globale) que X est compacte. Par analogie à ce que la topologie nous enseigne, il nous faudrait donc définir des groupes de cohomologie à support compact, et on se heurte alors à des difficultés. Considérons en effet le cas le plus simple, celui de la droite affine $\mathbb{A}^1_k = \mathrm{Spec}(k[T])$ sur un corps k et de son faisceau structural. Sa cohomologie est supportée en degré 0, donné par $k[T]$. Si elle est duale d'une hypothétique cohomologie à support compact, le k-espace vectoriel $k[T]$ serait dual d'un k-espace vectoriel, ce qui est impossible puisqu'il est de dimension infinie dénombrable! On peut remédier à ce problème en voyant $k[T]$ comme un k-espace vectoriel discret et constater qu'il est alors le dual topologique linéaire du k-espace vectoriel $k[[X]]$ des séries formelles, avec sa topologie limite projective [11]. Mais alors la catégorie des faisceaux quasi-cohérents sur $\mathrm{Spec}(k)$ lui-même ne peut être la catégorie des k-espaces vectoriels, mais une catégorie de k-espaces vectoriels topologiques. Plus généralement, pour une k-algèbre A, la catégorie des A-modules doit être élargie en une catégorie de A-modules topologiques. Fort de ce que nous avons déjà vu, il serait naturel à ce stade de postuler que la bonne formulation de la dualité de Serre relative doit se faire en recollant en utilisant pour chaque schéma X une catégorie de faisceaux quasi-cohérents élargie qui pour $X = \mathrm{Spec}(A)$ affine est la catégorie des A-modules condensés [12]. Des considérations dans lesquelles nous ne pouvons entrer ici faute de place, mais qui sont réminiscentes de celles de la section 3, montrent qu'il faut en fait travailler davantage et pour chaque k-algèbre A, considérer une sous-catégorie de la catégorie des A-modules condensés, correspondant à une certaine structure analytique sur A, dite *solide*. Une fois cette sous-catégorie découpée, la dualité de Serre et bien plus généralement ce que l'on appelle un *formalisme des six foncteurs* s'établissent élégamment. En fait, la structure analytique solide fournit le [13] plongement des schémas dans les champs analytiques mentionné au début de cette section et l'on a bien mieux : on dispose d'un formalisme des six foncteurs pour les champs analytiques. En les spécialisant aux espaces analytiques complexes ou p-adiques vus comme champs analytiques, on obtient pour eux la dualité de Serre et bien d'autres énoncés cohomologiques (comme des théorèmes de finitude ou Riemann-Roch), par une méthode qui est donc uniforme.

De façon inattendue, le formalisme des champs analytiques se trouve être aussi un outil précieux pour l'étude d'autres théories cohomologiques que la cohomologie cohérente, comme la cohomologie singulière ou de de Rham, pour lesquelles on dispose également de théorèmes de dualité (dualité de Poincaré). En effet, nombre de ces théories cohomologiques se géométrisent, au sens où pour une telle cohomologie $H^*_?(-)$, l'on peut associer fonctoriellement à tout espace X pour lequel $H^*_?(X)$ est définie (X sera vu ici comme un champ analytique) un champ analytique auxiliaire $X_?$, de sorte que $H^*_?(X)$ s'identifie à la cohomologie *cohérente* de $X_?$. De cette façon, on peut aussi (re)démontrer la dualité (et bien davantage) pour ces théories cohomologiques à partir du formalisme des six foncteurs pour les champs analytiques. Mieux encore : pour comparer entre elles des théories cohomologiques, on peut désormais comparer les champs associés ; construire une théorie cohomologique revient à construire les bons champs analytiques. Le vieux rêve de construire une théorie cohomologique « universelle » (la philosophie des *motifs* de Grothendieck) trouve ainsi une incarnation nouvelle. Si ce problème reste totalement ouvert, il est aujourd'hui mieux compris « localement » autour de chaque nombre premier (fini ou « infini ») : la construction dans ces cas utilise crucialement la géométrie analytique et donne corps, au moins partiellement, à l'idée que le « bon » $\mathrm{Spec}(\mathbb{Z})$ est un objet de dimension 3, avec une action de $\mathbb{R}$!

Tout ce qui précède ouvre des perspectives nouvelles à la K-théorie, à la théorie de Hodge (com-

11. L'accouplement de dualité se visualise en pensant à $k[[X]]$ comme aux séries formelles en T^{-1} à coefficient constant nul et en prenant le produit avec un élément de $k[T]$ puis le résidu.

12. En fait, ce choix serait licite. Mais il aboutirait à des énoncés de dualité différents des énoncés usuels. Dans cette version, tout morphisme quasi-compact quasi-séparé serait propre – ce qui « explique » au passage l'existence d'énoncés de changement de base plus généraux en cohomologie cohérente que dans d'autres théories cohomologiques.

13. Il faudrait plutôt dire « un », car comme cela a déjà été mentionné, on pourrait aussi considérer d'autres choix, comme la structure analytique triviale.

plexe ou p-adique), à la géométrie arithmétique (dans le style d'Arakelov) et au programme de Langlands, dont les potentialités restent encore à explorer.

Commentaires bibliographiques. Les mathématiques condensées sont une théorie récente, qui a tout juste six ans. Clausen et Scholze ont donné différents cours sur le sujet. Le premier d'entre eux, [8], introduit les mathématiques condensées, décrit la structure analytique solide ainsi que l'application à la construction d'un formalisme des six foncteurs pour la cohomologie cohérente des schémas. Cette structure analytique solide n'est pas adaptée aux anneaux de fonctions que l'on rencontre en géométrie complexe ; il faut lui substituer la structure analytique liquide (ou gazeuse) décrite dans [6]. Celle-ci construite, on peut revisiter la géométrie complexe du point de vue de la géométrie analytique : ceci est expliqué dans [5]. Enfin, la théorie générale des champs analytiques est étudiée dans [7].

Disons maintenant quelques mots, loin d'être exhaustifs, sur les travaux d'autres mathématiciens qui se relient directement aux thématiques discutées dans ce texte. Clausen et Scholze ne sont pas les premiers à avoir tenté de remédier aux défauts de la catégorie des espaces topologiques en lui substituant une catégorie différente. Voir [18] ou [14] pour des approches plus anciennes. Plus récemment et indépendamment de Clausen-Scholze, Barwick et Haine [1] ont introduit les ensembles pyknotiques, qui sont (modulo des questions de théorie des ensembles) la même chose que les ensembles condensés.

D'autres auteurs ont également proposé des solutions pour contourner les problèmes qui apparaissent lorsqu'on emploie les outils de l'algèbre homologique en analyse fonctionnelle, parfois avec des applications géométriques/cohomologiques en vue. La théorie des espaces bornologiques en est une illustration (voir par exemple les travaux de R. Meyer). Voir [13] pour un exemple d'application à des théorèmes de finitude en géométrie complexe réminiscent des méthodes de [5]. Ben-Bassat, Kremnitzer et leurs collaborateurs ont développé une approche de la géométrie analytique non archimédienne comme « géometrie algébrique relative », qui est différente de celle de Clausen-Scholze, mais n'est pas sans la rappeler : voir [3] ou [2].

Le problème de construire un formalisme des six foncteurs pour la cohomologie cohérente a été dégagé par Grothendieck [12] et étudié ensuite par de nombreux auteurs. La construction qui semble dans l'esprit la plus proche de celle de Clausen-Scholze est celle de Deligne dans [9]. Notons au passage que la notion même de formalisme des six foncteurs abstrait requiert une définition, qui n'a été élucidée complètement que récemment par Mann [15] (voir aussi [16]).

Enfin, le point de vue géométrique sur les théories cohomologiques évoqué au dernier paragraphe de ce texte remonte à Simpson [17] pour la cohomologie de de Rham en caractéristique nulle et a été remis au goût du jour (dans un contexte p-adique) par Bhatt-Lurie [4] et Drinfeld [11]. L'idée que $\mathrm{Spec}(\mathbb{Z})$ devrait être une variété de dimension 3, les nombres premiers correspondant à des nœuds, a été popularisée par Mazur. Deninger (cf. par exemple [10]) a développé l'analogie avec les systèmes dynamiques.

Références

[1] C. Barwick et P. Haine. « Pyknotic objects, I. Basic notions » (2019). arXiv : `arXiv:1904.09966`.

[2] O. Ben-Bassat, J. Kelly et K. Kremnizer. « A Perspective on the Foundations of Derived Analytic Geometry » (2024). arXiv : `arXiv:2405.07936`.

[3] O. Ben-Bassat et K. Kremnizer. « Non-Archimedean analytic geometry as relative algebraic geometry ». *Ann. Fac. Sci. Toulouse Math. (6)* **26**, nº 1 (2017), p. 49-126.

[4] B. Bhatt et J. Lurie. « The prismatization of p-adic formal schemes » (2022). arXiv : `arXiv:2201.06124`.

[5] D. Clausen et P. Scholze. *Condensed Mathematics and Complex Geometry*. `https://people.mpim-bonn.mpg.de/scholze/Complex.pdf`. 2022.

[6] D. Clausen et P. Scholze. *Lectures on Analytic Geometry*. `https://people.mpim-bonn.mpg.de/scholze/Analytic.pdf`. 2020.

[7] D. Clausen et P. Scholze. *Lectures on Analytic Stacks*. `https://www.youtube.com/playlist?list=PLx5f8IelFRgGmu6gmL-Kf_Rl_6Mm7juZO`. 2024.

[8] D. Clausen et P. Scholze. *Lectures on Condensed Mathematics*. `https://people.mpim-bonn.mpg.de/scholze/Condensed.pdf`. 2019.

[9] P. Deligne. « Cohomologie à support propre et construction du foncteur $f^!$ ». In : *Residues and duality*. Vol. 20. Lecture Notes in Math. Appendix to Hartshorne's book. Springer-Verlag, 1966, p. 404-421.

[10] C. Deninger. « Some analogies between number theory and dynamical systems on foliated spaces ». In : *Proceedings of the International Congress of Mathematicians (Berlin, 1998)*. Vol. Extra Vol. I. 1998, p. 163-186.

[11] V. Drinfeld. « Prismatization » (2020). arXiv : `arXiv:2005.04746`.

[12] A. Grothendieck. *Résidus et dualités*. Documents Mathématiques, SMF. Édité par R. Hartshorne. 2024.

[13] C. Houzel. « Espaces analytiques relatifs et théorème de finitude ». *Mathematische Annalen* **205** (1973).

[14] P. Johnstone. « On a topological topos ». *Proceedings of the London Math. Society* **3(2)** (1979), p. 237-271.

[15] L. Mann. « A p-adic 6-Functor Formalism in Rigid-Analytic Geometry » (2022). arXiv : `arXiv:2206.02022`.

[16] P. Scholze. *Six-Functor Formalisms*. `https://people.mpim-bonn.mpg.de/scholze/SixFunctors.pdf`. 2023.

[17] C. Simpson. « The Hodge filtration on nonabelian cohomology ». In : *Algebraic Geometry–Santa Cruz 1995*. Vol. 62, Part 2. Proc. Sympos. Pure Math. Providence, RI : American Mathematical Society, 1997, p. 217-281.

[18] N. Steenrod. « A convenient category of topological spaces ». *Michigan Math. J.* **14** (1967), p. 133-152.

Arthur-César Le Bras

irma, université de Strasbourg

`aclebras@unistra.fr`

Arthur-César Le Bras a soutenu sa thèse à l'imj en 2017 (dir. Laurent Fargues et Michael Harris). En post-doctorat à Bonn (septembre 2017-janvier 2019), il a été recruté au cnrs au concours 2018. De 2019 à 2022, il est chargé de recherche au laga (Villetaneuse). Depuis 2022, il est chargé de recherche à l'irma (Strasbourg).

Les verres de spins et la formule de Parisi

• J.-C. Mourrat

La mécanique statistique vise à modéliser les propriétés émergentes des systèmes constitués d'un grand nombre d'éléments. On peut penser à un gaz composé de nombreuses petites particules, ce qui donne lieu à des concepts macroscopiques tels que la densité, la pression ou la température du gaz. Cet article porte sur une classe de modèles de mécanique statistique appelés *verres de spins*. La caractéristique essentielle de ces modèles est qu'il y a beaucoup de « désaccord » entre les unités élémentaires du système, ces modèles ayant pour but de capturer certains traits essentiels des systèmes « complexes ». Les verres de spins ont inspiré de nombreux développements dans divers domaines, notamment les statistiques, l'informatique, la géométrie en haute dimension, ou la combinatoire, et de nombreux aspects de ces modèles ont été étudiés. Notre principal objectif ici est de discuter de certaines des idées liées à un résultat fondamental appelé la formule de Parisi, qui identifie l'énergie libre limite de certains de ces modèles. L'énergie libre est une quantité naturelle du point de vue de la physique, et peut être considérée comme une transformée de Laplace des variables d'intérêt, de sorte que l'identification de sa limite donne de riches informations sur le comportement du modèle. Nous discuterons également d'une connexion intrigante entre la formule de Parisi et certaines équations aux dérivées partielles, et comment ce lien pourrait aider à résoudre certains problèmes ouverts.

Dans la première section de cet article, nous faisons connaissance avec l'un des modèles les plus basiques de verre de spins appelé le modèle de Sherrington-Kirkpatrick, et nous voyons quelles caractéristiques de ce modèle en font effectivement un verre de spins. La section 2 présente la formule de Parisi en tant que telle ; nous discutons également de l'idée cruciale selon laquelle le support de la mesure de Gibbs associée est approximativement ultramétrique. Dans la section 3, nous abordons les extensions à des modèles plus généraux, et présentons un exemple appelé le modèle biparti, qui est actuellement moins bien compris. Dans la section 4, nous esquissons comment reformuler la formule de Parisi en utilisant certaines équations aux dérivées partielles, ainsi que quelques résultats partiels concernant le modèle biparti.

Cet article contient un certain nombre de notes de bas de page et d'encadrés de texte. Il s'agit de digressions ou de discussions plus techniques que vous pouvez librement ignorer si vous le souhaitez. Lire jusqu'à la fin de la section 2 devrait vous donner une bonne idée de ce qu'est la formule de Parisi, et vous pouvez décider de vous arrêter là. Les sections restantes se rapportent plus directement à mes activités de recherche récentes.

1. Le modèle de Sherrington-Kirkpatrick

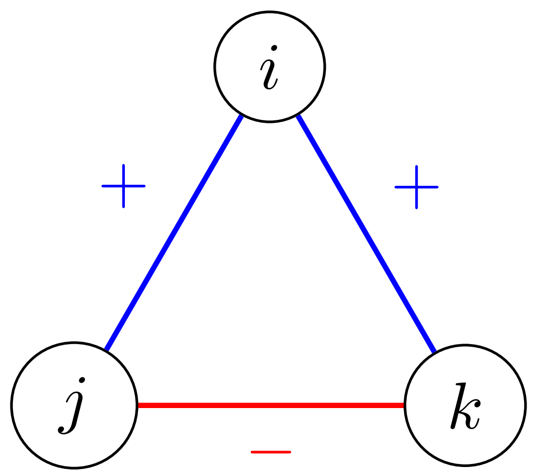
Pour mieux comprendre ce que sont les verres de spins, introduisons un exemple paradigmatique appelé le modèle de Sherrington-Kirkpatrick (sk) [19]. Il peut être utile d'imaginer que nous sommes confrontés à la situation suivante. Supposons que nous ayons N individus $\{1,\ldots,N\}$ que nous devons diviser en deux groupes. Nous pouvons représenter une assignation en deux groupes par un vecteur $\sigma \in \{\pm 1\}^N := \{-1,1\}^N$, où σ_i indique à quel groupe est assigné l'individu indexé par i. Pour chaque paire (i,j), on nous donne un nombre W_{ij} qui représente à quel point l'individu i s'entend bien avec l'individu j ; il est positif et très grand si l'individu i aime beaucoup l'individu j, tandis qu'il est très négatif si l'individu i n'aime vraiment pas l'individu j. Nous voulons chercher une assignation $\sigma \in \{\pm 1\}^N$ qui maximise la quantité suivante :

$$H_N(\sigma) := \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i,j=1}^{N} W_{ij}\sigma_i\sigma_j. \tag{1}$$

Il aurait peut-être été plus naturel d'écrire $\mathbf{1}_{\sigma_i=\sigma_j}$ à la place de $\sigma_i\sigma_j$, mais comme $\mathbf{1}_{\sigma_i=\sigma_j} = \frac{1}{2}(\sigma_i\sigma_j+1)$, ce choix est sans importance [1]. La normalisation $\frac{1}{\sqrt{N}}$ sera pratique plus tard.

On peut rapidement se rendre compte que trouver une configuration $\sigma \in \{\pm 1\}^N$ qui réalise le maximum de H_N n'est pas chose facile. Même lorsqu'on ne considère que trois individus i, j et k, on peut se retrouver dans une situation comme celle représentée à la figure 1 : peut-être que $W_{ij} + W_{ji} > 0$ et $W_{ik} + W_{ki} > 0$, ce qui suggérerait d'assigner i, j et k au même groupe ; mais si $W_{jk} + W_{kj} < 0$, alors les individus j et k préfèreraient être dans des groupes différents, et il n'y a aucun moyen de concilier toutes les préférences.

Figure 1 – Une situation simple de frustration. Ici, les coefficients (W_{ij}) suggèrent de fixer $\sigma_i = \sigma_j$, $\sigma_i = \sigma_k$, et $\sigma_j = -\sigma_k$, mais il est impossible de réaliser ces trois conditions simultanément.



En d'autres termes, certaines paires seront typiquement *frustrées*. Pour trouver la configuration optimale, il faut faire des compromis, et une inspection minutieuse des coefficients (W_{ij}) est nécessaire. De manière plus générale, pour N grand, les stratégies naïves et rapides [2] pour trouver une configuration σ telle que $H_N(\sigma)$ soit grand se retrouveront généralement bloquées dans un maximum local de la fonction H_N, et échoueront à atteindre le véritable maximiseur. La présence de ces frustrations, et le fait relié que les méthodes simples échouent généralement à trouver la configuration maximisante, sont les caractéristiques des systèmes *vi-*

1. Une des raisons pour lesquelles on définit le modèle en utilisant $\sigma_i\sigma_j$ à la place de $\mathbf{1}_{\sigma_i=\sigma_j}$ a à voir avec d'autres motivations provenant de la modélisation des matériaux magnétiques. D'un point de vue purement mathématique, il est également plus agréable de penser à H_N comme une fonction polynomiale de σ, que l'on peut considérer comme étant définie partout dans $\mathbb{R}^N$ plutôt que seulement sur $\{\pm 1\}^N$. Un autre petit point est que je trouve légèrement plus pratique pour la suite de ne pas supposer que W_{ij} est égal à W_{ji}, mais c'est également un détail.

2. Par exemple, tant qu'il y a un indice i tel que changer σ_i en $-\sigma_i$ fait augmenter H_N, on cherche l'indice qui réalise la plus grande différence, et on itère.

treux. La façon dont cela se rapporte au verre de notre quotidien est discutée dans l'encadré 1.1. Les variables $\sigma_1, \dots, \sigma_N$ sont souvent appelées *spins*, car une grande partie de la mécanique statistique s'est concentrée sur la modélisation des matériaux magnétiques, et le modèle est donc appelé un *verre de spins*.

1.1 – Pourquoi le mot « verre » pour ces modèles ?

Pour créer du verre, on commence par chauffer de la silice (c'est-à-dire du sable) et un peu de carbonates de calcium et de sodium (c'est-à-dire de la chaux et de la soude) jusqu'à ce qu'ils fondent. Un aspect clé de la fabrication du verre est que le mélange liquide doit ensuite être refroidi rapidement (« trempé » est le terme technique), afin de « piéger » la configuration microscopique dans un état désordonné hérité de la phase liquide. Après la trempe rapide, le matériau tente indéfiniment d'évoluer lentement vers son état organisé énergétiquement plus favorable, mais rencontre des configurations localement frustrées de plus en plus difficiles à surmonter. Dans ce cas, les frustrations et la dynamique lente émergent de la géométrie complexe de la configuration des particules. Les coefficients conflictuels (W_{ij}) dans le modèle SK le rendent beaucoup plus abordable analytiquement que tout modèle qui essaierait réellement d'être fidèle au « désordre géométrique » d'un véritable verre, mais on espère que les deux contextes partagent certaines propriétés qualitatives.

En lien avec la présence nécessaire de ces frustrations, on peut montrer que le problème, étant donné les coefficients (W_{ij}), de trouver une configuration $\sigma \in \{\pm 1\}^N$ qui maximise H_N, est en général NP-difficile. En fait, le problème est NP-difficile même si l'on vise seulement à trouver une configuration $\sigma \in \{\pm 1\}^N$ telle que $H_N(\sigma)$ soit au moins une fraction positive fixée de la valeur maximale, quelle que soit la fraction autorisée [1]. Nous nous éloignerons cependant de ce type d'analyse du pire cas, en nous concentrant plutôt sur ce à quoi ressemble une instance « typique » du problème. Il existe sûrement différentes façons de clarifier ce que « typique » signifie ici, mais nous choisissons de postuler que les coefficients $(W_{ij})_{i,j \leqslant N}$ sont des variables aléatoires gaussiennes indépendantes, de moyenne nulle et de variance égale à 1. L'hypothèse clé ici est qu'elles sont indépendantes et ont toutes la même moyenne et variance ; l'hypothèse qu'elles sont gaussiennes est une commodité, mais ne changerait pas les propriétés fondamentales qui seront discutées ci-dessous.

En résumé, on se donne $(W_{ij})_{i,j \geqslant 1}$ des variables aléatoires gaussiennes centrées indépendantes de variance 1, on définit H_N selon (1), et on cherche à étudier des quantités telles que

$$\frac{1}{N} \max_{\sigma \in \{\pm 1\}^N} H_N(\sigma), \tag{2}$$

dans la limite où N devient grand. Plus généralement, on s'intéresse à comprendre la géométrie de la fonction H_N, par exemple en vue de trouver des configurations σ qui réalisent essentiellement le maximum dans (2). Une manière particulièrement fructueuse d'explorer cela est de considérer une famille de mesures de probabilité associées à H_N, appelées *mesures de Gibbs* ; voir également l'encadré 1.2. Dans notre contexte, étant donné un paramètre $\beta \geqslant 0$, la mesure de Gibbs à « température inverse » β est la mesure de probabilité qui attribue à chaque $\sigma \in \{\pm 1\}^N$ une probabilité proportionnelle à $\exp(\beta H_N(\sigma))$.[3] Pour chaque valeur de $\beta \geqslant 0$, cette mesure de probabilité se concentre essentiellement sur un ensemble de niveau de H_N, en ce sens que H_N/N est essentiellement constant sous la mesure de Gibbs ; et à mesure que β augmente, la mesure se concentre de plus en plus sur les configurations qui réalisent quasiment le maximum de H_N. Pour comprendre cette famille de mesures de Gibbs, il est très utile d'élucider le comportement de la quantité

$$F_N(\beta) := \frac{1}{N} \mathbb{E}\left[\ln \sum_{\sigma \in \{\pm 1\}^N} \exp(\beta H_N(\sigma)) \right]. \tag{3}$$

L'espérance $\mathbb{E}$ est prise par rapport à l'aléa provenant des coefficients (W_{ij}). La quantité $F_N(\beta)$ est généralement appelée l'*énergie libre* du système[4]. Comprendre cette quantité ou ses généralisations

3. Les physiciens préfèrent ajouter un signe négatif ici, en écrivant $\exp(-\beta H_N(\sigma))$ au lieu de $\exp(\beta H_N(\sigma))$, mais comme les lois de H_N et $-H_N$ sont identiques, cela n'a pas vraiment d'importance et je préfère éviter la prolifération des signes négatifs. Le léger inconvénient de cette convention est que le système a maintenant une préférence pour les *grandes* valeurs de H_N, tandis que les physiciens préfèrent penser que la fonction d'énergie H_N doit être minimisée.

4. Même si les physiciens préfèreraient diviser F_N par β et ajouter un signe négatif (qui vient compenser celui qu'ils mettraient dans l'exponentielle) avant de l'appeler ainsi.

est très riche en informations concernant la mesure de Gibbs associée [5]. Pour les mathématiciens, nous pouvons le comprendre intuitivement en la considérant comme une sorte de transformée de Laplace de la fonction H_N ; nous pouvons également voir, par exemple, que la dérivée de F_N par rapport à β nous donne accès à la moyenne de H_N sous la mesure de Gibbs, moyennée également par rapport aux coefficients (W_{ij}). Nous pouvons alternativement considérer $F_N(\beta)$ comme une version « lissée » du maximum (2), de sorte que ce maximum est approximativement $F_N(\beta)/\beta$ si l'on prend β suffisamment grand [6].

1.2 – Mesures de Gibbs

On peut se borner à considérer les mesures de Gibbs comme des outils mathématiques utiles pour explorer les ensembles de niveaux de H_N, mais lorsque H_N représente la fonction d'énergie d'un système physique réel, on peut argumenter, à partir de principes fondamentaux, qu'à l'équilibre dans un environnement à température inverse β, le système sera effectivement distribué selon cette mesure. En fait, il s'agit d'un phénomène général qui peut également apparaître dans des contextes purement mathématiques. Par exemple, supposons qu'il y ait des variables $x_1,\dots,x_N$ prenant des valeurs dans un ensemble fini $\{e_1,\dots,e_K\}$, disons avec $e_1<\dots<e_K$, et soit $\bar{e}\in(e_1,e_K)$. À quoi ressemble l'une des variables, disons x_1, si N est très grand et si nous choisissons le vecteur $(x_1,\dots,x_N)$ de manière uniforme parmi tous ceux qui satisfont à $N^{-1}\sum_{i=1}^N x_i \simeq \bar{e}$? (Ici, on écrit $\simeq$ pour permettre une certaine marge de manœuvre afin de s'assurer qu'il existe de tels vecteurs ; par exemple, on peut demander que la différence entre les termes de chaque côté de $\simeq$ soit au plus ε_N, avec $\varepsilon_N\to 0$ et $N\varepsilon_N\to+\infty$ lorsque N tend vers l'infini.) On peut montrer que lorsque N tend vers l'infini, la probabilité que $x_1=e_k$ est proportionnelle à $\exp(-\beta e_k)$, où β est tel que

$$\frac{\sum_{\ell=1}^K e_k\exp(-\beta e_k)}{\sum_{\ell=1}^K \exp(-\beta e_k)}=\bar{e}. \tag{4}$$

En d'autres termes, asymptotiquement, lorsque N tend vers l'infini, la loi de x_1 converge faiblement vers la mesure de Gibbs à température inverse β, où β est défini par (4). On peut par exemple consulter [5, Section 1.1] pour plus de détails à ce sujet et sur la relation entre la mesure de Gibbs, l'énergie libre, et l'entropie de la mesure de Gibbs.

Il n'est pas très difficile de montrer que la quantité dans (2), et donc aussi celle dans (3), restent dans un compact de $(0,+\infty)$ lorsque N tend vers l'infini [7]. Peut-on déterminer les limites de ces quantités ? Malgré une introduction un peu longue, j'espère que vous conviendrez de la relative simplicité de la question. Pourtant, il se trouve que la réponse à cette question est incroyablement riche et complexe.

2. La formule de Parisi

Un premier candidat pour la limite de l'énergie libre $F_N(\beta)$ a été proposé par les physiciens qui ont introduit le modèle [19], mais ils avaient déjà compris que la réponse proposée ne pouvait pas être valide pour de grandes valeurs de β, c'est-à-dire à basse température. Dans l'une de ses contributions les plus célèbres, Giorgio Parisi a ensuite élaboré une procédure sophistiquée non rigoureuse, appelée la méthode des répliques, qui a conduit à ce qui est maintenant appelé la *formule de Parisi* [15, 18, 14, 17]. Cette formule est décrite en détail dans l'encadré 2.1 ; ici, nous nous contentons du fait qu'elle prend la forme suivante :

$$\lim_{N\to\infty} F_N(\beta)=\inf_{\mu\in\mathrm{Pr}([0,1])}\mathscr{P}(\mu), \tag{5}$$

5. La mesure de Gibbs dépend elle-même de la réalisation des coefficients aléatoires (W_{ij}), et on espère décrire des propriétés typiques par rapport à ce tirage, ou des propriétés en moyenne.

6. L'élément essentiel pour justifier ce point est de montrer que ce maximum est proche de son espérance, voir par exemple [5, Exercises 6.2 et 6.3].

7. Vous pouvez essayer ! Voici quelques indices. Pour la borne supérieure, on peut observer que pour chaque $\sigma\in\{\pm1\}^N$, la variable aléatoire $H_N(\sigma)$ est une gaussienne centrée de variance N, donc on peut facilement estimer la probabilité que $H_N(\sigma)$ soit au-dessus de CN pour chaque σ individuellement. Pour la borne inférieure, on peut se baser sur une procédure « greedy » naïve dans laquelle, en supposant avoir déjà choisi $\sigma_1,\dots,\sigma_i$, on choisit σ_{i+1} de manière à maximiser la partie de H_N qui ne concerne que $\sigma_1,\dots,\sigma_{i+1}$, puis en itérant sur i.

pour une certaine fonctionnelle $\mathscr{P}$, où $\mathrm{Pr}([0,1])$ désigne l'espace des mesures de probabilité sur $[0,1]$.

Il y a différentes sortes d'arguments non rigoureux. Certains n'ont pas tous les ε et δ ou négligent certains termes ennuyeux mais vraisemblablement négligeables, mais la plupart des mathématiciens les trouvent plutôt convainquants.

2.1 – La formule de Parisi en détail

La formule de Parisi stipule que

$$\lim_{N\to+\infty} F_N(\beta)$$
$$= \inf_{\mu\in\mathrm{Pr}([0,1])}\left(\Phi_\mu(0,0) - \beta^2\int_0^1 t\mu([0,t])\mathrm{d}t + \ln(2)\right),$$

où $\Phi_\mu : [0,1]\times\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est la solution de l'équation parabolique rétrograde

$$-\partial_t\Phi_\mu(t,x)$$
$$= \beta^2\left(\partial_x^2\Phi_\mu(t,x) + \mu([0,t])\left(\partial_x\Phi_\mu(t,x)\right)^2\right)$$

pour $(t,x)\in[0,1]\times\mathbb{R}$, avec

$$\Phi_\mu(1,x) = \ln\cosh(x) \quad \text{pour } x\in\mathbb{R}.$$

Les techniques de Giorgio Parisi étaient d'une nature assez différente, voir l'encadré 2.2. En fait, la communauté des physiciens était initialement loin d'être unanime sur la validité de sa prédiction. Outre la nature assez créative des arguments impliqués, une partie du scepticisme initial pouvait provenir du fait que la formule de Parisi se présente comme un problème de minimisation, comme indiqué dans (5). Pour chaque N fixé, l'énergie libre peut être réécrite comme un suprémum sur des mesures de probabilité d'un terme d'« énergie » et d'un terme d'« entropie » [8] ; une fois qu'on est familiarisé, cette formulation est très intuitive. On pourrait alors s'attendre à ce que la tâche d'identifier la limite de l'énergie libre se réduise à comprendre comment simplifier cette représentation dans la limite où N tend vers l'infini, tout en conservant la structure principale en suprémum. Pourtant, la formule (5) prédit plutôt un infimum [9].

2.2 – La méthode des répliques

La méthode des répliques cherche à exploiter le fait que $\ln x = \lim_{n\to 0}(x^n-1)/n$ ainsi que le calcul de ce qui, dans notre contexte, prend la forme

$$\mathbb{E}\left[\left(\sum_{\sigma\in\{\pm1\}^N}\exp(\beta H_N(\sigma))\right)^n\right], \tag{6}$$

où n est un entier positif. L'avantage de travailler avec un entier n est que nous pouvons alors développer la puissance et réécrire l'expression dans (6) comme une somme sur n copies de la variable σ d'une espérance que nous pouvons calculer ; les n variables prenant des valeurs dans $\{\pm1\}^N$ sont généralement appelées « répliques » (on utilisera ce mot dans un sens légèrement différent plus bas). Cette méthode des répliques était déjà utilisée dans l'article qui a introduit le modèle [19] ainsi que dans d'autres travaux antérieurs ; un bref historique en est donné dans [16, Appendix]. Giorgio Parisi a créé l'art subtil de faire tendre n vers zéro au cours du calcul de la bonne manière pour arriver à la bonne réponse pour la limite de l'énergie libre. Pour donner un aperçu des manipulations impliquées, voici une citation (traduite ici) tirée de son intervention pour le prix Nobel [16]. « Après de nombreux essais, j'ai eu une intuition : dans d'autres articles, les n indices étaient divisés en n/m groupes de m éléments chacun […]. Tout le monde supposait que m était un entier […]. J'ai fait l'hypothèse audacieuse que m pouvait être un nombre non entier, plus précisément un nombre dans l'intervalle $[0,1]$. Par exemple, je divisais les n répliques en $2n$ groupes de $1/2$ réplique chacun. Bien sûr, c'est fou, mais mon point de vue était que je devais d'abord vérifier si cette idée folle conduisait à des résultats corrects et remettre d'autres questions à plus tard. […] À la fin de l'article, j'ai ajouté l'observation qu'on pouvait améliorer la théorie en divisant les n/m groupes

8. Bien que nous n'ayons pas expliqué cela en détail dans l'encadré 1.2, l'énergie libre et l'entropie sont en relation de dualité convexe ; voir aussi [5, (1.14)] et [2, Corollaires 4.14 et 4.15] pour plus de détails.

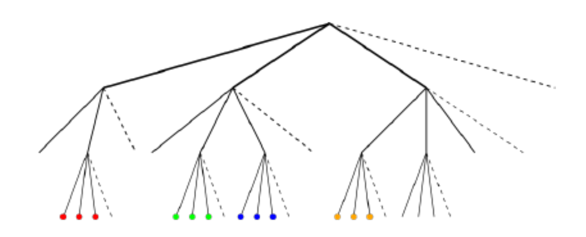
9. Par ailleurs, au cours du calcul par la méthode des répliques comme expliqué dans l'encadré 2.2, c'est d'abord un problème de maximisation qui apparaît, qui est ensuite transformé en un problème de minimisation lorsque l'entier strictement positif n devient inférieur à 1, sans beaucoup d'explications hormis le fait que l'on obtiendrait sinon quelque chose d'absurde. Je ne peux pas m'empêcher de mentionner qu'une réécriture de la formule de Parisi sous forme de supremum a récemment été obtenue dans [10].

en $(n/m)/m_1$ groupes de répliques, où m_1 était un nouveau paramètre variationnel. Je conjecturais aussi que la solution correcte était obtenue lorsque la procédure était répétée un nombre infini de fois. Quelques arguments de théorie des groupes sophistiqués ont aussi été ajoutés, soutenant que le groupe de permutations de zéro objets est un groupe infini parce qu'il se contient lui-même en tant que sous-groupe propre. [...] La réponse du relecteur fut remarquable. En résumé : *L'approche n'a pas de sens, mais les nombres provenant des formules sont raisonnables, donc cela peut être publié. La dernière observation ne vaut pas le papier sur lequel elle est écrite et devrait être supprimée.* J'ai ri parce que pendant ce temps, j'avais étendu le calcul à un nombre infini de subdivisions ». Ce dernier calcul conduit à ce que nous appelons maintenant la formule de Parisi.

Des travaux ultérieurs de physiciens ont ensuite élucidé une multitude de nouvelles informations qui étaient cohérentes avec la formule (5) [7]. Ils ont découvert que, dans la limite où N tend vers l'infini (et à part pour des choix de (W_{ij}) de faible probabilité), la mesure de Gibbs associée possède une structure hiérarchique très complexe mais aussi très précise, et que la mesure minimisante dans (5) la décrit entièrement. Un aspect clé de cette description est que, lorsque N devient très grand, la mesure de Gibbs est essentiellement supportée sur un ensemble ultramétrique ; voir la figure 2 pour plus de détails.

Cette série de découvertes a suscité beaucoup d'enthousiasme ; les gens avaient identifié un modèle jouet d'un système « complexe », avec un paysage énergétique très riche et vallonné, qu'ils pouvaient étudier avec une grande précision à l'aide de méthodes analytiques. Pourtant, comme le dit Giorgio Parisi [16] (traduit ici), « il était possible que la solution correcte soit différente et plus complexe [...]. Il était difficile de conclure de manière définitive. » La validité de la formule de Parisi est ensuite devenue une certitude grâce à une série de contributions mathématiques rigoureuses. Francesco Guerra [6] a d'abord montré que $\limsup_{N\to\infty} F_N(\beta) \leqslant \inf_{\mu\in\Pr([0,1])} \mathscr{P}(\mu)$.

Figure 2 – Hormis pour des choix de (W_{ij}) de faible probabilité et pour N assez grand, les tirages aléatoires suivant la mesure de Gibbs se comportent essentiellement comme s'ils étaient échantillonnés à partir d'un espace ultramétrique. Un espace ultramétrique peut être encodé sur les feuilles d'un arbre comme dans l'image ci-dessous, où les points bleus sont à la même distance les uns des autres ; eux-mêmes sont tous à la même distance de tout point vert ; les points bleus, verts et orange sont tous à la même distance de tout point rouge, etc.



Par un tour de force mathématique, Michel Talagrand [20] a ensuite réussi à prouver la borne inverse et a ainsi obtenu une preuve complète de la formule de Parisi [10]. Une preuve alternative qui couvre une classe plus large de modèles a ensuite été développée par Dmitry Panchenko [12, 13]. Outre sa plus grande généralité, cette preuve alternative est également plus conceptuelle, et son étape clé est très intéressante en soi, car elle consiste à justifier l'ultramétricité de la mesure de Gibbs sous-jacente (à une petite perturbation de la fonction d'énergie près).

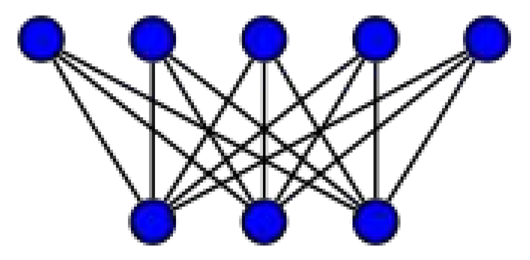
3. Vers des modèles plus généraux

Grâce aux perspectives issues de la formule de Parisi et de sa démonstration, ainsi qu'aux développements ultérieurs, on comprend désormais de nombreux aspects du modèle de Sherrington-Kirkpatrick et de la structure de ses mesures de Gibbs. Par exemple, des progrès récents ont été réalisés sur la question de savoir s'il est possible de trouver un algorithme en temps polynomial qui identifie une configuration $\sigma \in \{\pm 1\}^N$ qui maximise essentiellement la fonction H_N. Les connaissances acquises pour le modèle sk ont également permis de progresser sur une grande variété d'autres problèmes « complexes » qui partagent des caractéristiques similaires avec des « frustrations », allant des

10. C'est l'un des résultats clés célébrés dans la citation pour le prix Abel 2024 de Michel Talagrand.

statistiques et de la géométrie en haute dimension à l'informatique et la combinatoire.

Figure 3 – Les unités élémentaires sont organisées en deux couches et n'interagissent qu'à travers les couches



Dans cette présentation, je vais mettre l'accent sur une généralisation apparemment modeste du modèle sk dans laquelle les variables sont de deux types différents. Nous pouvons visualiser cela en imaginant les variables organisées en deux couches comme illustré à la figure 3, chaque couche étant constituée de variables d'un seul type ; nous postulons maintenant qu'il n'y a que des interactions directes entre les variables de types différents. Je trouve ce modèle intéressant entre autres car il est lié à plusieurs modèles classiques de réseaux de neurones. [11]

Pour formaliser précisément le modèle, on peut représenter les variables sous la forme d'une paire $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2) = (\sigma_{1,1}, \dots, \sigma_{1,N}, \sigma_{2,1}, \dots, \sigma_{2,N}) \in \{\pm 1\}^N \times \{\pm 1\}^N$, et on pose

$$H_N^{\mathrm{bip}}(\sigma) := \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i,j=1}^{N} W_{i,j} \sigma_{1,i} \sigma_{2,j}. \tag{7}$$

Pour simplifier, on a imposé que σ_1 et σ_2 soient des vecteurs de même longueur N, mais ce n'est pas fondamental ; l'important est de s'assurer que les tailles respectives des deux couches restent proportionnelles l'une à l'autre à mesure que nous considérons des systèmes de plus en plus grands. Nous avons également conservé l'idée que chacune des variables prend des valeurs dans $\{\pm 1\}$, mais on peut également s'affranchir de cette hypothèse [12]. Nous appellerons ce modèle le *modèle biparti*.

Ce modèle peut sembler à première vue à peine distinct du modèle sk. Pourtant, à ce jour, on ne sait pas quelle est la limite de l'énergie libre dans ce cas ; en fait, même le fait que l'énergie libre converge lorsque N tend vers l'infini n'est pas connu. Pour être clair, l'énergie libre ici est

$$\frac{1}{N} \mathbb{E}\left[\ln \sum_{\sigma \in \{\pm 1\}^N \times \{\pm 1\}^N} \exp(\beta H_N^{\mathrm{bip}}(\sigma)) \right].$$

Le comportement asymptotique du maximum

$$\frac{1}{N} \max_{\sigma \in \{\pm 1\}^N \times \{\pm 1\}^N} H_N^{\mathrm{bip}}(\sigma)$$

est également mal compris. Le problème ici va au-delà de la simple résolution d'une partie technique dans la démonstration de la formule de Parisi. En effet, on pourrait imaginer plusieurs manières possibles de généraliser la formule de Parisi à ce modèle biparti, mais il est démontré qu'aucun de ces candidats pour la limite n'est valide [8, Section 6].

Pour clarifier ce qui distingue le modèle biparti du modèle sk sur le plan technique, il est préférable de changer un peu notre point de vue sur la définition de ces champs aléatoires H_N et H_N^{bip}. Au lieu de les écrire explicitement comme dans (1) et (7), une manière équivalente de les définir est de spécifier qu'ils sont des champs gaussiens centrés, et de donner leur covariance. Pour le modèle sk, on a pour chaque $\sigma, \tau \in \{\pm 1\}^N$ que

$$\mathbb{E}[H_N(\sigma) H_N(\tau)] = N \left(\frac{\sigma \cdot \tau}{N} \right)^2, \tag{8}$$

où le point dans l'expression $\sigma \cdot \tau$ désigne le produit scalaire usuel dans $\mathbb{R}^N$. Ainsi, au lieu d'écrire la formule (1), nous aurions aussi pu dire « soit $(H_N(\sigma))_{\sigma \in \{\pm 1\}^N}$ le vecteur gaussien centré dont la covariance est donnée par (8) ». L'un des avantages de la formule explicite, outre son caractère potentiellement plus intuitif, est qu'elle montre clairement qu'un tel vecteur aléatoire existe. Plus généralement, on pourrait envisager des champs gaussiens centrés $(H_N(\sigma))_{\sigma \in \mathbb{R}^N}$ tels que, pour une fonction lisse $\xi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, on ait pour chaque $\sigma, \tau \in \mathbb{R}^N$ que

$$\mathbb{E}[H_N(\sigma) H_N(\tau)] = N \xi \left(\frac{\sigma \cdot \tau}{N} \right); \tag{9}$$

11. L'un d'eux est le modèle de Hopfield, qui est un modèle de stockage et de récupération d'information. Un autre est la machine de Boltzmann restreinte, une architecture de réseau de neurones artificiels qui était populaire jusqu'à il y a environ dix ans pour l'apprentissage de distributions de données et la génération de nouveaux exemples. En grande partie pour leurs travaux sur ces modèles, John Hopfield et Geoffrey Hinton viennent de recevoir le prix Nobel de physique.

12. En restant avec la version la plus simple possible du modèle, nous avons artificiellement introduit une symétrie entre les deux couches, mais nous voulons insister sur l'élaboration de techniques d'analyse qui ne reposent pas sur cette symétrie ; un moyen simple de briser la symétrie tout en restant dans notre contexte et notre notation est d'ajouter un terme $h \sum_{i=1}^N \sigma_{1,i}$ dans la définition de $H_N^{\mathrm{bip}}(\sigma)$, pour un certain paramètre $h \neq 0$.

le modèle SK correspond au cas où $\xi(r) = r^2$. Pour le choix de $\xi(r) = r^3$, on peut trouver un champ gaussien qui satisfait à (9) en définissant

$$H_N(\sigma) := \frac{1}{N} \sum_{i,j,k=1}^{N} W_{i,j,k}\sigma_i\sigma_j\sigma_k,$$

où $(W_{i,j,k})$ sont des gaussiens centrés indépendants de variance 1. On peut réaliser $\xi(r) = r^p$ pour tout entier positif p en procédant de manière similaire. L'ensemble des fonctions ξ qui définissent effectivement une fonction de covariance dans (9) est l'ensemble des fonctions de la forme

$$\xi(r) = \sum_{p=0}^{+\infty} a_p r^p, \tag{10}$$

avec $a_p \geqslant 0$ tendant vers zéro suffisamment rapidement quand p tend vers l'infini, sera une fonction de covariance valide.

Pour le modèle biparti, on a plutôt que, pour chaque $\sigma, \tau \in \{\pm 1\}^N \times \{\pm 1\}^N$,

$$\mathbb{E}\left[H_N^{\mathrm{bip}}(\sigma)H_N^{\mathrm{bip}}(\tau)\right] = N\left(\frac{\sigma_1 \cdot \tau_1}{N}\right)\left(\frac{\sigma_2 \cdot \tau_2}{N}\right). \tag{11}$$

La principale différence technique entre les modèles SK et biparti est qu'ici, la fonction pertinente qui apparaît à droite de (11) est l'application $(x,y) \mapsto xy$, qui *n'est pas convexe*. Pour être précis, pour les modèles avec un seul type de spins, c'est-à-dire de la forme (9), ce qui est crucial est que la fonction ξ soit convexe sur $\mathbb{R}_+$; comme on peut le voir à partir de (10), c'est en fait toujours vrai! Cette propriété de convexité peut cependant cesser d'être valide dès que l'on considère des modèles avec deux types de spins ou plus, comme on le voit sur l'exemple du modèle biparti. En général, on peut considérer des modèles avec un nombre fixe D de types de spins, disons $\sigma = (\sigma_1, \ldots, \sigma_D) \in (\mathbb{R}^N)^D$, avec une covariance telle que, pour chaque $\sigma, \tau \in (\mathbb{R}^N)^D$,

$$\mathbb{E}\left[H_N(\sigma)H_N(\tau)\right] = N\xi\left(\left(\frac{\sigma_d \cdot \sigma_{d'}}{N}\right)_{1 \leqslant d,d' \leqslant D}\right),$$

où ξ est une fonction (admissible) de $\mathbb{R}^{D\times D}$ dans $\mathbb{R}$. Les modèles pour lesquels on peut écrire et prouver rigoureusement une formule de Parisi pour la limite de l'énergie libre sont exactement ceux pour lesquels la fonction ξ est convexe sur l'espace des matrices symétriques définies positives [3].

4. Une connexion avec les équations aux dérivées partielles

Alors, que pouvons-nous faire pour le modèle biparti? Comme mentionné dans la section précédente, il n'est même pas clair de décider de ce qu'on espère montrer dans ce cas, car il n'y a pas de manière évidente d'étendre la formule de Parisi à un candidat raisonnable pour l'énergie libre limite. Je vais expliquer une piste possible que mes collaborateurs et moi avons explorée. L'idée se déroule en deux étapes. Tout d'abord, on enrichit l'énergie libre en ajoutant certains termes (qu'on espère pas trop compliqués) à la fonction d'énergie, de sorte à obtenir une énergie libre qui dépend de paramètres supplémentaires en plus de la température inverse. Ensuite, on espère trouver une équation aux dérivées partielles que cette énergie libre résout approximativement, et caractériser l'énergie libre limite comme la solution unique de cette équation. Cette approche fonctionne bien pour des modèles plus simples comme le modèle de Curie-Weiss et ses généralisations, ou pour certains problèmes d'inférence statistique comme la détection de communautés (voir [5, Chapitres 1 à 4] pour une présentation détaillée). Une bonne pratique pédagogique serait sans doute que nous explorions d'abord ces modèles. Au lieu de cela, je vais essayer de traiter directement le cas plus complexe des verres de spins, mais certains aspects de la discussion seront nécessairement assez imprécis.

Pour garder une notation simple, nous discuterons d'abord de l'approche dans le cas du modèle SK. Commençons par définir une nouvelle énergie libre avec un paramètre supplémentaire, puis discutons des motivations pour ce choix. Pour chaque $t \geqslant 0$ et $h \geqslant 0$, on définit

$$F_N(t,h) := -\frac{1}{N}\mathbb{E}\Bigg[\ln \sum_{\sigma\in\{\pm1\}^N} \exp(\sqrt{2t}H_N(\sigma) - Nt + \sqrt{2h}z\cdot\sigma - Nh)\Bigg], \tag{12}$$

où $z = (z_1, \ldots, z_N)$ est un vecteur de gaussiennes centrées indépendantes de variance 1, indépendant de H_N, et on se rappelle que la fonction H_N pour le modèle SK est définie dans (1).

Plusieurs commentaires sont nécessaires pour expliquer certains des choix faits dans cette nouvelle définition de F_N. Tout d'abord, nous avons remplacé β par $\sqrt{2t}$. La raison in fine est que les formules qui suivent seront plus élégantes de cette manière, mais une façon de pressentir cela est de se rappeler que $H_N(\sigma)$ est une variable aléatoire gaussienne, et donc le facteur $\sqrt{2t}H_N(\sigma)$ est tel que la variance de la gaussienne dépend linéairement de t, comme pour le mouvement brownien ; c'est comme si nous ajoutions continuellement de nouvelles copies indépendantes de $H_N(\sigma)$ de manière homogène en temps. Il en va de même pour $\sqrt{2h}$ devant $z\cdot\sigma$. Le facteur $-Nt$ est également là en fin de compte simplement pour rendre les formules qui suivent un peu plus élégantes ; c'est la moitié de la variance de la variable aléatoire gaussienne $\sqrt{2t}H_N(\sigma)$. Les personnes familières avec le calcul stochastique reconnaîtront ici une exponentielle stochastique : en particulier, nous avons que $\mathbb{E}[\exp(\sqrt{2t}H_N(\sigma)-Nt)]=1$. Donc, si nous échangions l'espérance et le logarithme dans (12), nous finirions avec une somme de termes tous égaux à 1. Par l'inégalité de Jensen, la quantité avec l'espérance et le logarithme échangés est plus petite que la quantité de départ, et notre fonction F_N permet en quelque sorte de mesurer le défaut dans cette inégalité de Jensen [13].

À partir de la formule (12), nous avons jusqu'à présent principalement discuté de simples changements de variables, ou tenté de justifier la présence des termes apparemment inutiles Nt ou Nh, mais l'important est de comprendre pourquoi nous ajoutons ce terme $\sqrt{2h}z\cdot\sigma$. Le fait que nous recherchions une équation aux dérivées partielles pour F_N signifie que nous espérons pouvoir compenser de petites variations de t par de petites variations de h. Nous cherchons donc un terme qui ressemble à $H_N(\sigma)$ d'une certaine manière, tout en étant plus simple à analyser. Peut-être qu'une façon de penser que le terme $\sqrt{2h}z\cdot\sigma$ n'est pas un choix déraisonnable est d'écrire

$$H_N(\sigma)=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{j=1}^{N}W_{ij}\sigma_j\right)\sigma_i,$$

et de se dire que peut-être que $(\sum_{j=1}^{N}W_{ij}\sigma_j)$ pourrait être remplacé par des variables gaussiennes indépendantes équivalentes, parce que, en tout cas pour chaque σ fixé, il s'agit bien de variables gaussiennes après tout. Une explication plus détaillée dépasse le cadre de cette note ; pour moi, la meilleure heuristique est celle discutée dans [5, Exercice 6.5 et solution].

Soyons pragmatiques ici et calculons simplement les dérivées de F_N pour voir si quelque chose d'intéressant se produit. Pour exprimer ces dérivées de manière claire, introduisons une notation pour la mesure de Gibbs. Pour toute fonction f, on écrit

$$\langle f(\sigma)\rangle:=\frac{\sum_{\sigma\in\{\pm1\}^N}f(\sigma)\exp(H_N(t,h,\sigma))}{\sum_{\sigma\in\{\pm1\}^N}\exp(H_N(t,h,\sigma))},\qquad(13)$$

où on a posé $H_N(t,h,\sigma):=\sqrt{2t}H_N(\sigma)-Nt+\sqrt{2h}z\cdot\sigma-Nh$. Dans la notation à gauche de (13), les crochets $\langle\cdot\rangle$ représentent donc l'espérance par rapport à la mesure de Gibbs, et on considère σ comme une variable aléatoire échantillonnée suivant cette mesure. On écrit également σ' pour désigner une copie indépendante de σ sous la mesure de Gibbs, c'est-à-dire qu'on écrit

$$\langle f(\sigma,\sigma')\rangle:=\frac{\sum_{\sigma,\sigma'\in\{\pm1\}^N}f(\sigma,\sigma')\exp(H_N(t,h,\sigma)+H_N(t,h,\sigma'))}{\sum_{\sigma,\sigma'\in\{\pm1\}^N}\exp(H_N(t,h,\sigma)+H_N(t,h,\sigma'))}.$$

Un calcul [14] montre que

$$\partial_t F_N(t,h)=\mathbb{E}\left\langle\left(\frac{\sigma\cdot\sigma'}{N}\right)^2\right\rangle\quad\text{et}\quad\partial_h F_N(t,h)=\mathbb{E}\left\langle\frac{\sigma\cdot\sigma'}{N}\right\rangle.\qquad(14)$$

La dépendance en t et h dans les membres de droite des identités ci-dessus est cachée dans la définition de la mesure de Gibbs $\langle\cdot\rangle$. Pour des modèles plus généraux comme dans (9), on trouve la même expression pour $\partial_h F_N$ que dans (14) (pour la définition correspondante de la mesure de Gibbs), tandis que

13. En général, on ne se limite pas aux modèles définis sur $\{\pm1\}^N$. Pour un modèle dont la covariance est donnée par (9), on écrit donc

$$F_N(t,h):=-\frac{1}{N}\mathbb{E}\left[\ln\int\exp\left(\sqrt{2t}H_N(\sigma)-Nt\xi(|\sigma|^2/N)+\sqrt{2h}z\cdot\sigma-h|\sigma|^2\right)\mathrm{d}P_N(\sigma)\right],$$

où $P_N=P_1^{\otimes N}$ est le produit tensoriel N fois d'une mesure de probabilité P_1 sur $\mathbb{R}$ à support compact. On retrouve le modèle SK en choisissant $\xi(r)=r^2$ et $P_1=(\delta_1+\delta_{-1})/2$, à un facteur trivial de $\ln 2$ près. Remarquons qu'avec cette définition, l'inégalité de Jensen nous dit que $F_N\geqslant 0$, grâce au signe négatif que nous avons ajouté.

14. Vous pouvez essayer ! La seule chose à garder à l'esprit est que si G est une gaussienne centrée de variance 1 et que f est une fonction suffisamment régulière (disons C^1 avec une croissance raisonnable de f et de f' à l'infini), alors

$$\mathbb{E}[Gf(G)]=\mathbb{E}[f'(G)].$$

Pour voir cela, il suffit d'écrire l'espérance explicitement comme une intégrale contre la densité gaussienne, et d'intégrer par parties.

pour la dérivée en t, on trouve

$$\partial_t F_N(t,h) = \mathbb{E}\left\langle \xi\left(\frac{\sigma\cdot\sigma'}{N}\right)\right\rangle. \tag{15}$$

Continuant avec le modèle SK pour l'instant, nous obtenons donc que

$$\partial_t F_N - (\partial_h F_N)^2 = \mathbb{E}\left\langle \left(\frac{\sigma\cdot\sigma'}{N}\right)^2\right\rangle - \left(\mathbb{E}\left\langle \frac{\sigma\cdot\sigma'}{N}\right\rangle\right)^2. \tag{16}$$

Le membre de droite de cette identité est la variance de la variable aléatoire $\sigma\cdot\sigma'/N$ sous $\mathbb{E}\langle\cdot\rangle$. Cette variable aléatoire est une somme de N termes, donc on pourrait se dire qu'elle a de petites fluctuations, par un effet de loi des grands nombres. Voyons donc ce que l'on obtiendrait sous cette hypothèse que la variance de $\sigma\cdot\sigma'/N$ tend vers zéro lorsque N tend vers l'infini. Nous sommes alors amenés à l'idée que F_N pourrait converger vers une fonction limite f qui résout l'équation

$$\partial_t f - (\partial_h f)^2 = 0. \tag{17}$$

De plus, en fixant $t = 0$ dans la définition de F_N dans (12), nous constatons que nous pouvons facilement calculer le résultat en écrivant $z\cdot\sigma = \sum_{i=1}^N z_i\sigma_i$, en écrivant l'exponentielle de la somme comme une somme d'exponentielles, et en réalisant que nous pouvons alors factoriser la sommation en un produit de N sommes simples sur $\{\pm 1\}$. En bref, nous voyons que

$$F_N(0,h) = F_1(0,h). \tag{18}$$

Ainsi, si nous croyons que la variable aléatoire $\sigma\cdot\sigma'/N$ a des fluctuations négligeables dans la limite de N grand, alors nous sommes tentés de conjecturer que F_N converge vers la fonction f qui résout (17) avec la condition initiale $f(0,\cdot) = F_1(0,h)$. En fait, la conclusion à laquelle on arrive ainsi est exactement celle qui a été proposée (en utilisant d'autres arguments) dans l'article qui a introduit le modèle SK [19]. Pour le modèle avec la covariance comme dans (9), nous serions plutôt arrivés à l'équation

$$\partial_t f - \xi(\partial_h f) = 0. \tag{19}$$

Les équations aux dérivées partielles de ce type sont appelées équations de Hamilton-Jacobi.

L'idée générale que la variable aléatoire importante, ici $\sigma\cdot\sigma'/N$, a des fluctuations négligeables dans la limite de grands N, fonctionne très bien pour les modèles plus simples. Mais pour le modèle qui nous intéresse ici, cette hypothèse n'est valide qu'à haute température, c'est-à-dire pour de petites valeurs de t. Lorsque t dépasse un certain seuil, la mesure de Gibbs prend une structure ultramétrique non triviale, comme représentée sur la figure 2, et en particulier la variance de $\sigma\cdot\sigma'/N$ ne tend pas vers zéro.

Bien qu'elle ne fonctionne pas totalement, l'idée que nous venons d'explorer semble prometteuse, et nous allons essayer de l'améliorer. Le point central est que nous n'avons pas complètement réussi à « fermer l'équation » avec l'introduction de ce paramètre h ; mais peut-être que nous pourrions y parvenir en introduisant plus de paramètres.

La construction complète de l'énergie libre qui intègre ces paramètres supplémentaires prendrait trop de place pour l'expliquer ici (on peut consulter [5, Section 6.4]), mais l'idée de base est que, comme nous anticipons que le véritable système pourrait avoir une structure ultramétrique complexe, nous voulons remplacer notre « champ extérieur » naïf $\sqrt{2h}z$, que nous appliquions à σ, par un champ aléatoire plus sophistiqué qui incorpore lui-même une structure ultramétrique. Cette structure ultramétrique est encodée à l'aide d'une fonction croissante $q : [0,1] \to [0,\infty)$.

Cette construction nous conduit donc à une nouvelle définition de l'énergie libre F_N, que nous considérons désormais comme une fonction de t et de q à la place de t et h. Nous pouvons appeler cette fonction étendue $F_N(t,q)$ l'« énergie libre enrichie ». La version dans (1) correspond au choix de la fonction constante $q = h$ dans cette nouvelle définition ; en particulier, nous calculons l'énergie libre du modèle « standard » lorsque nous calculons $F_N(\beta^2/2, 0)$, pourvu qu'on garde à l'esprit le signe négatif supplémentaire et le terme Nt dans (12).

Désignons par $\mathcal{Q}$ l'espace des fonctions croissantes $q : [0,1] \to [0,\infty)$. La notion de différentiation pour les fonctions $g : \mathcal{Q} \to \mathbb{R}$ que nous utilisons est la suivante. On dit que g est différentiable en $q \in \mathcal{Q}$, et dans ce cas, on note $\partial_q g(q,\cdot) \in L^2([0,1];\mathbb{R})$ la dérivée en q, si pour chaque $q' \in \mathcal{Q}$, on a

$$g((1-\varepsilon)q + \varepsilon q') = g(q) + \varepsilon\int_0^1 (q'-q)(u)\partial_q g(q,u)\,\mathrm{d}u + o(\varepsilon) \quad (\varepsilon \to 0).$$

On peut trouver une expression élégante pour la dérivée de F_N par rapport à q, qui ressemble à ce que nous avons trouvé dans la deuxième partie de (14) mais qui implique également d'autres variables qui jouent un rôle dans la structure ultramétrique du nouveau champ extérieur. On est alors amené à former la quantité

$$\partial_t F_N(t,q) - \int_0^1 (\partial_q F_N(t,q,u))^2 \,\mathrm{d}u = \text{petit}?$$

Ce qui remplace le « petit » dans le membre de droite ci-dessus est une variance conditionnelle de $\sigma \cdot \sigma'/N$; en particulier, c'est en effet plus petit que la variance de $\sigma \cdot \sigma'/N$, donc nous faisons effectivement des progrès. Pour le modèle avec la covariance comme dans (9), on espère que

$$\partial_t F_N(t,q) - \int_0^1 \xi(\partial_q F_N(t,q,u)) \,\mathrm{d}u = \text{petit}?$$

Bien que nous n'ayons pas expliqué la construction de ce nouveau champ extérieur avec une structure ultramétrique, il s'avère qu'il est toujours « factorisable » dans le sens où la propriété agréable que nous avions dans (18) reste valable dans ce cadre plus général, c'est-à-dire que pour chaque $q \in \mathcal{Q}$, on a

$$F_N(0,q) = F_1(0,q). \tag{20}$$

Il se trouve que nos espoirs plus sophistiqués sont maintenant corrects. Pour faciliter la notation, on pose $\psi(q) := F_1(0,q)$.

Théorème 1 (La formule de Parisi en tant qu'équation de Hamilton-Jacobi [4, 9, 11]). *L'énergie libre enrichie $F_N : \mathbb{R}_+ \times \mathcal{Q} \to \mathbb{R}$ pour le modèle SK converge ponctuellement vers la fonction $f : \mathbb{R}_+ \times \mathcal{Q} \to \mathbb{R}$ qui satisfait à*

$$\begin{cases} \partial_t f - \int_0^1 (\partial_q f)^2 = 0 & \text{sur } \mathbb{R}_+ \times \mathcal{Q}, \\ f(0,\cdot) = \psi & \text{sur } \mathcal{Q}. \end{cases} \tag{21}$$

Plus généralement, si $F_N : \mathbb{R}_+ \times \mathcal{Q} \to \mathbb{R}$ représente maintenant l'énergie libre enrichie associée à un modèle dont la covariance est donnée par (9), *alors F_N converge vers la fonction f qui satisfait à*

$$\begin{cases} \partial_t f - \int_0^1 \xi(\partial_q f) = 0 & \text{sur } \mathbb{R}_+ \times \mathcal{Q}, \\ f(0,\cdot) = \psi & \text{sur } \mathcal{Q}. \end{cases} \tag{22}$$

Une partie de la tâche consistant à donner un sens à ce théorème est de trouver une bonne notion de solution pour les équations de Hamilton-Jacobi (21) et (22). Cela repose sur la notion de solutions de viscosité (voir [5, Chapitre 3] pour une introduction adaptée à notre contexte).

Comment cette formulation se rapporte-t-elle à la formule de Parisi ? Le point clé est que lorsque la non-linéarité (la fonction $x \mapsto x^2$ dans (21)) est convexe, la solution admet une représentation variationnelle connue sous le nom de formule de Hopf-Lax. La solution à (21) peut être écrite comme suit :

$$f(t,q) = \sup_{q' \in \mathcal{Q}} \left(\psi(q+q') - \frac{1}{4t} \int_0^1 (q')^2 \right). \tag{23}$$

Pour la solution à l'équation plus générale dans (22), on a

$$f(t,q) = \sup_{q' \in \mathcal{Q}} \left(\psi(q+q') - t \int_0^1 \xi^* \left(\frac{q'}{t} \right) \right), \tag{24}$$

où ξ^* est le dual convexe de ξ défini, pour chaque $s \in \mathbb{R}$, par

$$\xi^*(s) := \sup_{r \geqslant 0} (rs - \xi(r)).$$

On peut alors relier cette représentation à la formule de Parisi en posant $q = 0$ dans (23), en effectuant un changement de variables, et en faisant des calculs explicites impliquant la fonction ψ.[15]

Tout cela est bien joli, mais nous connaissions déjà la réponse dans ces cas. Les choses vraiment intéressantes apparaissent lorsque l'on considère des modèles avec différents types de spins, tels que le modèle biparti. Rappelons que dans ce cas, la fonction d'énergie H_N^{bip} est définie dans (7). Voyons d'abord ce que nous obtenons si nous raisonnons de manière simplifiée comme pour obtenir (17) ou (19). Le point important est que, puisqu'il y a maintenant deux types de spins, nous voudrions nous assurer d'avoir une variable supplémentaire (un « champ extérieur » supplémentaire) agissant sur chacun de ces deux types. Ainsi, nous posons, pour tout $t \geqslant 0$, $h = (h_1, h_2) \in \mathbb{R}_+^2$, et $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2) \in \{\pm 1\}^N \times \{\pm 1\}^N$,

$$\begin{aligned} H_N(t,h,\sigma) := {} & \sqrt{2t} H_N^{\mathrm{bip}}(\sigma) - \\ & Nt + \sqrt{2h_1} z_1 \cdot \sigma_1 - N h_1 + \sqrt{2h_2} z_2 \cdot \sigma_2 - N h_2, \end{aligned}$$

(nous omettons les lettres $^{\mathrm{bip}}$ en exposant à partir de maintenant pour simplifier la notation), et ensuite, pour tout $t \geqslant 0$ et $h = (h_1, h_2) \in \mathbb{R}_+^2$, nous posons la nouvelle énergie libre comme étant

$$F_N(t,h) := -\frac{1}{N} \mathbb{E} \left[\ln \sum_{\sigma \in \{\pm 1\}^N \times \{\pm 1\}^N} \exp(H_N(t,h,\sigma)) \right].$$

La définition de la moyenne de Gibbs $\langle \cdot \rangle$ est, espérons-le, claire ; elle est essentiellement identique à la formule dans (13), sauf que maintenant

15. Nos formules ici sont avec un supremum, contrairement à (5), mais cela est simplement dû au fait que nous avons ajouté un signe moins dans la définition de (12).

la variable h est dans $\mathbb{R}_+^2$ et que la variable de sommation σ varie dans $\{\pm 1\}^N \times \{\pm 1\}^N$. À la place de (14) ou (15), nous obtenons que

$$\partial_t F_N(t,h) = \mathbb{E}\left\langle \left(\frac{\sigma_1 \cdot \sigma_1'}{N}\right)\left(\frac{\sigma_2 \cdot \sigma_2'}{N}\right)\right\rangle,$$

avec toujours

$$\partial_{h_1} F_N(t,h) = \mathbb{E}\left\langle \frac{\sigma_1 \cdot \sigma_1'}{N}\right\rangle \quad \text{et} \quad \partial_{h_2} F_N(t,h) = \mathbb{E}\left\langle \frac{\sigma_2 \cdot \sigma_2'}{N}\right\rangle.$$

Ainsi, si nous supposons que les variables aléatoires $\sigma_1 \cdot \sigma_1'/N$ et $\sigma_2 \cdot \sigma_2'/N$ ne fluctuent pas beaucoup dans la limite de N grand, nous sommes amenés à croire que F_N converge vers f qui satisfait à

$$\partial_t f - \partial_{h_1} f \, \partial_{h_2} f = 0. \tag{25}$$

La condition initiale $f(0,\cdot)$ est facile à calculer car on a encore (18).

Le problème est que l'hypothèse qui nous conduit à (25) est de nouveau trop naïve bien sûr, donc au lieu de cela, nous devons remplacer notre paire de variables simples $h = (h_1, h_2) \in \mathbb{R}_+^2$ par une paire de fonctions $q = (q_1, q_2) \in \mathcal{Q}^2$ qui encode la structure ultramétrique des champs extérieurs qui agissent respectivement sur σ_1 et σ_2. Cela nous définit une énergie libre plus sophistiquée F_N, désormais définie sur $\mathbb{R}_+ \times \mathcal{Q}^2$ au lieu de $\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+^2$. De nouveau, nous avons que (20) est valide (maintenant avec q parcourant $\mathcal{Q}^2$) ; posons $\psi := F_1(0,\cdot)$ pour plus de commodité. En procédant à des calculs similaires à ceux du modèle sk, on en vient ainsi à s'attendre à ce que :

Conjecture 1. *Peut-être que l'énergie libre enrichie $F_N : \mathbb{R}_+ \times \mathcal{Q}^2 \to \mathbb{R}$ pour le modèle biparti converge vers la fonction $f : \mathbb{R}_+ \times \mathcal{Q}^2 \to \mathbb{R}$ qui résout*

$$\begin{cases} \partial_t f - \int_0^1 \partial_{q_1} f \, \partial_{q_2} f = 0 & \textit{sur } \mathbb{R}_+ \times \mathcal{Q}^2, \\ f(0,\cdot) = \psi & \textit{sur } \mathcal{Q}^2 \end{cases} \quad ? \tag{26}$$

Dans ce cas, étant donné que la non-linéarité dans l'équation (26) (c'est-à-dire l'application $(x,y) \mapsto xy$) n'est ni convexe ni concave, il n'existe pas de méthode standard pour représenter la solution de (26) de manière variationnelle. Il n'y a donc pas de manière évidente de réécrire ce candidat pour l'énergie libre limite sous une forme qui ressemblerait à la formule de Parisi pour le modèle sk.

Comme déjà mentionné, on ne sait pas si la Conjecture 1 est valide ou non. Une chose que l'on sait est que toute limite de F_N le long d'une sous-suite doit satisfaire à l'équation (26) « presque partout » dans $\mathbb{R}_+ \times \mathcal{Q}^2$, pour une interprétation appropriée de « presque partout » [3]. Cela n'est toutefois pas suffisant pour caractériser entièrement la solution de (26) ; même en dimension finie, il peut y avoir plusieurs fonctions qui résolvent une équation de Hamilton-Jacobi presque partout. Une autre chose que l'on sait est que la solution de (26) constitue une borne inférieure [4, 8], c'est-à-dire que pour tout $t \geqslant 0$ et $q \in \mathcal{Q}^2$, on a

$$\liminf_{N \to \infty} F_N(t,q) \geqslant f(t,q),$$

où f désigne l'unique solution de viscosité de (26). Le résultat que je trouve le plus intéressant, et qui correspond essentiellement à ce que disent les physiciens dans un autre langage, est celui que je vais décrire maintenant de manière informelle. Pour ce faire, discutons d'abord d'une méthode classique pour résoudre (26) sur un petit intervalle de temps appelée la méthode des caractéristiques (voir [5, Section 3.5] pour plus de précisions). Il s'avère que si l'on effectue quelques calculs formels en supposant que la solution de (26) est deux fois dérivable, on peut deviner une formule simple donnant la valeur de la solution le long de lignes appelées les caractéristiques. Dans notre cas, la caractéristique qui part de q est la ligne droite

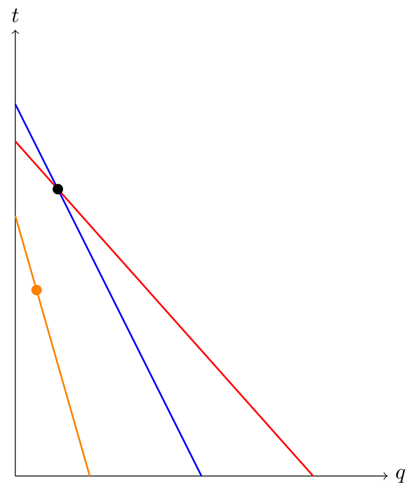
$$t \mapsto q - t\nabla\xi(\partial_q \psi(q)),$$

où on a noté $\nabla\xi : \mathbb{R}_+^2 \to \mathbb{R}_+^2$ la fonction qui envoie (x,y) sur (y,x) (en accord avec l'idée que la « fonction ξ » pertinente pour le modèle biparti est $(x,y) \mapsto xy$), et $\partial_q \psi = (\partial_{q_1}\psi, \partial_{q_2}\psi)$.

Ce calcul formel donné par les caractéristiques est en fait vraiment correct sur un petit intervalle de temps, au sens où il nous donne vraiment la valeur de la solution de viscosité. Le problème est que pour les temps plus longs, ces lignes peuvent commencer à se croiser, et elles ne s'accordent pas sur la valeur qu'elles prédisent (et la solution de viscosité peut alors prendre une valeur qui n'est même pas parmi ces options multiples). L'un des principaux résultats de [3] est que si l'on suppose que l'énergie libre enrichie $F_N : \mathbb{R}_+ \times \mathcal{Q}^2 \to \mathbb{R}$ du modèle biparti converge vers une fonction limite f, alors il y a toujours *une* ligne caractéristique qui prescrit la valeur correcte pour f.

La seule source d'ambiguïté restante est que nous ne sommes pas capables de dire laquelle des lignes caractéristiques est la bonne, dans le cas où plusieurs lignes arrivent en un point donné. Voir également la figure 4 pour une illustration.

FIGURE 4 – Chaque ligne caractéristique nous offre une « prédiction » de ce qu'est l'énergie libre limite. Pour de petites valeurs de t, chaque point (t, q) (par exemple, le point orange) est atteint par exactement une ligne caractéristique, et nous connaissons alors la valeur de l'énergie libre. Pour de grandes valeurs de t, il pourrait arriver que plusieurs caractéristiques atteignent un point, comme c'est le cas pour le point noir. On sait alors que l'énergie libre limite doit prendre la valeur prescrite par l'une de ces caractéristiques, mais on ne sait pas quelle caractéristique est la bonne.



Références

[1] S. ARORA et al. « On non-approximability for quadratic programs ». In : *46th Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS'05)*. IEEE. 2005, p. 206-215.

[2] S. BOUCHERON, G. LUGOSI et P. MASSART. *Concentration inequalities*. Oxford University Press, Oxford, 2013, p. x+481. ISBN : 978-0-19-953525-5. DOI : 10.1093/acprof:oso/9780199535255.001.0001. URL : https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780199535255.001.0001.

[3] H.-B. CHEN et J.-C. MOURRAT. « On the free energy of vector spin glasses with non-convex interactions ». *Probab. Math. Phys.* (to appear).

[4] H.-B. CHEN et J. XIA. « Hamilton-Jacobi equations from mean-field spin glasses ». *arXiv preprint arXiv:2201.12732* (2022).

[5] T. DOMINGUEZ et J.-C. MOURRAT. *Statistical mechanics of mean-field disordered systems: a Hamilton-Jacobi approach*. Zurich Lectures in Advanced Mathematics. European Mathematical Society, Zürich, 2024, p. 367.

[6] F. GUERRA. « Broken replica symmetry bounds in the mean field spin glass model ». *Comm. Math. Phys.* **233**, nº 1 (2003), p. 1-12. ISSN : 0010-3616. DOI : 10.1007/s00220-002-0773-5. URL : https://doi.org/10.1007/s00220-002-0773-5.

[7] M. MÉZARD, G. PARISI et M. VIRASORO. *Spin glass theory and beyond*. **9**. World Scientific Lecture Notes in Physics. World Scientific Publishing Co., Inc., Teaneck, NJ, 1987, p. xiv+461. ISBN : 9971-50-115-5; 9971-50-116-3.

[8] J.-C. MOURRAT. « Nonconvex interactions in mean-field spin glasses ». *Probab. Math. Phys.* **2**, nº 2 (2021), p. 281-339. ISSN : 2690-0998,2690-1005. DOI : 10.2140/pmp.2021.2.281. URL : https://doi.org/10.2140/pmp.2021.2.281.

[9] J.-C. MOURRAT. « The Parisi formula is a Hamilton-Jacobi equation in Wasserstein space ». *Canad. J. Math.* **74**, nº 3 (2022), p. 607-629. ISSN : 0008-414X,1496-4279. DOI : 10.4153/s0008414x21000031. URL : https://doi.org/10.4153/s0008414x21000031.

[10] J.-C. MOURRAT. « Un-inverting the Parisi formula ». *Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist.* (to appear).

[11] J.-C. MOURRAT et D. PANCHENKO. « Extending the Parisi formula along a Hamilton-Jacobi equation ». *Electron. J. Probab.* **25** (2020), Paper No. 23, 17. DOI : 10.1214/20-ejp432. URL : https://doi.org/10.1214/20-ejp432.

[12] D. Panchenko. « The Parisi ultrametricity conjecture ». *Ann. of Math. (2)* **177**, nº 1 (2013), p. 383-393. issn : 0003-486X. doi : 10.4007/annals.2013.177.1.8. url : https://doi.org/10.4007/annals.2013.177.1.8.

[13] D. Panchenko. *The Sherrington-Kirkpatrick model*. Springer Monographs in Mathematics. Springer, New York, 2013, p. xii+156. isbn : 978-1-4614-6288-0; 978-1-4614-6289-7. doi : 10.1007/978-1-4614-6289-7. url : https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6289-7.

[14] G. Parisi. « A sequence of approximated solutions to the S-K model for spin glasses ». *J. Phys. A* **13**, nº 4 (1980), p. L115-L121.

[15] G. Parisi. « Infinite number of order parameters for spin-glasses ». *Phys. Rev. Lett.* **43**, nº 23 (1979), p. 1754.

[16] G. Parisi. « Nobel lecture: Multiple equilibria ». *Reviews of Modern Physics* **95**, nº 3 (2023), p. 030501.

[17] G. Parisi. « Order parameter for spin-glasses ». *Phys. Rev. Lett.* **50**, nº 24 (1983), p. 1946.

[18] G. Parisi. « The order parameter for spin glasses: a function on the interval 0-1 ». *J. Phys. A* **13**, nº 3 (1980), p. 1101.

[19] D. Sherrington et S. Kirkpatrick. « Solvable model of a spin-glass ». *Phys. Rev. Lett.* **35**, nº 26 (1975), p. 1792.

[20] M. Talagrand. « The Parisi formula ». *Ann. of Math. (2)* **163**, nº 1 (2006), p. 221-263. issn : 0003-486X. doi : 10.4007/annals.2006.163.221. url : https://doi.org/10.4007/annals.2006.163.221.

Jean-Christophe Mourrat

Éns Lyon et cnrs

jean-christophe.mourrat@ens-lyon.fr

Jean-Christophe Mourrat est directeur de recherches cnrs à l'École normale supérieure de Lyon. Ses recherches portent sur les probabilités, l'analyse des équations aux dérivées partielles, et la physique statistique.

La question des biais est omniprésente tout au long des processus de recrutement. La lettre ouverte sur les comités de sélection qui a été mise en ligne le 26 septembre 2024 à l'adresse http://postes.smai.emath.fr/apres/parite/lettre_ouverte/Lettre_COS.pdf a recueilli un grand nombre de signatures (238 à l'heure où est bouclé ce numéro), et suscité une réaction rapide du Conseil Scientifique de l'Insmi (https://csi.math.cnrs.fr/recommandations/2024-10-22/procedures-recrutement.pdf) le 22 octobre 2024. Le sujet de la composition et du fonctionnement des comités de sélection étant d'actualité en ce début d'année 2025, ces deux textes sont reproduits ci-dessous pour en assurer la diffusion (ou rediffusion !) auprès du lectorat de la *Gazette*.

Lettre ouverte

- F. Fanoni
- B. Schapira
- N. Seguin

Nous sommes des mathématiciennes et mathématiciens qui souhaitent lutter contre toutes les discriminations, en particulier lors des recrutements.

Comme estimé par Laurence Broze, statisticienne, si l'on ne change rien, les femmes en mathématiques fondamentales disparaîtront en 2075 en France [1]. Nous savons que par endroits, des efforts ont été faits et des comités d'évaluation ou de recrutement proposent une sensibilisation à ces discriminations. Cependant, c'est loin d'être le cas partout. C'est notamment pour ces raisons que nous ne participerons désormais à des comités d'évaluation ou de recrutement que si des actions concrètes sont mises en place pour combattre ces discriminations, et les biais de toutes sortes envers les groupes discriminés, comme toutes les femmes, en mathématiques.

Nous demandons :

- des profils de postes qui mentionnent la volonté de recruter des membres de groupes discriminés ;
- des profils de postes avec des critères d'évaluation explicites ;
- une sensibilisation des comités aux biais de genre conforme aux recommandations de la Conférence Permanente des chargé·e·s de mission Égalité et Diversité [2] ;
- un rappel au comité de l'historique des recrutements dans l'ufr/laboratoire concerné sur 5 à 10 ans ;
- une évaluation des candidatures sur la base des critères mentionnés dans le profil, prenant en compte les différents aspects du métier, la qualité plutôt que la quantité, les interruptions de carrière et des pratiques éthiques de plus en plus importantes (refus de prendre l'avion, boycott de certains éditeurs...) ;
- des profils de postes larges et ouverts, avec le même intitulé et le même comité pour des postes du même rang et de même section, lorsque c'est possible.

Nous joignons à cette lettre des recommandations plus détaillées, complétées par des références à des recherches sur les biais dans le recrutement.

Recommandations

« A homogenous university faculty limits student and faculty creativity, discovery, and satisfaction

1. http://postes.smai.emath.fr/apres/parite/journee2022/exposes/journeeParite5_BROZE.pdf, slide12/33
2. https://www.cped-egalite.fr/comment-sensibiliser-les-comites-de-selection-aux-biais-implicite-de-genre/

([18, 1]), whereas diversity in science furthers social justice, expands workforce talent, and increases objectivity ([14]). » [3]

Profils de postes

Nous demandons :

- des profils de postes larges et ouverts mentionnant la volonté de promouvoir la diversité (e.g. la parité femme/homme) ;
- des critères d'évaluation annoncés explicitement dans la fiche de poste, prenant en compte les différents aspects du métier (enseignement, recherche, médiation scientifique, responsabilités locales et nationales variées), et la qualité plus que la quantité des productions ;
- un seul profil et un seul comité lorsqu'un établissement a plusieurs postes du même rang et même section.

> Des profils de postes très spécifiques et qui ne mentionnent pas l'aspect diversité défavorisent les membres minoritaires dans la communauté ([4, 9, 13, 3, 25, 2, 17, 22]).
> Des critères d'évaluation bien définis permettent de juger les candidatures de manière plus équitable. Par contre, des critères vagues (e.g. « recherche excellente ») se prêtent plus à l'interprétation subjective et à l'adaptation aux candidats favoris et qui nous ressemblent plus [11]. Il est aussi important d'attribuer le niveau d'importance des critères avant de commencer l'évaluation, pour qu'il ne soit pas adapté pour justifier des choix potentiellement biaisés [26].
> Les comités sont moins susceptibles de choisir des candidat·e·s d'un groupe sous-représenté s'ils doivent choisir une seule personne, que s'ils sont en charge de recruter plusieurs personnes [5].

Préparation du comité de sélection

Nous demandons :

- la nomination de deux référent·es parité parmi les membres du comité ;
- un rappel au comité de l'historique des recrutements dans le laboratoire concerné sur 5 à 10 ans ;
- une sensibilisation des comités aux biais implicites et explicites conforme aux recommandations de la CPED [4], en particulier dans les lettres de recommandation, grâce au visionnage de vidéos, l'utilisation de tests en ligne, le partage de documents... et une présentation des référent·es·parité, avant la tenue des discussions.

> Sensibiliser les membres des comités aux biais implicites et explicites a un effet positif sur la diversité du recrutement (voir [23]).

Évaluation des dossiers de candidature

Nous demandons :

- une évaluation des candidatures à travers les critères explicités dans le profil ;
- un recours parcimonieux aux lettres de recommandation ;
- une évaluation des travaux de recherche qui se concentre sur la qualité des meilleures publications, plutôt que la quantité ;
- une prise en compte des pratiques éthiques dans l'évaluation des dossiers (refus de prendre l'avion, boycott de certains éditeurs et donc de certains journaux prestigieux...) ;
- une prise en compte des interruptions de carrière (e.g. congés maladie, congés maternité/paternité) et du temps consacré aux différentes responsabilités ;
- une évaluation des dossiers à avancement de carrière équivalent, sans discrimination d'âge académique ;
- un engagement à prioriser les personnes d'un groupe discriminé parmi les candidatures jugées comparables (par exemple, des candidatures ayant eu à peu près le même nombre de votes lors d'une consultation du comité).

> L'indépendance et le niveau de contribution des femmes sont beaucoup plus souvent remis en question ([19]), et le langage des lettres de recommandation pour des hommes ou des femmes est souvent différent ([7, 16, 20, 24]) – les hommes sont plutôt décrits comme brillants, tandis que les femmes sont plutôt décrites comme

3. Extrait de *Now Hiring! Empirically Testing a Three-Step Intervention to Increase Faculty Gender Diversity in STEM*, par J. L. Smith, I. M. Handley, A. V. Zale, S. Rushing et M. A. Potvin

4. `https://www.cped-egalite.fr/comment-sensibiliser-les-comites-de-selection-aux-biais-implicite-de-genre/`

travailleuses, par exemple.
Les membres de groupes sous-représentés sont plus rarement sélectionnés pour des distinctions/bourses prestigieuses ([10, 12, 21]).
Souvent, la maternité pénalise les femmes. Par contre, la paternité ne pénalise pas et donne parfois même des avantages aux hommes [6, 8].
Avoir plusieurs membres de groupes minoritaires dans la liste de personnes auditionnées augmente la possibilité d'en recruter ([15]), au-delà de l'impact de la simple probabilité.

Déroulement

Nous demandons que :

– la/le président·e, assisté·e notamment par les référent·es parité, assure une atmosphère de débat favorable :
  – l'avis de chaque membre, femme ou homme, jeune ou expérimenté, de stature scientifique plus ou moins grande, de caractère plus ou moins affirmé est considéré avec attention et équitablement,
  – des tours de table récoltant l'avis de chacun·e sont régulièrement effectués,
  – les arguments subjectifs basés sur du ressenti et les informations ne venant ni du dossier, ni de l'audition, doivent être signalés et écartés ;
– les référent·es parité veillent, au cours du processus de recrutement, durant l'examen des dossiers et les délibérations, à ce que tous les dossiers soient traités de la façon la plus équitable possible, notamment entre femmes et hommes. Elles/Ils effectuent en particulier un point à chaque étape importante du processus : présélection, choix pour les auditions et classement. Elles/Ils enregistrent les statistiques f/h à chacune des étapes et les communiquent aux membres du comité de sélection, pour éviter la diminution de la proportion de femmes, sauf raison scientifique dûment argumentée. Les chiffres relevés seront transmis à la direction du laboratoire et à la commission parité du laboratoire si elle existe.

Sources additionnelles

– Les repères juridiques autour de l'égalité, et en particulier :
  – la loi nº 83-635 du 13 juillet 1983 – dite loi Roudy [5] – qui prévoit la possibilité d'avoir recours à des actions positives pour obtenir l'égalité ;
  – la loi nº 2001-397 du 9 mai 2001 – dite loi Génisson [6] – qui introduit l'obligation de la négociation collective sur l'égalité professionnelle, pour essayer de remédier aux inégalités.

  Les autres lois sur ce sujet sont décrites sur le site du Haut Conseil à l'Égalité entre les femmes et les hommes [7], dans la section *Repères juridiques*.
– *What Is Bias and How Does it Emerge in Faculty Hiring ?* [8].
– *A Guide for Broadening Faculty Searches at Montana State University*, [9].
– Vidéo *Les biais implicites à l'œuvre*, par Sorbonne Université [10].
– Vidéo *Les biais de genre lors du recrutement dans les institutions de recherche* par Institució Cerca : Centres de Recerca de Catalunya [11].
– Charte des jurys Inria [12] et diaporama associé sur la parité et l'égalité des chances dans les concours [13].
– Charte pour l'égalité femme-homme de la smf [14].
– Le site de l'Insmi consacré aux questions de parité et égalité en recherche mathématique regroupe plusieurs ressources qui peuvent par exemple être utilisées par des comités de sélection [15].

5. https://www.legifrance.gouv.fr/loda/id/JORFTEXT000000504474/
6. https://www.legifrance.gouv.fr/loda/id/JORFTEXT000000756495
7. https://www.haut-conseil-egalite.gouv.fr/
8. disponible sur https://advance.umd.edu/media/31/download
9. disponible sur https://www.montana.edu/nsfadvance/documents/MSU_searchtoolkit_v5.0web.pdf
10. disponible sur https://www.youtube.com/watch?v=l4rCUxIBZnw
11. disponible sur https://mediaserver.unige.ch/play/113923
12. disponible sur https://parite.inria.fr/fr/charte-parite-et-egalite-des-chances/
13. https://parite.inria.fr/files/2016/01/Biais_concours.pdf
14. disponible sur https://smf.emath.fr/smf-dossiers-et-ressources/charte-pour-legalite-femme-homme
15. https://parite.math.cnrs.fr/ressources.html

Références

[1] E. Apfelbaum, K. Phillips et J. Richeson. « Rethinking the Baseline in Diversity Research Should We Be Explaining the Effects of Homogeneity? » *Perspectives on Psychological Science* **9** (mai 2014), p. 235-244.

[2] D. Avery et P. McKay. « Target practice: An organizational impression management approach to attracting minority and female job applicants ». *Personnel Psychology* **59** (mars 2006), p. 157-187.

[3] D. Avery et al. « Examining the Draw of Diversity: How Diversity Climate Perceptions Affect Job-Pursuit Intentions ». *Human Resource Management* **52** (mars 2013), p. 1-20.

[4] M. P. Born et T. W. Taris. « The Impact of the Wording of Employment Advertisements on Students′ Inclination to Apply for a Job ». *The Journal of Social Psychology* **150**, nº 5 (2010). PMID: 21058576, p. 485-502.

[5] E. Chang et al. « The Isolated Choice Effect and Its Implications for Gender Diversity in Organizations ». *Management Science* **66** (mars 2020).

[6] S. J. Correll, S. Benard et I. Paik. « Getting a Job: Is There a Motherhood Penalty? » *American Journal of Sociology* **112**, nº 5 (2007), p. 1297-1338.

[7] K. Dutt et al. « Gender differences in recommendation letters for postdoctoral fellowships in geoscience ». *Nature Geoscience* **9**, nº 11 (nov. 2016), p. 805-808.

[8] K. Fuegen et al. « Mothers and Fathers in the Workplace: How Gender and Parental Status Influence Judgments of Job-Related Competence ». *Journal of Social Issues* **60** (nov. 2004), p. 737-754.

[9] D. Gaucher, J. P. Friesen et A. C. Kay. « Evidence that gendered wording in job advertisements exists and sustains gender inequality. » *Journal of personality and social psychology* **101 1** (2011), p. 109-28.

[10] D. Ginther et al. « Race, Ethnicity, and NIH Research Awards ». *Science (New York, N.Y.)* **333** (août 2011), p. 1015-9.

[11] M. Heilman. « Description and Prescription: How Gender Stereotypes Prevent Women's Ascent Up the Organizational Ladder ». *Journal of Social Issues - J SOC ISSUES* **57** (déc. 2001), p. 657-674.

[12] T. A. Hoppe et al. « Topic choice contributes to the lower rate of NIH awards to African-American/black scientists ». *Science Advances* **5**, nº 10 (2019), eaaw7238.

[13] L. Horvath et S. Sczesny. « Reducing Women's Lack of Fit with Leadership? Effects of the Wording of Job Advertisements ». *à paraître dans* European Journal of Work and Organizational Psychology (juill. 2015).

[14] K. Intemann. « Why Diversity Matters: Understanding and Applying the Diversity Component of the National Science Foundation?s Broader Impacts Criterion ». *Social Epistemology* **23**, nº 3 (2009), p. 249-266.

[15] S. K. Johnson, D. R. Hekman et E. T. Chan. « If There's Only One Woman in Your Candidate Pool, There's Statistically No Chance She'll Be Hired ». *Harvard Business Review* (2016).

[16] J. Madera, M. Hebl et R. Martin. « Gender and Letters of Recommendation for Academia: Agentic and Communal Differences ». *The Journal of applied psychology* **94** (nov. 2009), p. 1591-9.

[17] P. McKay et D. Avery. « What has race got to do with it? Unraveling the role of racioethnicity in job seekers′ reactions to site visits ». *Personnel Psychology* **59** (avr. 2006), p. 395-429.

[18] S. E. Page. *The Difference: How the Power of Diversity Creates Better Groups, Firms, Schools, and Societies (New Edition)*. Princeton University Press, 2007.

[19] H. Sarsons et al. « Gender Differences in Recognition for Group Work ». *Journal of Political Economy* **129** (août 2020).

[20] T. Schmader, J. Whitehead et V. Wysocki. « A Linguistic Comparison of Letters of Recommendation for Male and Female Chemistry and Biochemistry Job Applicants ». *Sex roles* **57** (fév. 2007), p. 509-514.

[21] I. Settles et al. « Epistemic Exclusion: Scholar(ly) Devaluation That Marginalizes Faculty of Color ». *Journal of Diversity in Higher Education* **14** (mars 2020).

[22] D. Smith et al. « Interrupting the Usual: Successful Strategies for Hiring Diverse Faculty ». *The Journal of Higher Education* **75** (nov. 2016), p. 133-160.

[23] J. L. Smith et al. « Now Hiring! Empirically Testing a Three-Step Intervention to Increase Faculty Gender Diversity in STEM ». *BioScience* **65**, nº 11 (oct. 2015), p. 1084-1087. issn : 0006-3568. eprint : `https://academic.oup.com/bioscience/article-pdf/65/11/1084/16648455/biv138.pdf`.

[24] F. Trix et C. Psenka. « Exploring the Color of Glass: Letters of Recommendation for Female and Male Medical Faculty ». *ADVANCE Library Collection* **14** (mars 2003).

[25] F. A. Tuitt, M. A. D. Sagaria et C. S. V. Turner. « Signals and Strategies in Hiring Faculty of Color ». In : *Higher Education: Handbook of Theory and Research*. Sous la dir. de J. C. Smart. Dordrecht : Springer Netherlands, 2007, p. 497-535.

[26] E. Uhlmann et G. Cohen. « Constructed Criteria Redefining Merit to Justify Discrimination ». *Psychological science* **16** (juill. 2005), p. 474-480.

Recommandations sur les procédures de recrutement

• N. Raymond

Contexte

Le Conseil Scientifique de l'Insmi a pris connaissance de la lettre ouverte disponible à l'adresse suivante : `http://postes.smai.emath.fr/apres/parite/lettre_ouverte.php`

Cette lettre et ses préconisations en matière de processus de recrutement sont le fruit d'un travail porté par plusieurs collègues qui souhaitent que les pratiques de recrutement soient sensiblement améliorées en matière de lutte contre les discriminations et les biais, notamment ceux qui visent les femmes.

De nombreuses collègues sont sollicitées chaque année pour participer à des comités de sélection – un travail considérable – dans l'idée d'assurer l'égalité des chances entre les candidats et les candidates. Néanmoins des recherches indiquent [1] que cette seule pratique ne se traduit pas par des améliorations en termes de recrutement, alors qu'elle augmente la charge de travail de nos collègues femmes, suscitant ainsi un sentiment d'injustice et une colère légitime. D'autres pratiques doivent donc être mises en place pour améliorer les processus de recrutement, en diminuant notamment les biais de genre qui influencent les discussions et les décisions. La lettre ouverte présente plusieurs propositions allant dans ce sens, en s'inspirant de pratiques structurelles déjà adoptées par certains comités de sélection ou recommandées par diverses instances en charge de questions d'égalité.

Cette lettre n'est pas la première portant sur le sujet des comités de sélection (cf. par exemple celle du 23 mai 2023 [2], signée par Valeria Banica, Karine Beauchard, Isabelle Gallagher, Laure Saint-Raymond), pourtant son aspect collectif nous pousse à prendre position – au 10 octobre 2024, elle est signée par plus de 150 collègues dont plus d'un tiers de femmes. Souhaitant réagir rapidement pour que ses recommandations puissent être prises en compte en cette période de constitution des comités de sélection, le csi a procédé à un sondage interne pour dégager les propositions principales qui faisaient consensus et a, le cas échant, reformulé certaines d'entre elles pour les faire siennes. Cela a ouvert une réflexion du csi, laquelle fera l'objet d'approfondissements et de recommandations plus précises en 2025 (dont un modèle de feuille de route mentionnée ci-dessous).

Recommandations

Le csi recommande la mise en place des pratiques suivantes, regroupées en trois catégories, relativement au déroulement des comités et en visant une mise en place *dès cette année*.

Rédaction des fiches de poste.

1. **Expliciter une volonté d'inclusivité.** La fiche de poste doit contenir en préambule la phrase suivante, ou une affirmation analogue : *Nous accordons de l'importance à la diversité dans la recherche. Nous considérerons avec une égale attention toutes les candidatures, indépendamment de l'identité de genre, de l'âge, de l'origine géographique, de la situation de handicap, etc.*
2. **Définir et questionner les critères d'évaluation.** Les profils des postes doivent mentionner tous les prérequis pour le poste (niveau d'études, niveau de maîtrise du français, etc.) ainsi que des critères d'évaluation explicites. Cela permet notamment de s'assurer qu'aucun critère n'est disqualifiant à raison du genre. Nous incitons aussi à mettre l'accent

1. On peut par exemple citer l'étude Régner, Thinus-Blanc, Netter, Schmader et Huguet *Committees with implicite biases promote fewer women when they do not believe gender bias exists*, Nature Human Behavior, 3, 1171 – 1179, 2019 qui s'appuie sur l'observation des jurys d'évaluation pour les postes de dr au cnrs. Elle démontre que, dans les jurys qui minimisent la discrimination envers les femmes, ces dernières sont moins promues directrices de recherche. Cette influence n'existe pas dans les jurys qui admettent une possible discrimination, et les décisions de promotion sont plus paritaires. Ni la discipline ni la proportion de femmes dans le jury n'a d'influence significative sur les résultats.
2. `https://x.com/GavageSylvie/status/1665729327307137024/photo/1`

sur la signification des résultats et la qualité plutôt que la quantité. La présidence du comité peut rappeler que les choix de journaux ou de conférences peuvent être liés aux pratiques éthiques des candidat·es, importantes pour notre communauté et pour notre environnement, et qu'on ne peut pas les utiliser comme seul critère de recrutement.

Déroulement des comités de sélection.

3. **Sensibiliser les comités aux biais de genre.** De nombreux travaux ont montré que le manque de sensibilisation des comités discrimine les candidates. Les comités de sélection doivent recevoir une sensibilisation aux biais de genre conformément aux recommandations de la Conférence Permanente des chargé·es de mission Égalité et Diversité [3]. Les président·es de comités, ayant un rôle crucial à y jouer, sont typiquement les personnes-clés qui pourraient concourir à une amélioration des pratiques. La direction du laboratoire devrait assurer une formation (ou sensibilisation a minima) pour au moins deux personnes d'un comité, dont la personne qui le préside. Cela peut se faire notamment en faisant appel aux missions Égalité des universités. La direction de l'unité s'assurerait que ces formations sont suivies, et qu'une sensibilisation a bien lieu *chaque année* avant les campagnes de recrutement.
4. **Rappeler l'historique des recrutements et suivre la répartition sexuée à chaque étape.** Les comités de sélection doivent disposer de l'historique des recrutements dans l'UFR/laboratoire concerné sur 5 à 10 ans avant l'instruction des dossiers des candidat·es. La direction de l'unité est responsable de la transmission des informations nécessaires suite à la demande des président·es. Les membres invité·es du comité peuvent demander ces informations en amont des auditions.

   Par ailleurs, la connaissance par le comité de la répartition femmes/hommes parmi les candidat·es au recrutement, retenu·es pour audition puis finalement classé·es, doit permettre aux membres du comité de s'assurer que l'évolution du taux de féminisation, tout au long du processus de sélection, ne repose que sur l'appréciation de la qualité scientifique des candidat·es.
5. **Rester vigilant·es pendant l'audition.** La rédaction d'un profil précisant clairement les critères *doit* être suivie de leur utilisation effective.

   Il faudrait s'assurer que les mêmes types de questions sont posés à chaque candidat·e à l'audition. Il faudrait aussi maintenir la vigilance des membres du comité lors des discussions collégiales pour prévenir les biais de sélection : attirer l'attention des collègues si l'on constate certains biais implicites dans l'appréciation des dossiers et des prestations orales qui risqueraient de désavantager une candidature.

   Pour guider le jury, les président·es de comité préparent une *feuille de route* rappelant toutes les étapes du processus ainsi que les règles de déontologie à suivre, du dépôt des candidatures jusqu'à la fin des auditions. Les membres invité·es pourront demander cette feuille de route en amont.

   Il revient à tous les membres du comité de rester vigilant·es aux potentielles pratiques discriminatoires, et que le comité se déroule dans le cadre prévu.

Analyse et suivi des comités de sélection.

Bien que la lettre ouverte qui a initié notre réflexion ne mentionne pas l'«après» des comités, nous tenons à faire une dernière recommandation qui permettrait le suivi des pratiques dans les laboratoires à moyen terme.

6. **Prendre conscience des pratiques dans le laboratoire.** Une fois la seconde réunion terminée, les président·es transmettent les données sexuées suivantes au comité parité ou à la référence parité de l'unité : nombre de candidatures, nombre d'auditionné·es, classement. Le comité parité fait alors une synthèse de tous les comités du laboratoire pour la partager avec l'ensemble des membres du laboratoire.

Recommandations adoptées le 22 octobre 2024
OUI : 23
NON : 0
Abstention : 0

3. https://www.cped-egalite.fr/ressources-cped-egalite/

Renouvellement des sections du CoNRS : changement pour les mathématiques

Le CoNRS, une instance indépendante contribuant à l'élaboration de la politique scientifique du CNRS.

Composé d'une soixantaine de structures, le Comité national de la recherche scientifique (CoNRS) est un organe indépendant qui joue un rôle essentiel dans la vie scientifique du CNRS. L'Institut national des sciences mathématiques et de leurs interactions (Insmi - CNRS Mathématiques) interagit régulièrement avec deux instances spécifiques : le conseil scientifique de l'Insmi et la Section 41 qui devient la Section 1 à partir de l'automne 2025.

Les Sections du CoNRS : une nouvelle définition des mots-clés

Le CNRS a récemment procédé à une réorganisation de l'ensemble des sections du CoNRS, avec une prise d'effet à l'automne 2025. En particulier la Section 41, dévolue aux mathématiques, devient la Section 1. Cette évolution s'accompagne d'une actualisation des mots-clés qui structurent son champ d'action. Cette mise à jour est essentielle pour mieux refléter les évolutions des domaines de recherche et les enjeux actuels dans les sciences mathématiques. Ces mots-clés guident non seulement le travail de la Section mais aussi les orientations des recrutements, des projets et des collaborations entre l'Insmi et les autres instituts du CNRS.

La Section travaille de manière indépendante et en étroite collaboration avec l'Insmi. Elle propose des avis consultatifs et souvent déterminants sur : le recrutement, l'évaluation et le suivi des carrières des CR et des DR ; les médailles du CNRS ; les accueils en délégation ; les écoles thématiques ; les évaluations des structures et leurs évolutions. La section rédige également lors de son mandat un rapport de conjoncture scientifique.

Composition et mandat : 21 membres et une mandature de 4 ans

La Section se compose de 21 membres, dont 14 élus directement par leurs pairs. Le renouvellement régulier des membres de la section permet de garantir une diversité d'opinions et de compétences en son sein. Le mandat actuel de la Section 41 se termine au printemps 2025. Les élections prévues entre le 19 et le 26 juin 2025 permettront d'initier la prochaine mandature de la Section qui deviendra donc la Section 1 du CoNRS. La durée du mandat est de 4 ans.

Un appel à la participation de la communauté mathématique

Le processus électoral est une occasion essentielle pour les chercheuses, les chercheurs, les enseignantes-chercheuses et les enseignants-chercheurs ainsi que les collègues en appui et en soutien dans le domaine des mathématiques, de s'impliquer dans la vie scientifique et de contribuer directement à la définition des priorités et des travaux de la Section. L'ensemble de la communauté a un rôle à jouer, que ce soit en exerçant son droit de vote ou en se présentant comme candidate ou candidat. La direction de l'Insmi et le président de la section actuelle lancent un appel aux collègues pour susciter des candidatures nombreuses et variées à cette élection importante pour le paysage national des mathématiques et de leur développement.

Toutes les informations sont disponibles sur le site du comité national : `https://www.cnrs.fr/comitenational/`

Dates clés indicatives

5 février 2025 : publication de la liste électorale provisoire.

5 février-19 février 2025 : période de modification (en particulier celles et ceux d'entre vous qui auront été inscrites ou inscrits dans la section principale de leur unité et qui demanderont à changer pour une section secondaire).
3 mars 2025 : publication de la liste électorale provisoire (2e).
3 mars-19 mars 2025 : période de réclamation (pour celles et ceux qui auront oublié de le faire dans la période de modification).
28 mars 2025 : publication de la liste électorale définitive.
28 mars- 16 avril 2025 : dépôt des candidatures.
19 juin-26 juin 2025 : période de vote électronique.
27 juin 2025 : dépouillement.

Collèges des 14 élues et élus de la section

3 membres A1 : directrices ou directeurs de recherche du CNRS.
3 membres A2 : professeures ou professeurs des universités ou personnels assimilés hors CNRS.
3 membres B1 : chargées ou chargés de recherche au CNRS.
2 membres B2 : maîtresses ou maîtres de conférences ou personnels assimilés hors CNRS.
3 membres C : personnels ingénieurs, techniques et d'administration de la recherche scientifique (agentes et agents CNRS ou non-CNRS).

À cette liste s'ajouteront 7 personnalités qualifiées nommées par le ministère de la recherche.

Liste des mots-clés de la section 1

Logique et fondations
Combinatoire, théorie des graphes
Algorithmique, calcul formel, traitement automatique des preuves
Aspects mathématiques de l'informatique, mathématique discrète, géométrie discrète
Cryptologie, cryptologie post-quantique
Algèbre, algèbre commutative et non commutative, théorie des catégories
Théorie des groupes, théorie des représentations, théorie de Lie
Théorie des nombres, arithmétique
Géométrie, géométrie algébrique, géométrie arithmétique, géométrie complexe, géométrie différentielle
Topologie, topologie algébrique, topologie en basse dimension
Analyse, analyse réelle et complexe, analyse harmonique
Analyse fonctionnelle, théorie des opérateurs
Systèmes dynamiques et théorie ergodique
Équations différentielles ordinaires
Équations aux dérivées partielles
Physique mathématique, mécanique statistique, information quantique
Probabilités, analyse stochastique, modèles stochastiques
Statistique, statistique bayésienne, statistique en grande dimension, statistique fonctionnelle, inférence statistique
Intelligence artificielle, apprentissage automatique et statistique, science des données
Aspects mathématiques du traitement du signal et de l'image
Analyse numérique, calcul scientifique et haute performance, simulations
Optimisation, théorie du contrôle, problèmes inverses, théorie des jeux
Modélisation et interfaces des mathématiques avec les sciences et la technologie : mathématiques pour l'astrophysique ; mathématiques pour la biologie et la santé ; mathématiques pour l'économie et la société ; mathématiques pour l'environnement, les géosciences, le système Terre ; mathématiques pour la mécanique des fluides et des solides ; mathématiques pour le signal et l'image ; mathématiques pour la mécanique quantique
Histoire des mathématiques

Christophe Besse, directeur de l'Institut national des sciences mathématiques et de leurs interactions ; Stéphane Sabourau, président de la Section 41 du CoNRS

Bilan des sessions 2024 du CNU 25

1. Qualification

La session « Qualification » 2024 de la section 25 du CNU s'est déroulée du lundi 5 février au mardi 6 février 2024 à l'Institut Henri Poincaré. L'ensemble de la section tient à remercier l'IHP pour son chaleureux accueil et son assistance matérielle.

Pour rappel, depuis la Loi de programmation de la recherche (LPR), au titre de l'article L. 952-6 du Code de l'éducation, les maître·sses de conférences titulaires et enseignant·es-chercheur·euses titulaires assimilé·es au corps des maîtres·sses de conférences relevant de la fonction publique française sont réputés qualifié·es et ne doivent pas en conséquence faire de demande de qualification aux fonctions de professeur·e des universités. Le terme « assimilé·es » employé par le ministère (MESRI) fait référence aux corps assimilés au corps des MCF (personnels EPHE/ENC/EFEO, EHESS, Collège de France, CNAP, CNAM, MNHN, ENSAM), mais pas aux chercheur·euses des EPSTS. Le CNU a donc examiné, et continuera à examiner, des demandes de qualification aux fonctions de professeur·e des universités émanant de candidat·es chercheur·es d'EPSTS (comme le CNRS par exemple) ainsi que des candidat·es en poste à l'étranger. Les dossiers déposés par les collègues MCF bénéficiant de la qualification d'office sont retirés du système par la DGRH dans la phase de recevabilité et ne parviennent pas jusqu'à la section.

La section a pour pratique de qualifier les dossiers qui présentent des éléments tangibles d'activité de recherche récente et d'enseignement relevant du CNU25. Pour les candidat·e·s titulaires d'un doctorat très récent, il n'est pas exigé de publication, la qualification peut être accordée après étude de la thèse et des rapports de pré-soutenance et de soutenance. La section accepte, pour des dossiers venant de soutenir, la présence de pré-publications comme attestant d'une activité de recherche avérée, au-delà de la simple soutenance de la thèse. Pour les renouvellements de qualification, la section considère indispensable la présence d'éléments tangibles d'activité sur la période couverte depuis la qualification précédente, et particulièrement sur les quatre dernières années. La présence dans le dossier d'éléments permettant l'appréciation de la capacité à enseigner dans les filières de mathématiques peut s'avérer importante. Nous rappelons que l'ensemble des documents demandés et les critères d'évaluation à la qualification sont disponibles sur le site de la section `https://cnu25.emath.fr/qualif.html` que nous invitons à consulter.

Lors de la session 2024, les dossiers non qualifiés sont majoritairement des dossiers qui ont été considérés comme ne relevant pas des champs disciplinaires couverts par la 25, à l'exception de quelques dossiers insuffisants ou insuffisamment renseignés, sur le volet recherche notamment. Certains dossiers apparaissent naturellement comme relevant de plusieurs sections : le cas le plus fréquent est celui de 25 et 26, mais l'on rencontre également 25 et 27. Dans tous les cas, les dossiers peuvent tout à fait être qualifiés en 25 et dans une autre section, en fonction des éléments présentés au regard des critères de la section concernée, et lorsque la demande en a été faite.

Les listes de candidat.es qualifiée.s à l'issue de la session 2024 sont disponibles en bas de la page « Qualification » du site de la section aux adresses suivantes : `https://cnu25.emath.fr/Documents/Qualifies_MCF_2024.pdf` et `https://cnu25.emath.fr/Documents/Qualifies_PR_2024.pdf`

Les tableaux ci-dessous résument les résultats pour la session 2024, avec un rappel des résultats de 2023.

Maître·sses de conférences

	Qualifié·es	Hors section	Non qualifié·es	Total
2023	248	46	7	301
2024	261	35	4	300

Professeur·es des universités

	Qualifié·es	Hors section	Non qualifié·es	Total
2023	29	2	3	34
2024	16	0	3	19

2. Congés pour recherche et conversion thématique (CRCT)

La session « CRCT » 2024 de la section 25 du CNU s'est déroulée le lundi 5 février 2024 à l'Institut Henri Poincaré. L'ensemble de la section tient à remercier l'IHP pour son chaleureux accueil et son assistance matérielle.

Pour rappel, l'arrêté du 27 septembre 2019 stipule que les enseignant·es-chercheur·euses peuvent demander un congé pour recherche ou conversions thématiques (CRCT) d'une durée de six mois par période de trois ans ou de douze mois par période de six ans passés en position d'activité ou de détachement. Dans le cas d'une demande de deux semestres, le candidat doit préciser dans son dossier s'il accepte ou pas de bénéficier, par défaut, d'un seul semestre.

Les enseignant·es-chercheur·euses peuvent soumettre leur demande, dans un premier temps à la section du Conseil national des universités (CNU) dont ils relèvent et au titre du contingent dans cette section. Après examen par la section du CNU, la demande est soumise dans un second temps, le cas échéant, au Conseil académique ou à l'organe compétent de l'établissement d'affectation.

Les enseignant·es-chercheur·euses peuvent également soumettre directement leur demande au Conseil académique, sans la soumettre préalablement à la section CNU. Les congés attribués par la section CNU et l'établissement sont cumulables, à hauteur de la durée initiale demandée.

Il est important de noter qu'un CRCT d'une durée de six mois peut être demandé après un congé maternité, adoption ou parental, à la demande de l'enseignant·e-chercheur·euse. Cette possibilité de CRCT a pour but de permettre à l'agent de reprendre sa recherche dans les meilleures conditions. Ces demandes ne sont plus examinées par les sections du CNU et sont gérées directement par les Conseils académiques des établissements. Néanmoins, il faut savoir qu'il existe un contingent national spécifique pérenne prévu à cet effet par le ministère. En 2024, ce contingent s'élevait à 200 semestres (or seulement 63 collègues toutes sections confondues ont sollicité ce type de CRCT et l'ont obtenu). Ceci signifie que les semestres de CRCTs attribués à ce titre par les établissements sont entièrement payés par le ministère. Nous ne pouvons donc que conseiller très fortement aux collègues de ne pas s'auto-censurer et de postuler largement à ce dispositif qui est appelé à durer. *Les collègues sont invité·es à faire remonter au bureau de la section toute difficulté concernant ce quota particulier.*

La section a reçu 57 dossiers à analyser pour un contingent de 9 semestres à attribuer. Ce contingent se répartissait en 15 professeur·es des universités (26%) et 42 de maître·sses de conférences (74%), et 10 femmes (18%) et 47 hommes (82%).

Comme les années précédentes, la section a privilégié dans son examen des dossiers les demandes s'appuyant sur un véritable projet, que ce soit un déplacement de longue durée, la préparation de l'HDR, ou un changement de thématique de recherche.

Bénéficiaires : Anscombe Sylvy, Bertrand Benoît, Carlet Guido, Casale Guy, Costantino Francesco, Frabetti Alessandra, Itenberg Ilia, Leclercq Rémi, et Thizy Pierre-Damien.

Cela représente 2 femmes (22%) et 7 hommes (78%) soit encore 3 professeur·es des universités (33%) et 9 maître·sses de conférences (67%). Cette dernière proportion a été décidé en amont de la session pour correspondre à celle de l'ensemble de la section : 510 professeur·es des universités (467 hommes et 43 femmes) et 835 maître·sses de conférences (680 hommes et 155 femmes).

3. Avancement de grade (promotions)

La session « Avancement de grade » de la section 25 du CNU s'est tenue du 13 au 15 mai 2024 à l'Institut Henri Poincaré. L'ensemble de la section tient à remercier l'IHP pour son chaleureux accueil et son assistance matérielle.

3.1 – Présentation générale

Chaque dossier est étudié par deux rapporteurs désignés au préalable par le bureau et l'évaluation tient principalement compte des activités réalisées depuis la dernière promotion obtenue. La section est attentive à l'équilibre des dossiers entre recherche, enseignement, responsabilités administratives, encadrements, diffusion, etc. Elle apprécie les informations sur le devenir et les publications des doctorants, la liste des interventions dans les conférences, ou encore le détail des responsabilités administratives pour pouvoir en apprécier la teneur exacte et leur importance. Elle favorise également la qualité des publications sur leur quantité. Il est important que les congés maternité ou maladie longue durée, plus généralement les événements pouvant impliquer un retard de carrière, soient indiqués pour qu'il en soit tenu compte de façon appropriée. Plusieurs référent·e·s « parité » ont été désignés en séance et ont veillé à l'équité des arguments avancés.

Comme lors de la mandature précédente, la section a transmis des avis (de taille uniformisée) sur les dossiers non proposés à la promotion par le CNU, rédigés sur la base des deux rapports et des discussions en session. Dans un contexte de forte diminution du quota national des promotions de grade (voir paragraphe suivant), ces informations doivent permettre aux établissements de mieux prendre en compte l'activité des collègues mathématiciennes et mathématiciens. Il est important de noter que cet avis s'adresse avant tout aux membres du CAC des établissements.

Les taux de promotions attribuées par rapport aux nombres de dossiers promouvables pour le passage à la hors classe (HC) des maître·sse·s de conférences et au dernier échelon (EX2) des professeur·e·s d'université ont été baissés de manière unilatérale par le ministère. En deux ans, la chute est respectivement de 48% et 58% nationalement, soit pour la section 25 une évolution de 24 promotions MCF HC en 2022 à 12 en 2024 et 9 promotions PREX2 à 2022 pour 6 en 2024. La section CNU 25 a voté une motion dénonçant cette chute des taux de promotion décidée de manière unilatérale par le ministère.

Conformément à l'engagement pris à l'unanimité en début de mandat (2023-2027), aucun membre du CNU n'a été proposé par la section à la promotion.

Panorama

	MCF HC	MCF EX	PR1	PR EX1	PR EX2
Candidats	60	33	44	35	48
dont Candidates	6	6	10	2	6
Promus	12	5	9	9	5
dont Promues	2	1	2	1	1

Les statistiques effectuées par le bureau de la section à partir des listes fournies par le MESRI montrent que le taux du nombre de dossiers de candidatures déposés sur le nombre de dossiers potentiellement promouvables varie parfois du simple au double entre les collègues femmes et hommes à certains passages de grade. Ceci montre qu'à la différence de l'ensemble des sections du CNU [1] l'autocensure des collègues femmes est parfois le double de celle des collègues hommes en mathématiques (section 25).

Nous encourageons donc très fortement les collègues femmes à rédiger et à déposer des dossiers de candidature afin d'assurer une juste représentativité des femmes dans les promotions des différents grades.

3.2 – Promotion à la hors classe des maître·sse·s de conférences

Les promotions à la hors classe du corps des maître·sse·s de conférences présentent un éventail large de candidates et candidats aux profils variés. L'ensemble des activités est pris en compte et un investissement continu au cours de la carrière, dans des directions pouvant évoluer, est prépondérant. La section 25 du CNU est attentive à une répartition aussi harmonieuse que possible dans les différentes catégories d'avancement de carrière, de thématiques, et de localisation géographique des dossiers retenus. L'obtention de l'HDR est un réel atout, sans être un pré-requis. La chute du taux de promotions (12,5% en 2024 contre 20% en 2022) a automatiquement conduit à une chute du nombre de promotions disponibles, ce qui a rendu la décision compliquée surtout vue la qualité toujours croissante des dossiers à ce passage de grade.

Liste des promotions au titre du contingent national (votée à l'unanimité avec 1 abstention) : Ara Dimitri, Bonnefont Michel, Brunault François, El Mazouni Abdelghani, Haettel Thomas, Lelièvre Samuel, Mourtada Hussein, Prochazka Antonin, Raulot Simon, Roy Emmanuel, Servi Tamara, Vitse Vanessa.

1. https://www.enseignementsup-recherche.gouv.fr/sites/default/files/2024-05/note-dgrh-n-2-f-vrier-2024—campagne-2023-pdf-32943.pdf, note DGRH N°2 février 2024 - Campagne 2023.

3.3 – Promotion à l'échelon 7 dit « exceptionnel » des maître·sse·s de conférences

La promotion à l'échelon 7 dit « exceptionnel » est en place depuis 7 ans et a fini par atteindre le taux voulu des maître·sse·s de conférences (toutes classes confondues). Dès lors, les promotions dont dispose la section résultent uniquement du flux sortant, principalement composé des repyramidages et des départs à la retraite.

Si l'âge a été déterminant pour les promotions à l'échelon exceptionnel lors de la mandature précédente afin d'assurer un renouvellement régulier, le rajeunissement du vivier des candidat·e·s conduit à des profils de premier plan en recherche, enseignement, diffusion et responsabilités collectives, en partie provoqué par la pénurie de postes de professeur·e. Face à cette pression forte, la section reste attentive à promouvoir également quelques profils avec plus d'ancienneté, notamment pour continuer à assurer un roulement dans les années qui viennent. Dans ces cas-là, un des critères privilégié par la section est la relative continuité des activités tout au long de la carrière et en particulier depuis le dernier changement de grade.

Liste des promotions au titre du contingent national (votée à l'unanimité) : Blache François-Régis, Borelli Vincent, Kim Sung Soon, Necer Abdelkader, Touzet Frédéric.

3.4 – Promotion à la première classe des professeur·es des universités

La promotion à la première classe des professeur·es des universités reste soumise à une pression extrêmement forte, année après année. La qualité scientifique, attestée par les publications, le rayonnement et l'animation scientifique, l'encadrement doctoral, les responsabilités administratives et pédagogiques importantes sont des éléments-clés. Il n'y a pas de profil type de dossier promu : la section est très attentive à tous les types de carrières dont ceux avec le plus d'ancienneté. Les dossiers avec au moins trois ans d'ancienneté dans le corps des professeur·es des universités sont néanmoins privilégiés. Les candidat·es sont appelé·es à rédiger leur dossier de façon à mettre en avant très clairement toutes leurs activités marquantes.

Liste des promotions au titre du contingent national (votée à l'unanimité) : Ausoni Christian, Bolognesi Michele, Gruson Caroline, Maillot Sylvain, Michel Laurent, Moreau Anne, Sablik Mathieu, Schraen Benjamin, Virelizier Alexis.

3.5 – Promotion au premier échelon de la classe exceptionnelle des professeur·es des universités

La promotion au premier échelon de la classe exceptionnelle des professeur·es des universités récompense les collègues qui se sont distingués dans leurs activités tout au long de leur carrière et en particulier depuis la dernière promotion. On y évalue notamment l'importance des contributions scientifiques, des services rendus à la communauté, l'influence de l'activité de formation doctorale. Dans l'évaluation des dossiers, il a été tenu compte de la vulgarisation et de la diffusion des mathématiques dans la société. Ici aussi, il n'y a pas de profil type de dossier promu : la section est très attentive à tous les types de carrières dont ceux avec le plus d'ancienneté. Les dossiers avec au moins trois ans d'ancienneté dans la première classe des professeur·es des universités sont néanmoins privilégiés.

Liste des promotions au titre du contingent national (votée à l'unanimité) : Benois Denis, Chatterji Indira, Duquesne Sylvain, Lanneau Erwan, Oancea Alexandru, Pravda-Starov Karel, Ricard Éric, Rousseau Erwan, Wurzbacher Tilmann.

3.6 – Promotion au second échelon de la classe exceptionnelle des professeur·es des universités

Le principal critère pour cette promotion, lorsque l'activité scientifique est incontestable, est l'ancienneté dans le grade ; en 2024, les promus les plus jeunes en ancienneté ont 7 années dans le grade, comme c'était le cas en 2023, ce qui confirme un recul par rapport aux années précédentes, principalement dû à la diminution du nombre de promotions accordées.

Liste des promotions au titre du contingent national (votée à l'unanimité) : Fermanian Clotilde, Hubert Pascal, Lancien Gilles, Liu Qing, Nier Francis, Zemor Gilles.

4. Prime individuelle (RIPEC)

La session « Prime individuelle (RIPEC) » de la section 25 du CNU s'est tenue les 29 et 30 août 2024 à l'ÉNS Lyon. L'ensemble de la section tient à remercier l'ÉNS Lyon pour son chaleureux accueil et son assistance matérielle.

4.1 – Contexte général

En remplacement de la Prime d'Encadrement Doctoral et de Recherche (PEDR), qui existe toujours pour les lauréats et lauréates de l'Institut Universitaire de France notamment, un nouveau système de Régime Indemnitaire des Personnels Enseignant·es et Chercheur·ses (RIPEC) a été mis en place dès l'année académique 2022-2023 par le `https://www.legifrance.gouv.fr/jorf/id/JORFTEXT000044616174` [2]. Ce dernier crée trois composantes : une *indemnité statutaire* liée au grade (C1), une *indemnité fonctionnelle* liée à l'exercice de certaines fonctions ou responsabilités particulières (C2) et une *prime individuelle* liée à la qualité des activités et à l'engagement professionnel des agents en regard de l'ensemble de leurs missions (C3). À la différence des deux premières, cette troisième composante nécessite d'en faire la demande ; elle est attribuée pour une période de 3 ans après examen des 4 dernières années d'activité.

Dans le système actuel, ces demandes sont d'abord évaluées par les sections du Conseil national des universités (CNU), puis par les Conseils académiques (CAC) des établissements. Dans chacun des cas, un avis unique est rendu qui peut être « Très Favorable », « Favorable » ou « Réservé », le site Galaxie codant très maladroitement ces avis avec les lettres A, B et C qui n'ont pas la même signification sémantique. Les sections du CNU indiquent en outre au titre de quelle(s) mission(s) elles proposent l'attribution de cette prime parmi celles décrites à l'`https://www.legifrance.gouv.fr/codes/article_lc/LEGIARTI000027747739` [3] et à l'`https://www.legifrance.gouv.fr/loda/article_lc/LEGIARTI000020558083` [4]. Les sections du CNU peuvent aussi rédiger des « Éléments d'appréciation » qui sont des textes détaillés propres à chaque dossier de candidature. Au final, c'est le chef d'établissement qui, seul et au vu des avis rendus par les instances nationales et locales, décide de l'attribution de la prime et à quel(s) titre(s).

Une étude détaillée de la composante C3 de la RIPEC a été effectuée par le bureau de la Commission permanente du Conseil national des universités (CPCNU) ; elle a été présentée lors de l'assemblée générale du 12 juin 2024. Elle est consultable à l'adresse « `https://cnu25.emath.fr/Documents/AG-20240612-VF.pdf` » et en consultant les pages 28 à 47. Il ressort globalement que les taux de réussite finaux varient grandement entre sections du CNU (de 37% à 73%) et entre établissements (de 29% à 82%) : il n'existe donc aucune égalité de traitement entre les enseignant·es-chercheur·ses et c'est l'arbitraire qui domine. Rappelons que, dans le précédent système, les sections du CNU disposaient d'un contingent national qui leur permettait de décider l'attribution d'un certain nombre de PEDR, le reste étant décidé par les établissements. Afin de réduire les fortes disparités de taux de réussite mentionnées ci-dessus, la CP-CNU demande *a minima* le retour d'un contingent national de primes individuelles attribué par les sections du CNU, voir la `https://cnu25.emath.fr/Documents/Motion_CPCNU_Contingent_Prime_Individuelle__juin_2024_.pdf` [5].

Il y avait 11383 candidat·es en 2022 pour 5379 primes attribuées et 11101 candidat·es en 2023 pour 6063 primes attribuées. En 2024, il y a seulement 8510 candidat·es. Au 1er septembre 2024, 31296 collègues enseignant·es-chercheur·ses ne disposaient d'aucune prime, ce qui donne un taux de candidatures extrêmement bas avec seulement 27% des collègues qui ont postulé à la composante C3 de la RIPEC. Les lignes directrices de gestion du ministère stipulent explicitement qu'« au moins 45% des chercheur·ses et des enseignant·es-chercheur·ses puissent bénéficier de cette prime individuelle au titre d'une année », cf. le `https://www.enseignementsup-recherche.gouv.fr/fr/bo/23/Hebdo6/ESRH2302327X.htm` [6]. Pour atteindre cette proportion, il faudrait attribuer un minimum de 7312 primes par an. À titre d'information, pour cette campagne 2024, cela donnerait un taux de réussite de 86%. Un tel chiffre montre

2. Décret n°2021-1895 du 29 décembre 2021.
3. Article L123-3 du Code de l'Éducation.
4. Article 3, alinéa 7 du décret n° 84-431 du 6 juin 1984.
5. Motion du 12 juin 2024.
6. Bulletin officiel n° 6 du 9 février 2023.

l'absurdité de ce système particulièrement chronophage et mal conçu pour les évaluateurs locaux et nationaux.

4.2 – La ripec C3 pour la section cnu 25

Préalablement à la session 2024 dévolue à la prime individuelle, le bureau de la section cnu 25 a contacté des collègues, mathématiciens ou mathématiciennes quand c'était possible, élus dans les conseils centraux d'une vingtaine d'établissements afin de savoir comment étaient prises en compte les évaluations faites par la section cnu25 et comment la composante C3 de la ripec était attribuée au final. Il ressort de cette étude que la situation est très disparate et inégalitaire : certains établissements ne prennent pas du tout en compte les avis (notes) attribués par les sections du cnu et ceux qui en tiennent compte le font souvent avec des modes de calcul différents. Il apparait néanmoins que les « Éléments d'appréciation » sont souvent lus et que, le cas échéant, ils sont très appréciés. Notons que, dans une grande majorité d'établissements, les dossiers relevant de notre section ne sont évalués par aucun rapporteur de la discipline (section 25 ou 26) pour éviter les conflits d'intérêts dus à l'appartenance au même laboratoire. Ceci est néanmoins regrettable car cela implique que nos dossiers sont évalués localement par des collègues qui ne connaissent pas les modes de fonctionnement propres à notre communauté.

Le taux de réussite des membres de la section 25 était de 53% en 2023, pour un taux de réussite global de 55%, ce qui place la section à la limite basse de la moyenne nationale. Les trois principaux motifs d'attribution arrêtés par les établissements aux dossiers lauréats en section 25 sont l'activité pédagogique (35% des dossiers lauréats), l'activité scientifique (70% des dossiers lauréats) et les responsabilités collectives et d'intérêt général (21% des dossiers lauréats). Le mode d'évaluation actuel n'est pas favorable aux mathématiciens et mathématiciennes. Les établissements se déclarent souvent incapables de bien évaluer la partie « recherche » des dossiers et se reportent alors à l'avis donné par la section 25 du cnu, mais qui n'est pas décisionnaire. Ils pensent aussi souvent être mieux placés que les sections cnu pour évaluer les composantes « formation » et « tâches d'intérêt général » des dossiers. Dans ce cas, la comparaison avec les dossiers d'autres disciplines, qui intègrent plus d'éléments factuels, nous est aussi défavorable.

Dans ce contexte, la qualité de la rédaction des dossiers est essentielle. Il convient déjà de faire preuve de concision et de bien se concentrer sur la période d'évaluation (du 1er janvier 2020 au 31 décembre 2023 pour la présente campagne, et plus en cas de congés). Il est pénible pour un rapporteur ou une rapporteuse d'avoir à faire constamment le tri parmi les éléments mentionnés. Bien sûr, cela implique de bien renseigner les dates des différentes activités. Ensuite, il est essentiel de ne pas se limiter à une liste d'objets mais de détailler, de contextualiser et de mettre en valeur un minimum le contenu de chaque activité mentionnée. Même pour un·e collègue mathématicien·ne, la teneur de chaque tâche n'est pas nécessairement évidente car elle peut changer d'une université à une autre. Après, il faut bien avoir à l'esprit que le dossier sera lu aussi (et surtout) par des collègues relevant d'autres disciplines en Conseil académique. (La section a grandement apprécié la rédaction concise et précise de certains dossiers et tient à en remercier leurs auteurs et autrices.)

Au final, la section 25 du cnu a bien conscience des difficultés engendrées par la situation et du fort ressentiment des collègues vis-à-vis de l'attribution de cette nouvelle prime individuelle. Elle conseille néanmoins de continuer à postuler et elle s'efforcera d'adapter son évaluation pour répondre au mieux aux besoins de la communauté.

4.3 – Campagne ripec 2024 pour la section 25

Au niveau de la section cnu 25, chaque dossier a été étudié par deux rapporteurs ou rapporteuses désigné·es au préalable par le bureau, avec un rapporteur ou une rapporteuse thématique et un rapporteur ou une rapporteuse géographique qui se voit affecter tous les dossiers d'un même établissement. Cette année encore, la section a privilégié le cœur de métier, c'est-à-dire les activités de formation, de recherche et le concours à la vie collective pour la période concernée (du 1er janvier 2020 au 31 décembre 2023). Pour pouvoir faire face au grand nombre de dossiers (214), la section a travaillé comme l'an dernier de manière séparée et parallèle : maître·sses de conférences et chargé·es de recherche d'un côté et professeur·es des universités et directeur·trices de recherche de l'autre. Les dossiers de collègues ayant mentionné un congé pour maternité ou paternité ou un congé de longue maladie pendant la période d'évaluation ont été évalués en intégrant en plus l'année 2019. La section encourage les collègues ayant obtenu un congé pendant la période d'évaluation à le mentionner *explicitement* dans leur dossier afin que puisse être pris en compte une durée d'évaluation allongée. Pour cette session Laurent Bruneau et Jean-Marie Barbaroux ont assuré le rôle de référent parité.

Le mode d'évaluation choisi par le Ministère et donc la manière dont le site Galaxie est programmé empêchent de pouvoir rendre un avis pour chaque type d'activité : par exemple, dans l'analyse d'un dossier, si une ou plusieurs missions sont identifiées comme correspondant à une évaluation « Très Favorable », l'avis rendu est « Très Favorable » et seules ces missions sont cochées. Mais le système mis à disposition ne permet pas d'afficher une évaluation en « Favorable » ou « Réservé » pour les autres missions, ce qui est regrettable. La section 25 a donc choisi de ne faire apparaître que le meilleur avis portant sur la ou les activités les plus remarquables.

Le nombre de dossiers de demande de prime a diminué globalement de 21% depuis l'an dernier, passant de 155 en 2023 à 116 en 2024 pour les maître·sses de conférences et de 116 en 2023 à 98 en 2024 pour les professeur·es d'université. Parallèlement, le taux de « Très Favorable » est passé de 65% en 2023 à 77% en 2024. La section considère que la quasi-totalité des dossiers examinés ont une activité scientifique avérée, de bonne voire de très bonne qualité. Une part importante des dossiers présente également un profil émargeant aux trois volets principaux qu'elle a considérés en priorité (23/116 chez les maître·sses de conférences et 29/98 chez les professeur·es).

Chez les maîtres et maîtresses de conférences, 116 demandes ont été examinées pour 92 avis « Très Favorables » (79%) et 24 « Favorables » (21%); les dossiers de 16 femmes sur 21 ont été évalués « Très Favorables » (76%) et les dossiers de 5 femmes sur 21 ont été évalués « Favorables » (24%). Parmi les maîtres et maîtresses de conférences qui ont obtenu un avis « Très favorable », 64% l'ont été au titre de la formation, 85% au titre de la recherche et 38% au titre des tâches d'intérêt général. Chez les professeurs et professeures des universités, 98 demandes ont été examinées pour 74 avis « Très Favorables » (76%), 22 « Favorables » (22%) et 2 « Réservés » (2%), les dossiers des 3 femmes sur 3 ont été évalués « Très Favorables ». Parmi les professeurs et professeures des universités qui ont obtenu un avis « Très favorable », 64% l'ont été au titre de la formation, 90% au titre de la recherche et 44% au titre des tâches d'intérêt général.

La section s'est appliquée à prendre en compte l'avancement dans la carrière dans ses évaluations partant du principe que le niveau d'exigence ne doit pas être uniformément le même dans tous les grades. Les taux de répartition des avis par grade sont résumés dans le tableau suivant (les grades sont ceux correspondant au grade au moment du dépôt du dossier ; ne sont donc pas pris en compte les éventuels changements de grade obtenus entre temps).

	MCF CN	MCF HC	MCF Ex	PR 2C	PR 1C	PR Ex1	PR Ex2
Très Favorables	90%	70%	67%	77%	70%	72%	85%
Favorables	10%	30%	33%	19%	26%	28%	15%
Réservés	0%	0%	0%	4%	4%	0%	0%

Enfin, au regard de ce qui a été mentionné précédemment (dans une majorité des établissement, les dossiers ne sont pas évalués par des rapporteurs ou rapporteuses de la discipline), la section a effectué (après la session) un lourd mais essentiel travail de rédaction d'« Éléments d'appréciation » qui résument et expliquent les points saillants de chaque dossier afin de faciliter le travail des membres des Conseils académiques dans leur compréhension des évaluations faites par la section. Un résumé du mode de fonctionnement et des résultats généraux de la session a été automatiquement ajouté à chaque « Élément d'appréciation ».

5. Repyramidage (promotion interne)

La session « Repyramidage » de la section 25 du CNU s'est tenue le 18 mars 2024 à l'Institut Henri Poincaré. L'ensemble de la section tient à remercier l'IHP pour son chaleureux accueil et son assistance matérielle.

Le dispositif temporaire de promotion « interne » au sens des établissements du corps des maîtres et maîtresses de conférences vers le corps des professeurs et professeures des universités, créé en 2021 pour une période de 5 ans, s'est poursuivi en 2024. L'objectif est de rééquilibrer les pyramides des corps des laboratoires, et plus généralement des sections, vers une proportion de 60% de maître·sses de conférences et 40% de professeur·es des universités. En novembre 2023, la section 25 du CNU était composée d'environ 62% de maître·sses de conférences

(835) et de 38% de professeur·es des universités (510). Ce déficit de professeur·es des universités est à l'origine de la création chaque année de supports de promotions internes ouverts dans la section.

En 2024, huit établissements ont ainsi ouvert un support de repyramidage en section 25, ce qui a conduit à l'examen par la section de 25 dossiers. Plusieurs de ces supports étaient aussi ouverts dans d'autres sections (la section 26 en l'occurence) sans que le bureau de la section ne soit mis au courant par la DGRH. Poursuivant la méthode utilisée par la section lors de la mandature précédente, ces dossiers ont été examinés établissement par établissement avec un·e rapporteur·se géographique et un·e rapporteur·se thématique. La section a systématiquement accompagné sa notation d'avis circonstanciés. Comme dans le cas des promotions, ces textes détaillés s'adressaient avant tout à l'établissement pour la suite de son processus de sélection (audition d'un sous-ensemble de candidats par un comité *ad hoc*, puis décision du chef d'établissement). Il est clair que, dans l'ancien régime de la qualification, l'ensemble des dossiers qu'elle a examiné aurait été (re)qualifié aux fonctions de professeur. On remarque une forte disparité dans le nombre de dossiers de candidature par établissement allant de 1 à 5. La nature même de ces promotions internes fait mettre en concurrence directe les collègues d'un même laboratoire. Rappelons que l'auto-censure n'est jamais une bonne stratégie et qu'il convient donc de postuler lorsqu'un support est ouvert. Les années passées, la section a été témoin d'établissements où le nombre avéré de candidatures de haut niveau les a incités à ouvrir à nouveau des supports de promotion interne la ou les années suivantes.

Rédigé par le bureau de section (mandat 2023-2027)

Bilan 2024 du CNU section 26

L'actuel Conseil National des Universités (CNU) a été mis en place en novembre 2023 pour un mandat de quatre ans.

La section 26 est composée de 48 membres titulaires et de 48 membres suppléant·es, elle est chargée du domaine « Mathématiques Appliquées et Applications des Mathématiques » et représente environ les trois cinquièmes des EC en mathématiques en France.

Une présentation générale du CNU se trouve sur le site de la CP-CNU : `conseil-national-des-universites.fr` La section dispose également d'un site propre : `cnu26.emath.fr`

Les délibérations de la section se sont déroulées en quatre sessions. La session *Qualification et CRCT* a eu lieu les 31 janvier, 1er et 2 février 2024 à l'Institut Henri Poincaré (Amphi Hermite). La session *Promotion interne* (repyramidage) s'est tenue le 3 avril 2024 en mode hybride, les membres en présentiel se retrouvant à Sorbonne Université campus Jussieu. La session *Avancement de grade* (promotions) s'est tenue les 22 (à Sorbonne Université campus Jussieu), 23 et 24 (à l'université Paris Cité, campus Saint-Germain-des-Prés) mai 2024. Enfin, la session *Prime individuelle* (RIPEC C3) s'est tenue à Lyon, campus de la Doua, les 4, 5 et 6 septembre 2024. Nous remercions chaleureusement l'Institut Henri Poincaré, l'université Lyon 1, l'université Paris Cité, et Sorbonne Université, pour leur accueil au sein de leurs locaux.

1. Prises de position du CNU26

Les motions suivantes ont été adoptées au cours de cette première année de mandature.

Motion « Non auto-promotion / CRCT » (votée le 31/01/2024)

« La section 26 du CNU s'engage à ne pas promouvoir et à ne pas attribuer de Congé de Recherche et Conversion Thématique, au titre du contingent national, à ses membres pendant leur mandat. »

Motion « Suivi de carrière » (reconduite le 31/01/2024)

« Les sections 25 et 26 ont décidé de reconduire la décision prise depuis 2017, de ne pas mettre en place le suivi de carrière en 2024. Les sections 25 et 26 décident de ne pas mettre en place le suivi de carrière : faute d'une définition précise des objectifs, des modalités et de l'allocation de moyens dévolus à cette nouvelle mission, celle-ci ne peut être mise en œuvre jusqu'à nouvel ordre. »

Motion « Environnement » (votée le 31/01/2024)

« Dans leurs missions d'évaluation qualitative des dossiers et jamais quantitative, les sections 25 et 26 du CNU s'engagent à laisser toute leur place à des marqueurs dits "bas carbone" (expertise, jurys, engagement local et national, etc) et à ne pas pénaliser celles et ceux qui font le choix de s'engager dans la voie d'une réduction de leur impact environnemental. » La motion complète accompagnée de son argumentaire peut être téléchargée sur le site du CNU 26 [1].

Motion « Statuts et loi immigration » (votée le 23/05/2024)

« La section 26 du CNU partage les inquiétudes exposées par le bureau de la CP-CNU dans ses communiqués du 18 janvier 2024 sur le fonctionnement des universités françaises. » [2]

Motion « Présentiel » (votée le 23/05/2024)

« La section 26 du CNU ne conçoit son travail que sur un mode présentiel. À chaque session, sa mission consiste à évaluer de manière collégiale un grand nombre de dossiers détaillés et à prendre, après discussion, des décisions importantes pour la carrière des collègues. La visio-conférence ne permet pas de travailler ni de débattre dans des conditions correctes. La section 26 estime que les visites HCERES ne sont véritablement utiles qu'en rencontrant physiquement les membres des laboratoires. »

Motion « Taux de promotions » (votée le 23/05/2024)

« La section CNU 26 dénonce la baisse du taux de promotion au deuxième grade des maîtres·ses de conférences et au dernier échelon des professeur·es des universités, qui a été décidée de manière unilatérale par le ministère. Concernant l'accès au deuxième grade des maîtres.ses de conférences, l'arrêté du 13 février 2023 a en effet acté l'effondrement du taux de promotion : ce taux, qui était de 20% des promouvables jusqu'en 2022, est passé à 15% en 2023, puis 12,5% en 2024 pour atteindre 10% en 2025. Concernant l'accès au dernier échelon de professeur des universités, qui était de 21% de promouvables jusqu'en 2022, le taux de promotion est passé à 18% pour les années 2023 à 2025. Cette baisse est contraire au principe du protocole PPCR et aux LDG ministérielles relatives à l'avancement d'une carrière sur au moins deux grades. Au sein de notre section le constat est le même avec respectivement 33 promotions MCF HC en 2022 pour 20 en 2024 et 10 promotions PREX2 en 2022 pour 7 en 2024. La section CNU 26 demande au ministère de relever le taux de promotion au moins au niveau de 2022, c'est-à-dire à 20% pour la hors-classe des maîtres·ses de conférences et 21% pour l'échelon 2 de la classe exceptionnelle des professeur·es des universités. »

Motion « Report de stage lié à l'agrégation » (votée le 23/05/2024)

« La section 26 du CNU partage les inquiétudes exposées par la Société Mathématique de France dans sa lettre du 14 mai 2024 sur les conditions de report de stage pour les lauréats de l'agrégation. L'inscription en 2e année d'un master recherche doit rester un motif recevable. » [3]

Motion « Zones à régime restrictif » (votée le 23/05/2024)

« La section 26 du CNU rappelle son attachement à une recherche mathématique ouverte sur le monde et la société et à la circulation des idées scientifiques, principes qu'un passage en ZRR des laboratoires de mathématiques mettrait nécessairement à mal. » La motion complète peut être retrouvée sur le site du CNU 26 [4].

Motion « Formation des enseignants » (votée le 23/05/2024)

« La section 26 du CNU souhaite réaffirmer son attachement à une formation des enseignant·es de qualité ainsi qu'au respect du fonctionnement universitaire. Elle est de ce fait très alarmée par le projet de réforme de formation des enseignant·es (quatrième réforme de ce type en 14 ans) sur son contenu comme sur ses conséquences. » La motion complète peut être retrouvée sur le site du CNU 26 [5].

2. Bilan de la session Qualification

La session s'est tenue les 31 janvier, 1er et 2 février 2024 à l'Institut Henri Poincaré (Amphi Hermite). Rappelons que, même si deux rapporteurs sont désignés par le bureau de la section pour chaque dossier, la décision de qualifi-

1. http://cnu26.emath.fr/DOCUMENTS/MotionEnvironnement.pdf
2. Disponibles sur http://cnu26.emath.fr/DOCUMENTS/Communique-bureauCPCNU-Statuts-20240118.pdf et sur http://cnu26.emath.fr/DOCUMENTS/Communique-Loi-Immigration-20240118.pdf
3. http://cnu26.emath.fr/DOCUMENTS/2024_5_13_CourrierMEN_Agregation.pdf
4. http://cnu26.emath.fr/DOCUMENTS/motion_ZRR.pdf
5. http://cnu26.emath.fr/DOCUMENTS/motion_formation.pdf

cation, ou de refus de qualification, est le fait de la section dans son ensemble. Le rôle des rapporteurs, dont les noms sont connus des candidat·es, est avant tout de présenter aux membres participant à la session, les éléments factuels du dossier, en particulier en liaison avec les critères de qualification que nous affichons sur le site : `conseil-national-des-universites.fr`

Les candidat·es sont invité·es à prendre connaissance de ces critères d'évaluation afin de préparer au mieux leurs dossiers.

Point important : les dossiers sont déposés en ligne, la recevabilité des dossiers est étudiée par le ministère, et la section n'a pas de prise sur les décisions d'irrecevabilité de ceux-ci.

2.1 – Qualification aux fonctions de Maître de Conférences

Résultats de la session 2023-2024

Pour cette session, la section 26 a étudié 453 dossiers (contre 395 en 2023, 405 en 2022, 425 en 2021, 450 en 2020). On retrouve en particulier le niveau de 2020. Parmi ceux-ci, nous avons dénombré 55 dossiers non transmis, déclarés irrecevables ou retirés par les candidat·es.

Il y avait 72 demandes de dispense de doctorat. Toutes les demandes ont été accordées, et les dossiers correspondants ont été examinés dans les mêmes conditions que les autres.

Parmi tous les dossiers examinés en séance, on compte 286 hommes (72%) et 112 femmes (28%). En tout, 81 dossiers ont été considérés hors section dont 63 hommes (78%) et 18 femmes (22%), 29 dossiers n'ont pas été qualifiés dont 17 hommes (59%) et 12 femmes (41%).

À l'issue de cette séance de qualification, on compte 288 personnes qualifiées (72% du contingent de dossiers examinés) dont 206 hommes (72%) et 82 femmes (28%).

Critères de qualification

Deux repères importants sont utilisés dans l'évaluation des dossiers, en particulier pour les candidat·es dont le parcours ne s'inscrit pas de façon canonique dans les thématiques de la section.

– D'une part l'aptitude à enseigner toutes les mathématiques de licence. Attention, certain·es candidat·es omettent complètement la rubrique « enseignement » ce qui peut entraîner un refus de qualification. L'enseignement est une partie importante de notre métier, ce point doit être mentionné, que ce soit pour faire part d'une expérience, ou pour expliquer pourquoi celle-ci n'a pas pu avoir lieu.
– D'autre part l'activité scientifique, qui dans les domaines d'application des mathématiques ne doit pas se limiter à une description de modèles classiques et une utilisation de méthodes ou algorithmes éprouvés. Il est crucial de montrer que la recherche effectuée pendant et depuis la thèse a produit des résultats mathématiques.

L'activité de recherche est évaluée à partir :

1. des travaux de la thèse en particulier à travers les rapports de thèse (ou, s'ils n'existent pas, tout autre document équivalent attestant de la qualité de la thèse). Pour les candidat·es titulaires d'un doctorat français récent, il est attendu qu'un ou plusieurs membres du jury de thèse, et si possible un des rapporteurs, relèvent de la section du CNU dans laquelle le candidat demande la qualification ;

2. des publications. Si la présence d'une publication dans une revue à comité de lecture n'est pas exigée pour les thèses de l'année, elle représente un élément d'appréciation décisif pour les thèses plus anciennes. Point important : les publications dans des revues considérées comme prédatrices ne sont pas prises en compte.

3. L'évaluation prend aussi en compte l'apport méthodologique en mathématiques, la mise en place de modèles originaux, le développement de nouveaux algorithmes, la validation des modèles théoriques dans le cadre d'applications réalistes.

L'utilisation d'un outil mathématique standard dans un travail de recherche relevant d'une autre discipline n'est pas considérée comme suffisante à elle seule pour la qualification en section 26 (il s'agit du critère qui entraîne le plus de refus de qualification). Les candidat·es qui s'estiment dans le champ « applications des mathématiques » dans un sens un peu large, sont encouragé·es à ne pas restreindre leurs candidatures de qualification à la 26^{e} section. Par ailleurs le CNU s'attend à ce que les exigences précédentes sur l'activité de recherche soient aussi vérifiées sur les deux dernières années en cas de thèses datant de plus de deux ans (ceci est particulièrement examiné en cas de requalification).

Notons qu'une seule qualification suffit pour postuler sur tous les postes de maître de conférences, quelle que soit la section dans laquelle elle a été obtenue.

Pour finir, la section 26 du CNU tient à rappeler le caractère nuisible des revues et conférences prédatrices pour la communauté, et encourage les candidats (à la qualification, à des promotions ou à des primes) à ne pas publier dans des revues ou conférences de ce type, et à ne pas y prendre de responsabilités éditoriales.

Quelques recommandations de sites internet pour identifier les revues en question :

Comité scientifique du CNRS[6] ;

Compass to publish[7] ;

Combatting Predatory Academic Journals and Conferences[8].

2.2 – Qualification aux fonctions de professeur

Depuis quelque temps déjà, les collègues MCF titulaires (et EC titulaires assimilés au corps des MCF relevant de la fonction publique française) n'ont plus à demander la qualification PR. Le nombre de dossiers est donc faible et une demi-journée suffit pour tous les étudier. Comme l'année précédente, la réunion restreinte a eu lieu le 31 janvier au matin. La session plénière se déroule ensuite potentiellement sur deux jours et demi.

Pour cette session, 29 dossiers ont été déposés, et 20 ont été examinés en séance (neuf dossiers ne sont pas arrivés au stade de l'examen pour des raisons diverses : renoncement, dossier déclaré irrecevable ou non transmis,...). Sur ces 20 dossiers, on compte :

- 14 dossiers qualifiés
- 2 dossiers non qualifiés
- 2 dossiers hors section
- 2 dossiers pour lesquels la dispense d'habilitation à diriger des recherches a été refusée.

Le bureau renvoie au site de la section 26 du CNU pour les critères de qualification aux fonctions de Professeur·e des Universités.

2.3 – Périmètre de la section 26

De nombreuses discussions concernant le périmètre de la section 26 ont eu lieu tout au long de cette session de qualification 2024. Nous avons en particulier eu à étudier un grand nombre de dossiers relevant de thématiques partagées avec d'autres sections : recherche opérationnelle, cryptographie, machine learning pour ne citer que les plus représentées. Des discussions seront menées pendant la mandature avec en particulier les sections du groupe 5 (sections 25, 26 et 27) afin de pouvoir orienter au mieux les candidatures.

3. Bilan de la session CRCT

La session CRCT 2024 s'est tenue le 31 janvier après-midi à l'Institut Henri Poincaré, le calendrier ayant permis de la combiner avec la session Qualification.

La section disposait pour cette session 2024 de 13 semestres de CRCT à attribuer.

Il y a eu au total 61 demandes (46 issues de MCF et 15 issues de PR), dont 23 (38%) issues de collègues féminines. Le nombre total de semestres demandés était de 81 (un tiers des demandes l'étaient donc pour 12 mois).

Les règles de déport pour les CRCT stipulent qu'une personne affectée, exerçant ou ayant exercé des fonctions depuis moins de deux ans dans le même établissement que la personne ayant déposé une demande ne peut ni rapporter le dossier ni participer aux discussions concernant cette demande. Pour cette raison le bureau a demandé à six de ses membres, trois MCF et trois PR dont l'établissement de rattachement n'impliquait aucun besoin de déport, d'examiner l'ensemble des dossiers (dans leur corps, pour les 3 MCF). Ces six membres ont travaillé en amont de la session, avec pour mission d'établir une appréciation synthétique de l'ensemble des dossiers, ainsi qu'une proposition de pré-classement.

Ces éléments ont été présentés et discutés en séance, afin d'établir une liste principale et une liste complémentaire. En raison du grand nombre de demandes au regard du nombre de semestres à distribuer, il a été décidé de n'attribuer que des CRCT de 6 mois.

La liste principale en PR (3 candidatures retenues) est par ordre alphabétique :

- M. Stéphane Crepey (Paris Cité)
- M. Ying Hu (Rennes)
- Mme. Emilie Lebarbier (Paris Nanterre)

6. https://www.cnrs.fr/comitenational/cs/recommandations/16_mai_2022/CS_avis_sur_les_revues_predatrices.pdf
7. https://app.lib.uliege.be/compass-to-publish/
8. https://www.interacademies.org/project/predatorypublishing

La liste principale en MCF (10 candidatures retenues) est par ordre alphabétique :

– Mme Céline Constantin (Montpellier)
– M. Laurent Doyen (Grenoble Alpes)
– Mme Mame Diarra Fall (Orléans)
– Mme Laurence Grammont (Saint-Étienne)
– M. Erwan Hingant (Amiens)
– M. Thomas Lecorre (CY Cergy Paris)
– M. Samuel Maistre (Strasbourg)
– Mme Chloé Mimeau (CNAM)
– M. Pierre Petit (Toulouse 3)
– Mme Frédérique Watleb (Bretagne Sud)

Toutes les candidatures retenues ont accepté leur CRCT.

Parmi les candidatures retenues, 46% sont issues de collègues féminines. Du point de vue thématiques, 2 candidatures relèvent de l'analyse numérique / calcul scientifique, 2 de la didactique, 4 des EDP, 4 des probabilités, et 2 de la statistique. Du point de vue géographique, 4 sont issues du grand Paris, et les neuf restantes sont les seules dans leur périmètre local.

Nous rappelons que la section 26 n'examine pas et par conséquent n'attribue pas de CRCT aux candidatures issues de ses membres. Comme les candidatures se faisaient avant les élections du CNU, deux dossiers ont ainsi été automatiquement écartés.

Lors des discussions en session, il a été relevé que les dossiers manquaient pour certains de clarté concernant les décharges d'enseignement obtenues au cours des années précédentes (délégations / CRCT / IUF / ERC / etc.). Il est recommandé aux candidat·es de faire apparaître ces informations de manière la plus exhaustive possible, et si possible de manière synthétique.

Pour information, il existe depuis peu un contingent CRCT fléchés pour les retours de congés maternités. Les collègues concernées peuvent en faire la demande sur Galaxie (ce contingent n'est pas examiné par le CNU). Sur les précédentes campagnes, le nombre de telles demandes était inférieur au nombre de semestres réservés.

4. Bilan de la session Promotion interne

Données générales

La session *Promotion interne* (dite « Repyramidage ») s'est tenue le mercredi 3 avril 2024 en mode hybride : une partie des membres concerné·es de la section étaient en présentiel à Sorbonne Université (campus Jussieu), le reste en distanciel (visioconférence).

Onze établissements étaient concernés par cette session.

– Université de Bordeaux.
– Université Clermont Auvergne.
– Université du Havre.
– Université Lyon 1.
– Université Paris Cité.
– Université Paris-Est Créteil.
– Université Paris Nanterre.
– Université Paris-Saclay.
– Université de Poitiers.
– Université de Reims.
– Université de Toulon.

Les dossiers ont été déposés aussi bien par des collègues MCF classe normale que hors classe. La campagne de recrutements 2024 sur les postes classiques n'ayant pas encore démarré, tous les dossiers ont été examinés.

Une sous-commission spéciale de 22 membres rang A de la section 26 du CNU a été constituée spécialement pour l'occasion. De par la grande diversité des établissements concernés, il n'a pas été possible de ne faire participer que des membres dont les établissements n'étaient pas concernés par la procédure. Bien entendu, les membres de la section n'ont pas participé aux discussions sur les dossiers associés à leur établissement de rattachement.

Les avis à rendre (saisis sur Galaxie et visibles par le/la candidat·e), parmi trois choix possibles

A = Très Favorable,
B = Favorable,
C = Réservé,

étaient comme l'année dernière restreints à deux rubriques concernant l'Aptitude professionnelle et les Acquis de l'expérience professionnelle. La différence entre les deux rubriques est ténue. Dans la continuité de ce qui avait été fait lors de la précédente mandature, nous avons considéré que l'« Aptitude professionnelle » concernait plutôt le futur et le potentiel, tandis que les « Acquis de l'expérience professionnelle » se référaient plutôt aux activités développées jusqu'à ce jour.

Ces deux critères nous paraissant obscurs, nous avons cherché à préciser notre lecture des dossiers. Chaque rapporteur a ainsi évalué les 4 items.

1. Publications (qualité et quantité).

2. Encadrement doctoral et/ou administration de la recherche.
3. Diffusion, rayonnement et/ou vulgarisation.
4. Responsabilités et/ou implication pédagogiques, investissement dans l'administration locale.

La case « éléments d'appréciation » disponible également sur Galaxie a permis de faire remonter une très courte synthèse de ces quatre éléments pouvant être relevés comme de bonne ou de très bonne qualité.

Fonctionnement de la section

Le bureau de la section a nommé deux rapporteurs par dossier :

– un rapporteur dans la spécialité du ou de la candidat·e,
– un rapporteur « géographique », examinant l'ensemble des dossiers d'un même établissement (un découpage en plusieurs lots a été effectué pour les établissements dont le nombre de candidat·es était plus important).

Cette année encore, le CNU est la première instance à étudier les dossiers, et son avis reste facultatif. Les dossiers ont été étudiés par établissement, et le débat a permis de confronter les évaluations disciplinaires dossier par dossier, et l'évaluation plus globale pour chaque établissement en valeurs relatives. L'examen par établissement permet de tenir compte d'éventuelles spécificités de ces derniers. Cependant, aucun classement intra-établissement n'est établi par le CNU.

La frontière entre les niveaux A et B est souvent ténue, et les dossiers sont en général d'excellente qualité. Les résultats globaux sont donnés dans le tableau ci-dessous :

	Acquis Exp.	Aptitude Pro.
A	34	32
B	3	5
C	1	1

Une personne référente parité a été nommée en tout début de session. Son rôle était de suivre les débats sous l'angle de la parité et de tenir un décompte genré des différentes décisions prises tout au long de la journée. En particulier, on compte à l'issue des discussions :

– 38 candidat·es, dont 11 femmes (29%)
– 31 candidat·es ayant reçu la note finale de A-A, dont 9 femmes (29%).

Suite de la procédure

À la suite du CNU, les établissements doivent à leur tour expertiser les dossiers, et nommer pour cela un comité de 4 collègues, deux de l'établissement et deux de la discipline qui peuvent être extérieurs. Ce comité peut auditionner jusqu'à 4 candidat·es, puis exprime des avis sur les dossiers. La décision finale est prise par la direction de l'établissement.

Cette année encore, nous avons produit un travail et une évaluation sur des rubriques mal définies, aboutissant à des couples de lettres peu adaptés au processus d'aide à la décision. Il est vraisemblable qu'un comité de sélection convenablement constitué (ce point reste délicat pour cette procédure) et semblable à ce qui se fait pour les postes standards, pourra affiner l'évaluation tout en prenant en compte les spécificités et attentes locales.

Néanmoins, dans le cadre de la procédure actuelle, nous pensons qu'il est de l'intérêt de tout le monde que le CNU soit consulté lors de ces opérations sensibles de promotion interne : l'expertise externe qu'il fournit dans un cadre global gagne en objectivité, et permet une évaluation nationale par les pairs, et des discussions sérieuses et sereines sur les dossiers.

Résultats 2024

Les candidat·es promu·es en 2024 sont :

– M. Benjamin Ambrosio (Le Havre)
– M. Nourddine Azzaoui (Clermont Auvergne)
– Mme Anne Beaulieu (Paris-Est Créteil)
– M. Hacène Djellout (Clermont Auvergne)
– M. Mehmet Ersoy (Toulon)
– Mme Aurélie Fischer (Paris Cité)
– Mme Christine Keribin (Paris-Saclay)
– Mme Stéphanie Lohrengel-Lefevre (Reims)
– M. Xavier Mary (Paris Nanterre)
– Mme Madalina Petcu (Poitiers)
– M. Laurent Pujo-Menjouet (Lyon 1)
– Mme Lisl Weynans (Bordeaux)

5. Bilan de la session Avancement de grade

La session Avancement de grade (dite *Promotions*) s'est tenue les 22, 23 et 24 mai 2024, à l'université Paris Sorbonne campus Jussieu le 22 mai, puis à l'université Paris Cité, campus Saint-Germain des Prés les 23 et 24 mai.

Les candidatures se font par voie électronique.

Avant l'examen par le cnu, les dossiers sont préalablement examinés par les conseils académiques des établissements qui émettent un avis sur les dossiers des candidat·es, qui ont à leur tour un droit de réponse. Tous ces avis sont visibles par les rapporteurs du cnu. La section 26 du cnu, après une nouvelle discussion sur ce point important, a maintenu son choix de ne pas mettre d'évaluation sur les dossiers des candidat·es qu'elle ne propose pas à la promotion. Elle a donc transmis aux établissements l'avis suivant pour les candidat·es non promus : « La section 26 du cnu ne souhaite pas émettre d'avis sur les candidat·es qu'elle ne propose pas à la promotion sur le contingent qui lui est attribué ». Il sera proposé que ce choix ne soit *pas* reconduit l'an prochain ; cela impliquera une modification du mode de fonctionnement en amont de la session, nous nous appuierons pour cela sur l'expérience de la section 25.

Pour les membres du cnu, la section indique à l'établissement qu'elle n'examine pas les dossiers de candidature à une promotion émanant de ses membres.

Chaque dossier est examiné en amont de la session par deux rapporteurs du cnu, désignés par le bureau, après consultation du bureau élargi. Les rapporteurs ne sont pas les mêmes d'une année sur l'autre (sauf parfois pour nos collègues en didactique, à cause du faible nombre d'expert·es au sein du cnu26).

Une personne est désignée référente parité et diversité parmi les membres de la section présents. Cette dernière suit ensuite l'ensemble des débats et discussions sous cet angle. Un suivi numérique sur les proportions femmes/hommes est proposé à chaque étape de la session.

Les membres du cnu participant à la session ne s'expriment pas sur les dossiers de candidat·es de leur établissement ni sur les candidat·es dont ils seraient trop proches.

Comme lors de chaque session, la section a pu constater une grande diversité de la qualité de mise en forme des dossiers. Nous attirons donc l'attention sur les points importants suivants.

1. Le dossier de candidature à une promotion doit contenir un descriptif de l'ensemble de la carrière et faire apparaître clairement les éléments nouveaux depuis la dernière promotion.
2. Les différentes actions réalisées tout au long de la carrière et mises en avant (responsabilités en particulier) doivent être datées.
3. En ce qui concerne l'encadrement doctoral, le dossier doit préciser pour chaque encadrement le taux d'encadrement de la thèse, son financement, le devenir du docteur, ses publications.

De façon plus générale, chaque élément du dossier doit être décrit de façon suffisamment claire et précise, et lorsque cela est pertinent, par des éléments chiffrés, pour permettre sa juste prise en compte par les rapporteurs puis la section. Les résultats de cette session sont synthétisés dans le tableau 1.

Rappelons que le nombre de promotions dans chaque catégorie (appelé « contingent ») est décidé par le ministère.

Tableau 1

	mcf hc	mcf ex	pr1	pr ex1	pr ex2
Nbr dossiers	103	38	58	79	56
Dont candidates	30 (29,1%)	14 (36,8%)	12 (20,7%)	20 (25,3%)	7 (12,5%)
Contingent	20	7	15	13	7
Dont promues	8 (40%)	5 (71.4%)	6 (40%)	5 (38.5%)	1 (14.3%)
Age min-max(*)	39 - 56	54 - 63	35 - 62	41 - 59	47 - 64
Ancien. min-max(**)	9 - 17	8 - 15	4 - 26	5 - 12	6 - 11

(*) : au sein des promu·es
(**) : au sein des promu·es, depuis la dernière promotion au moment du dépôt du dossier.

5.1 – Promotion à la hors-classe (contingent cnu) des mcf

Liste des promu·es (20) : Catherine Aaron (Clermont Auvergne), Benjamin Boutin (Rennes), Valentina Celi (Bordeaux), Koléhé Coulibaly-Pasquier (Lorraine), Lionel Cucala (Montpellier), Anne Cuzol (Lorient), Jérémie Dardé (Toulouse 3), Aurélie Fischer (Paris Cité), Bérénice Grec (Paris Cité), Mohamed Heribi (Gustave Eiffel), Aline Kurtzmann (Lorraine), Joris Mithalal (Lyon 1), Vincent Perrollaz (Tours), Christophe Profeta (Evry), Olivier Prot (Limoges), Sergio Andres Pulido Nino (ÉNS IIE Évry), Julien Royer (Toulouse 3), Robin Ryder (Paris-Dauphine), Béatrice Vedel (Lorient), Juliette Venel (Valenciennes).

Pour les promotions à la hors-classe, le CNU examine l'ensemble de la carrière des candidats. Outre le travail de recherche et l'activité d'enseignement, un investissement particulier dans le domaine pédagogique ou au service de la communauté scientifique est apprécié. Un objectif de ces promotions étant d'offrir une fin de carrière valorisée à des collègues méritant·es, le CNU est vigilant à une juste répartition des âges des collègues promu·es.

5.2 – Promotions (contingent CNU) à l'échelon MCF EX

Liste des promu·es (7) : Caterina Calgaro (Lille), Rachida El Assoudi (Rouen), Olivier Gipouloux (Saint-Etienne), Jonas Koko (Clermont Auvergne), Christine Keribin (Paris-Saclay), Marie-Christophette Blanchet (Centrale Lyon), Marie-Hélène Vignal (Toulouse 3).

Après une phase de sept ans pendant laquelle les promotions à l'échelon MCF EX ont servi à faire monter la proportion dans le corps à 10%, cette année les promotions proposées résultaient seulement des flux sortants. En plus d'une activité constante dans le travail de recherche et les activités d'enseignement, on attend un investissement notable dans au moins une des catégories usuelles d'évaluation. Pour cet échelon, un poids sensiblement plus important est également porté sur le critère d'âge.

5.3 – Promotions (contingent CNU) à la 1re classe des PR

Liste des promu·es (15) : Matthieu Alfaro (Rouen), Mohamed Ben Alaya (Rouen), Marion Darbas (Paris Nord), Elena Di Bernardino (Côte d'Azur), Charles Dossal (INSA de Toulouse), Raluca Eftimie (Besançon), Max Fathi (Paris Cité), Pierre Latouche (Clermont Auvergne), Carole Le Guyader (INSA de Rouen), Antoine Lemenant (Lorraine), Pascal Maillard (Toulouse 3), Gawtum Namah (ÉNSMM Besançon), Justin Salez (Paris-Dauphine), Nathalie Sayac (Rouen), Marie Théret (Nanterre).

Pour l'examen des promotions à la première classe des Professeurs, le CNU dégage de chaque dossier de candidature les éléments suivants : domaine scientifique, âge et ancienneté comme PR, faits marquants de la carrière, distinctions scientifiques, activité scientifique (nombre et qualité des publications, communications), encadrement doctoral (thèses encadrées et devenir des docteurs), activités éditoriales, direction de projets (type ANR, réseaux européens, GDR), rapports de thèses ou d'HDR, activités et responsabilités pédagogiques, responsabilités diverses (direction d'équipe, d'unité, de département, ..., appartenance à différentes commissions). Les candidat·es sont invité·es à mettre clairement ces éléments en avant dans leur dossier, en identifiant de manière claire les éléments nouveaux depuis la dernière promotion.

La section 26 du CNU veille à une répartition représentative entre les sous-disciplines (analyse, aléatoire, didactique, ...), ce qui n'exclut pas les dossiers transversaux ou atypiques. Le CNU est attentif à une juste répartition des âges des collègues promu·es. Étant donnée la pression très forte sur ce type de promotion, les candidat·es qui étaient professeurs depuis au moins 4 ans ont été privilégié·es. Petite nouveauté pour cette session : l'arrivée des premières candidatures ayant par ailleurs bénéficié d'un re-pyramidage. Les personnes concernées ont souvent vu leur évolution de carrière ralentie pour des raisons diverses. La « règle » des 4 ans d'ancienneté depuis la dernière promotion n'a pas été prise en compte dans les discussions dans ces cas spécifiques.

5.4 – Promotions (contingent CNU) au 1er échelon de la classe exceptionnelle des PR

Liste des promu·es (13) : Karine Beauchard (ÉNS Rennes), Gilles Blanchard (Paris-Saclay), Philippe Briand (Savoie Mont-Blanc), Anne-Laure Dalibard (Sorbonne), Clément Dombry (Besançon), Anne Estrade (Paris Cité), Christophe Garban (Lyon 1), Ivan Gentil (Lyon 1), Samuel Herrmann (Dijon), Adeline Leclerq (Grenoble Alpes), Jérôme Monnier (INSA de Toulouse), Iraj Mortazavi (CNAM), Judith Rousseau (Paris-Dauphine).

Le CNU attend des personnes candidates à une promotion au premier échelon de la classe exceptionnelle qu'elles se soient particulièrement distinguées dans les différentes missions de Professeur des Universités, que ce soit par l'excellence de leurs travaux de recherche, ou par le rôle majeur qu'elles jouent dans la communauté scientifique, en termes d'encadrement, de diffusion, et de structuration de la recherche. Le conseil est attentif à une juste répartition des âges des collègues promu·es et a privilégié les candidat·es ayant une ancienneté dans la 1re classe d'au moins cinq ans.

Les années précédentes étaient marquées par une forte pression concernant la promotion à la 1re classe. Pour cette session 2024, le passage vers la classe exceptionnelle était un peu plus compliqué : nous avions 15 dossiers de plus que l'année précédente (79 contre 64) pour un contingent inchangé.

5.5 – Promotions (contingent CNU) au 2e échelon de la classe exceptionnelle des PR

Liste des promu·es (7) : Fayssal Benkhaldoun (Paris Nord), Franck Boyer (Toulouse 3), Abdellatif El Badia (Compiègne), Said Hamadene (Le Mans), Stéphane Labbé (Sorbonne), Anne Philippe (Nantes), Alain Pietrus (Antilles).

Parmi les candidat·es dont le dossier démontre une activité soutenue dans les différentes missions des Professeurs des Universités, le critère essentiel pour le changement d'échelon est l'ancienneté dans la classe exceptionnelle, suivi de l'âge. Les candidat·es à cet échelon sont invité·es à accorder à leur dossier le soin requis pour permettre aux rapporteurs d'en faire une lecture autonome.

La règle de l'ancienneté dans la classe exceptionnelle peut potentiellement pénaliser les femmes. En particulier, les projections faites à partir des candidatures de cette année semblent indiquer qu'aucune femme ne serait promue sur cette base au cours des deux prochaines années. Après discussion au sein de la section, il a été décidé de prendre le genre des candidat·es en compte dès l'année prochaine en visant une proportion de femmes promues supérieure ou égale à la proportion de femmes parmi les personnes promouvables (environ 14% pour cette session, ce qui correspond peu ou prou à une promotion pour un contingent de 7 personnes).

5.6 – Procédure spécifique d'avancement de grade

La procédure spécifique d'avancement de grade concerne les maîtres de conférences et les professeur·es exerçant des fonctions qui ne sont pas principalement d'enseignement et de recherche. L'évaluation est conduite par une instance nationale dans laquelle siègent des membres élu·es de la CP-CNU, elle est transverse à toutes les sections.

Liste des promu·es en section 26 (1) : Fabien Flori (Corte) accède à la 1re classe des PR.

5.7 – Avancement hors CNU

Promotion à la hors-classe des MCF (2023)

Liste des promu·es (16) : Delphine Boucher (Rennes), Cédric Boulbe (Côte d'Azur), Romain Boulet (Lyon 3), Elie Bretin (INSA Lyon), Nathalie Corson (Le Havre), Pierre Debs (Orléans), Elena Del Mercato (Paris 1), Virginie Deloustal-Jorrand (Lyon 1), Diana Dorobantu (Lyon 1), Valentina Lanza (Le Havre), Jérôme Laurens (Dijon), David Manceau (Le Havre), Christophe Picard (INP de Grenoble), Denis Villemonais (Lorraine), Yannick Viossat (Paris-Dauphine), Lyudmyla Yushchenko (Toulon).

Promotion à la classe exceptionnelle des MCF (2023)

Liste des promu·es (10) : Laurent Boudin (Sorbonne), Claudie Chabiac (Toulouse 2), Claire David (Sorbonne), Laurence Ghier (Caen), Michael Gutnic (Strasbourg), Frédérique Leblanc (Grenoble Alpes), Régine Marchand (Lorraine), Laurence Marsalle (Lille), Catherine Trottier (Montpellier 3), Laurent Vivier (Paris Cité).

Promotion à la 1ère classe des PR (2023)

Liste des promu·es (13) : Pierre Bousquet (Toulouse 3), Ahmad El Hajj (Compiegne), Bruno Galerne (Orléans), Benoît Liquet (Pau), Antoine Mandel (Paris 1), Olivier Roustant (INSA de Toulouse), Joseph Salmon (Montpellier), Jacques Smulevici (Sorbonne), Radu Stefan Stoica (Lorraine), Marcela Szopos (Paris Cité), Viet Chi Tran (Gustave Eiffel), Nicolas Wicker (Lille), Hasnaa Zidani (INSA de Rouen).

Promotion au 1er échelon de la classe exceptionnelle des PR (2023)

Liste des promu·es (14) : Alexandre Berred (Le Havre), Yves D'Angelo (Côte d'Azur), Mohamed

Didi Biha (Caen), Jean-Guillaume Dumas (Grenoble Alpes), Jean-François Dupuy (INSA Rennes), Anne Gégout-Petit (Lorraine), Elise Janvresse (Amiens), Khalide Jbilou (Littoral), Stéphane Loisel (CNAM), Pascal Noble (INSA Toulouse), Philippe Poncet (Pau), Marjolaine Puel (Cergy), Frédéric Richard (Aix-Marseille), Grégory Vial (Centrale Lyon).

Promotion au 2ème échelon de la classe exceptionnelle des PR (2023)

Liste des promu·es (9) : Laurent Bordes (Pau), Bruno Bouchard-Denize (Paris-Dauphine), Eric Delabaere (Angers), Olivier Garet (Lorraine), Michel Geoffroy (Antilles), Jacques Giacomoni (Pau), François Jouve (Paris Cité), Vincent Rivoirard (Paris-Dauphine), Frédéric Rousset (Paris-Saclay).

6. Bilan de la session Prime individuelle

La Prime Individuelle aussi appelée RIPEC 3 ou Prime C3 fait partie de la LPR (Loi de Programmation de la Recherche) qui comporte un volet "Régime Indemnitaire des Personnels Enseignants et Chercheurs" (RIPEC) à trois composantes.

1. La Prime C1, ou RIPEC 1, est l'ancienne Prime d'enseignement supérieur attribuée à tous les EC, versée de manière automatique et mensualisée. Elle a été revalorisée à 4200 Euros annuels pour tous les EC en 2024 (elle était de 2800 Euros annuels en 2022, et 3500 en 2023). L'objectif affiché est d'atteindre 6400 Euros/an en 2027.
2. La Prime C2, ou RIPEC 2, est une prime de fonction, attribuée par les établissements pour des fonctions ou des responsabilités spécifiques. Il y a trois groupes de responsabilités, avec des montants plafonds différents mais pas de plancher. Le bilan à moyen ou long terme sera difficile tant les stratégies d'établissements sont disparates (et opaques).
3. La Prime Individuelle, ou prime C3, ou RIPEC3 [9] est celle qui nous intéresse dans ce bilan. Elle est attribuée sur demande de l'EC, par le chef d'établissement, pour une durée de trois ans, après un avis (facultatif) du CNU puis un avis d'une commission de l'établissement. À noter que certaines sections du CNU ont fait le choix de ne pas participer au processus d'attribution des RIPEC et donc de ne pas évaluer les dossiers des candidat·es.

La RIPEC est une prime d'activité, censée couvrir l'ensemble des missions d'un·e EC. Chaque dossier de candidature reçu au sein de la section est expertisé par deux rapporteurs. La section doit ensuite attribuer à chaque candidat·e une seule mention globale parmi « Très Favorable = A », « Favorable = B » ou « Réservé = C », mais également préciser le(s) titre(s) auquel(s) la prime peut être accordée, parmi les six missions des EC telles que listées dans l'article L. 123-3 du code de l'éducation :

1. la formation initiale et continue tout au long de la vie,
2. la recherche scientifique et technologique, la diffusion et la valorisation de ses résultats, au service de la société. Cette dernière repose sur le développement de l'innovation, du transfert de technologie lorsque celui-ci est possible, de la capacité d'expertise et d'appui aux associations et fondations, reconnues d'utilité publique, et aux politiques publiques menées pour répondre aux défis sociétaux, aux besoins sociaux, économiques et de développement durable,
3. l'orientation, la promotion sociale et l'insertion professionnelle,
4. la diffusion de la culture humaniste, en particulier à travers le développement des sciences humaines et sociales, et de la culture scientifique, technique et industrielle,
5. la participation à la construction de l'Espace européen de l'enseignement supérieur et de la recherche,
6. la coopération internationale,
7. le concours apporté à la vie collective des établissements (« Article 3, alinéa 7 du décret n° 84-431 du 6 juin 1984 »).

Cette évaluation couvre les quatre dernières années [10] (2020-2023 pour cette session 2024).

9. Par la suite, par soucis de simplicité, on utilisera le terme RIPEC pour parler de ce troisième volet.
10. La section 26 a fait le choix d'inclure 18 mois supplémentaires dans l'évaluation en cas de congés maternité ou de maladie sur la période (ou à proximité immédiate).

6.1 – Retour global sur la session 2023

Lors de l'assemblée générale de la CP-CNU[11] qui s'est tenue en juin, un bilan global de la session RIPEC 2023 a été diffusé. Une certain nombre de faits marquants ont été mis en avant.

- Le taux de succès global à cette demande de prime était de 55%, dont 56% chez les femmes (en tout environ 11000 personnes avaient déposé un dossier).
- Une forte disparité entre les corps et les grades : le taux de succès est de 63% chez les PR (monte à 79% chez les PR 2) contre 50% chez les MCF (descend à 44% chez les MCF CN et EX).
- Les taux d'attribution varient énormément d'une section à l'autre : de 37% à 73%.

Sur ce dernier point, on notera malheureusement que la section 26 a été la moins bien servie en 2023 avec justement un taux de succès de 37%. À titre d'information, la section 25 a obtenu de son côté un taux de succès d'un peu plus de 50%. À la suite de discussions au sein du groupe 5 (regroupant les sections 25, 26 et 27), un certain nombre de différences dans le traitement des dossiers et les saisies sur Galaxie ont été identifiées, différences dont nous avons tenu compte cette année dans le traitement des dossiers.

On notera également que les modalités de candidature, évaluation et attributions ont fréquemment changé depuis la mise en place (très récente) de cette prime. À titre d'exemple l'année de carence, instaurée en 2022 a rapidement été supprimée. Cette instabilité globale rend l'ensemble du processus complexe, tant pour les candidat·es que pour la section, en particulier à cause de l'absence d'historique et de recul sur le processus. Par ailleurs, il convient d'insister sur le fait que la prime n'est pas octroyée par la section, et que cette dernière donne simplement un avis que l'établissement est libre de suivre ou pas.

6.2 – Fonctionnement de la section pour la session 2024

La session Prime Individuelle du CNU26 s'est tenue les 4, 5 et 6 septembre 2024 à l'université Lyon 1, campus de la Doua, Villeurbanne. Comme pour les sessions précédentes, les discussions se sont déroulées en deux temps avec un premier bloc dédié aux candidatures PR puis un second aux candidatures MCF (trois demi-journées pour chaque bloc).

Cette année, un peu plus de 400 dossiers ont été déposés en section 26. Sur le modèle de ce qui avait été fait lors du mandat précédent, chaque dossier a été attribué à un rapporteur « géographique » (ayant une vue d'ensemble sur les candidatures au sein d'un même établissement ou zone géographique), et un rapporteur « thématique » étant le plus proche possible des thématiques du dossier. On rappelle au passage que les règles de fonctionnement du CNU interdisent de siéger aux membres de la section ayant déposé un dossier, et empêchent d'attribuer un dossier d'un·e candidat·e provenant du même établissement et/ou laboratoire que le rapporteur.

Pour chaque bloc de travail, les discussions se sont approximativement réparties de la manière suivante.

- Une première demi-journée de discussions générale : bilan de la session 2023, retours attendus sur Galaxie, modalités d'évaluation (quelles cases cocher, dans quelles circonstances),...
- Une demi-journée de travail en petits groupes : chaque rapporteur géographique a pu échanger avec les différents rapporteurs thématiques sur chacun de ses dossiers et remplir pour chacun d'entre eux un tableau de synthèse.
- Un dernier temps d'échange permettant d'harmoniser les évaluations.

La saisie de l'évaluation de chaque dossier a été assurée a posteriori par les membres du bureau.

Les discussions menées en séance au sein de la section nous ont amenés à faire un certain nombre de choix pour cette session. Tout d'abord, nous avons en premier lieu décidé – en s'inspirant des pratiques de la section 25 – de personnaliser au maximum les retours pour chaque candidature. Nous détaillons ci-dessous chaque rubrique sur l'interface Galaxie de manière plus spécifique.

1. Note globale (à choisir en A = « Très favorable » - B = « Favorable » - C = « Réservé ») : le choix de la note correspond à une appréciation globale au niveau du dossier. Les candidat·es ayant eu la note A ont typiquement des dossiers équilibrés couvrant tous les attendus de notre métier (dont en particulier les volets enseignement, recherche et

11. Cette assemblée générale, qui se tient deux fois par an à Paris, regroupe les bureaux de toutes les sections CNU.

responsabilités), avec un ou plusieurs points forts. La note B a été plutôt attribuée à des dossiers ayant soit un dossier équilibré mais sans réel point saillant par rapport au reste de la communauté, soit à des dossiers pour lesquels certains aspects du métier n'ont pas été assez mis en avant. La note C a été attribuée de manière marginale, typiquement pour des dossiers incomplets ou manquant de précision sur certains volets. Au niveau de l'ensemble des sections CNU, la note A représentait 75% des avis en 2023, contre 20% pour la note B et moins de 5% pour la note C. La consigne donnée a priori aux rapporteurs de la section était d'essayer de se rapprocher de ces proportions (voir section suivante pour un bilan chiffré).

2. Case 1 (formation initiale et continue). Cette case a été utilisée par la section pour mettre en avant les candidat·es fortement investi·es dans les enseignements, que ce soit d'un point de vue pédagogique (pratiques innovantes, originales et/ou chronophages) ou en terme de responsabilité d'année (éventuellement de mention suivant la taille des formations). La section a estimé qu'assurer un service d'enseignement, rédiger des notes des cours et préparer des examens faisait partie de nos missions : la case n'a donc pas été cochée pour ces seules raisons.
3. Case 2 (recherche). Le motif retenu pour cocher cette case a été d'avoir une production scientifique dans les standards hauts de la communauté, en terme de qualité des publications et de production scientifique.
4. Case 3 (orientation, promotion sociale et professionnelle). Typiquement, cette rubrique a servi à mettre en avant les personnes soit investies dans des formations professionnalisantes pour lesquelles un travail spécifique d'orientation et d'interface avec le monde professionnel est nécessaire, soit occupant des fonctions liées au suivi des étudiants.
5. Case 4 (valorisation). Cette rubrique nous a servi à mettre en avant toutes les candidatures ayant un investissement conséquent dans toutes les activités de diffusion et de vulgarisation.
6. Cases 5 et 6 (participation à la construction de l'espace européen de l'ESR et coopération internationale). Les intitulés et périmètres de ces deux rubriques ont été trouvés assez flous pour la section. Nous avons fait le choix de les cocher pour des candidat·es étant investi·es dans des programmes internationaux au niveau de la formation (case 6 pour des programmes européens, 7 pour des programmes hors Europe). Nous n'avons pas coché cette case pour des activités de recherche à l'international, hormis pour certains programmes spécifiques.
7. Cases 7 (concours apporté à la vie collective des établissements). Cette rubrique nous a servi à valoriser les candidat·es fortement investi·es au niveau administratif, que ce soit au niveau local ou national. Nous avons par exemple fait la distinction entre une responsabilité d'année (déjà valorisée dans la rubrique 1) et une responsabilité d'une mention de licence, les tâches et enjeux n'étant pas les mêmes dans ces deux configurations. Nous n'avons pris en compte que des charges potentiellement lourdes et chronophages (direction de département, laboratoire, équipe, ...).

À noter que ce sont des principes généraux. Nous avons adapté les éléments d'évaluation aux corps et à l'ancienneté des candidat·es : les exigences n'ont pas été les mêmes pour les sessions PR et MCF. À titre d'exemple, il n'est bien entendu pas question de demander à des candidat·es MCF en début de carrière des directions de département voire même d'année. Au sein de la session MCF, la question de l'évaluation des très jeunes dossiers (i.e. personnes recrutées pendant la période d'évaluation) s'est posée. Il est bien entendu difficile de proposer l'attribution d'une prime portant sur les différents volets de notre métier à de tels profils. La section a néanmoins coché les cases A ou B pour des personnes déjà fortement investies au niveau local.

Les dossiers présentés à cette session RIPEC étaient dans l'ensemble d'un niveau remarquable, aussi bien en terme d'encadrement, de prises de responsabilités, que de qualité de la recherche et des publications, et de visibilité. Le niveau d'exigence a donc été élevé, et de très bons dossiers ont pu se retrouver avec une appréciation « favorable ».

6.3 – Premier bilan de la session 2024

Il convient de rappeler avant tout bilan chiffré que l'évaluation de chaque dossier s'est faite à travers le prisme de l'attribution potentielle de la RIPEC. Notre section CNU a fait le choix de mettre en avant les points les plus saillants de chaque dossier. Nous soulignons que tous les collègues ayant obtenu les notes globales « Très favorable » ou « Favorable » remplissaient toutes les missions attendues dans le cadre de l'exercice de notre métier.

Les tableaux ci-dessous présentent une synthèse chiffrée des décisions de la section pour cette session RIPEC.

	A	B	C
Hommes	74,1%	22,3%	3,4%
Femmes	73,3%	25,1%	1,6%
Global	73,9%	23,3%	2,8%

Le taux d'attribution de la note « A », tous corps confondus, est d'environ 74%. Pour rappel, ce même taux sur l'ensemble des sections en 2023 était de 75% : ce chiffre est donc potentiellement cohérent avec ce qui se pratique dans les autres disciplines. La note « C » a été attribuée de manière très marginale, typiquement à des dossiers dont la rédaction a été négligée, ou pour lesquels certains aspects de notre métier n'ont pas été renseignés. De manière globale, les taux d'attribution de chaque note sont sensiblement identiques pour les candidatures féminines ou masculines.

En ce qui concerne la répartition des notes suivant les corps, la situation est un peu moins homogène.

	A	B	C
MCF	69,8%	26,7%	3,5%
PR	80,1%	18,1%	1,8%
Global	73,9%	23,3%	2,8%

6.4 – Conseil aux candidat·es

Le nombre de dossiers que la section doit évaluer est relativement élevé (plus de 400 cette année). Par conséquent, la qualité de rédaction est prépondérante. En particulier, il convient à chaque candidat·e de mettre en avant les différentes informations demandées en respectant la période d'évaluation. Pour les rapporteurs, trier ou hiérarchiser les différents éléments demandés peut être extrêmement chronophage : le temps passé à cette mise en forme sera potentiellement du temps en moins consacré à l'étude du dossier, ce qui pourra nuire à l'évaluation finale. À noter que le ministère fournit une trame assez rudimentaire : il est tout à fait possible d'utiliser un autre format pour la constitution du dossier à condition bien entendu de renseigner tous les points demandés.

La section a fait le choix de rajouter 18 mois à la période d'évaluation pour les candidates ayant eu un congé maternité au cours de la période. Les personnes potentiellement concernées sont donc invitées à communiquer cette information et à en tenir compte dans la constitution de leur dossier. De même, les collègues ayant eu des congés (par exemple maladie longue durée) ou une activité à temps partiel sont encouragé·es à le signaler dans leur dossier et à fournir les informations nécessaires pour évaluer leur activité sur une période allongée de la durée dudit congé. De manière plus générale, toutes les informations susceptibles d'éclairer la section sur les différentes réalisations au cours de la période peuvent être communiquées.

Rédigé par le bureau de la section

Hommage à Jacques Roubaud

• J.-P. Escofier

Je voudrais ajouter aux textes qui paraissent dans la presse, en particulier celui de Françoise Siri dans *Le Nouvel Obs*[1] ou encore l'article écrit par Nicolas Bergeron en 2009 republié dans *Images des maths*[2], quelques souvenirs et notes personnelles ; en espérant que ma mémoire ne déforme pas trop.

1. Jacques Roubaud est bien connu aujourd'hui et les journaux parlent de lui à l'occasion de sa disparition. Beaucoup de détails biographiques sont donnés : ses parents, son père a été professeur de philosophie au lycée Voltaire, et notre collègue Michel Viallard, de Rennes, a été un de ses élèves (en 1957), sa jeunesse, ses liens avec la guerre, ses débuts dans la poésie avec Aragon, l'abondance immense de ses publications.

2. En 1952, il change l'orientation de sa vie, jusque là orientée uniquement vers la littérature et la poésie, et s'engage dans les mathématiques. En 1954-1955, il suit le premier cours d'Analyse de Gustave Choquet dans l'amphi Hermite de l'IHP. Il le décrit dans *Mathématique :* (le titre du livre comprend ces deux points). Le cours était une révolution et plaçait les ensembles et Bourbaki à la base de l'enseignement des mathématiques.

3. En 1958, il devient assistant de mathématiques à la Faculté des sciences de Rennes. Le bâtiment de l'université était alors place Pasteur. Le nombre total d'enseignants du département était très réduit.

4. Il venait de Paris deux jours par semaine en train (quatre heures de trajet). Partout où il allait, il arrivait toujours très en avance. Il commençait à travailler ou à écrire à 4 heures du matin. Il était toujours à pied. Il a assuré longtemps les TD du cours de TMP (Techniques mathématiques de la physique) d'Huguette Delavault. Il rédigeait soigneusement ses exercices sur des feuilles blanches avec des stylos à bille de différentes couleurs pour les énoncés, les solutions et des traits horizontaux séparant les différents exercices. Il quittera Rennes pour l'université de Dijon en 1967, après avoir été un an professeur à l'INSA de Rennes ; je crois que faire 30 semaines de cours ne lui convenait pas.

5. Parmi ses activités de l'époque (en dehors de la poésie) : faire un à un tous les exercices de Bourbaki (je ne sais s'il s'était limité aux livres d'algèbre, ni s'il a terminé).

6. Il rencontre à Rennes Jean-Paul Benzécri, mathématicien extraordinairement créatif (ÉNS 1950, major), qui allait développer toute l'école française d'analyse des données en partant de son intérêt pour la linguistique. Ils ont donc parlé de linguistique, des grammaires génératives et transformationnelles de Chomski, si importantes, disait Roubaud, pour l'avenir de tant de disciplines, des aspects mathématiques de ces travaux, etc. Benzécri a dirigé sa thèse. Benzécri et lui avaient des mémoires exceptionnelles.

7. Début 1965, ma collègue Nelly Hanoune et moi lui demandâmes de nous parler de poésie. Il accepta. Nous nous sommes retrouvés une douzaine, un soir d'hiver, dans une petite salle le long de la rue Kléber. Il nous lut des textes, nous demandant à chaque fois s'il s'agissait de poésie ou non. C'était une question essentielle pour lui : pour toute définition de la poésie, il pourrait produire un texte qui la contredirait. Il lut d'abord un texte en prose de Charles Cros, puis d'autres, Apollinaire, le dernier poème de Desnos, d'autres encore, mais il refusa d'en lire un des siens. Il lisait avec une pointe d'accent du sud ; il a toujours aimé dire les textes de poésie, face au silence.

8. Il soutient sa thèse le 17 février 1967 : *Morphismes rationnels et algébriques dans les types d'A-algèbres discrètes à une dimension*. Jacques Roubaud a indiqué : *In memoriam J. R. R.*, son frère Jean René, qui s'est suicidé à 21 ans. Benzécri avait dirigé la thèse, Jean Bénabou l'avait aidé, Daniel Dugué était dans tous les jurys dont Benzécri faisait

1. https://www.nouvelobs.com/bibliobs/20241206.OBS97425/jacques-roubaud-le-dernier-ermite-ornemental.html
2. https://images-archive.math.cnrs.fr/Quelques-vies-plus-ou-moins-breves-de-Jacques-Roubaud.html

partie. L'épouse de Jacques Roubaud, Sylvia était venue pour la soutenance. C'est aussi l'occasion de se souvenir de Marie-France Chériaux, inlassable pour taper les textes mathématiques du département.

9. Jacques Roubaud était d'abord un homme qui lisait. Il passait ses journées à la Bibliothèque nationale, salle Richelieu. Il occupait la place 28, un nombre parfait (somme de ses diviseurs stricts : 28=14+7+4+2+1).

10. Tous les membres du département de mathématiques, nous n'étions pas si nombreux qu'aujourd'hui, savaient qu'il était poète et préparait un recueil de poésie. Il le proposa aux éditions Gallimard. Raymond Queneau, responsable des éditions, le reçut. Queneau était passionné de mathématiques ; ils en causèrent pendant une heure sans jamais parler du livre. C'est juste à la porte, en le quittant, que Queneau lui dit qu'il l'acceptait.

11. Le livre paraît chez Gallimard fin 1967 avec pour titre le signe d'appartenance $\in$. Il connaît un succès immédiat. Claude Roy avait écrit un article enthousiaste sur l'importance du livre. Parmi les nouveautés marquantes, le livre propose quatre modes de lectures ; l'un d'eux était de lire les poèmes en suivant le déroulement d'une partie de go (la partie est inachevée, le coup 157 est noté noir par erreur).

12. Raymond Queneau le fait entrer en 1966 à l'Oulipo (*Ouvroir de littérature potentielle*, président : François Le Lionnais). Toute l'œuvre de Jacques Roubaud est régie par des contraintes invisibles et non divulguées ; il pouvait interrompre un récit et le reporter à une date incertaine pour avoir choisi une contrainte qui lui interdisait de le continuer.

13. Jacques Roubaud était très drôle et adorait les jeux sur la langue. Il pensait que toute phrase d'une langue pouvait être transformée avec les mêmes sons (approximativement) en une phrase française ayant un sens. Nelly Hanoune lui avait proposé une phrase arabe qui l'occupa quelque temps. Il aimait bien citer le théorème de *Tate-Artin* ; il pensait écrire un texte sur l'*Enlèvement d'Emmy Noether dans un automorphisme intégral*. Dans un exposé de séminaire, un foncteur se nommait U ; il l'écrivait en caractère gothique $\mathfrak{U}$ et avait adoré dire tout le long de son exposé : le foncteur hugotique.

Thèse de Jacques Roubaud, 17 février 1967

Je ne voudrais pas terminer cette présentation sans remercier Monsieur BENZECRI qui a dirigé orienté ce travail et dont les conseils fréquents et la patience inlassable m'ont permis de mener à bien ces reches.

J'exprime ma gratitude à Monsieur le Professeur DUGUE qui a bien voulu faire partie du jury auquel cette thèse est soumise.
L'aide de Jean BENABOU m'a été indispensable pour la présentation des problèmes posés dans un cadre catégorique. Je le remercie de m'avoir fourni les outils qui rendent ce travail (un peu) plus lisible. Je remercie enfin Mademoiselle CHERIAUX pour la conscience avec laquelle elle s'est acquittée de la tâche rébarbative de frappe du manuscrit ; toutes les qualités de la présentation sont à son crédit ; les erreurs, s'il y en a sont dues à ma négligence.

14. Le jeu de go était alors totalement inconnu en France. Claude Chevalley était quasiment le seul à le connaître. Il initia Jacques Roubaud qui initia 3 ou 4 d'entre nous (surtout moi) ; mais j'avais encore un handicap important contre lui quand il quitta Rennes, plus fort que celui de Georges Perec avec qui il jouait à Paris. Plus tard, avec ses amis Pierre Lusson et Georges Perec, il a été à l'origine du développement du jeu en France, installant un professeur : maître Lim, un très bon joueur coréen, au premier étage du café *Le Trait d'union*, rue de Rennes, à Paris, métro Saint-Sulpice. Leur livre d'*Introduction à l'art subtil du go* de 1969 est un festival d'à peu près ; tous les trois adoraient s'y livrer.

15. Début 1968, Roubaud me donne à lire un article manuscrit sur la poésie japonaise qu'il venait de terminer dans le bureau de Jean Houdebine. Il y parlait d'une nouvelle façon de faire de la poésie mise en œuvre au Japon dans les années 1 000-1 200 : composer des recueils de poèmes de ses prédécesseurs, avec une structure et des choix subtils. Il s'agissait du *Shin kokinshu*, la huitième anthologie, conçue par Go Toba (1180-1239, empereur de 1183 à 1198), avec près de 2 000 *tanka* traduits-recréés en des textes français par Roubaud (il avait appris pour cela le japonais ancien). C'était éblouissant. Les *tanka* sont des poèmes de cinq vers de 31 syllabes : 5+7+5+7+7. Voici un des textes, avec une syllabe longue et une élision :

Sur le Shin kokinshu, *Change* 1, 1968, et *Mono no aware*, Gallimard, 1970

ô bune no
hatsuru tomari no
tayutai ni
mono omoi yasenu
hito no ko yuye ni

prince Yuge

avec un mouvement
de grands bateaux
sur leur ancre
à la fin j'ai été usé par l'amour
à cause d'une enfant d'homme

16. Le 21 mai 1968, à l'hôtel de Massa, il est l'un des 11 fondateurs de l'union des écrivains, avec Michel Butor, Henri Deluy, Jean-Pierre Faye, Nathalie Sarraute pour marquer : *leur liaison actuelle avec le mouvement étudiant et avec le mouvement ouvrier afin de pouvoir émettre un message à la fois distinct et solidaire*.

17. Fin 1968, à Rennes, il me montre un jour une liasse de photocopies d'un faire part annonçant la mort de Bourbaki. Je regrette toujours de ne pas lui en avoir demandé une. Ce texte est souvent attribué sans certitude à Roubaud. Je peux affirmer que je l'ai vu dans ses mains à Rennes quelques jours avant sa distribution à Bourbaki.

18. Fin 1968 paraît le premier volume (elle en comptera 42) de la collection *Change* fondée par Roubaud, Faye, etc. : il s'agit de démonter en profondeur les jeux idéologiques de la société de l'époque, pour les *changer*. L'article de Roubaud sur le *Shin kokinshu* y figurait.

19. Jacques Roubaud a été un des grands contributeurs de la revue *Action Poétique*, fondée par Jean Malrieu et Gérald Neveu après une grève des dockers à Marseille en 1950. Elle fut publiée jusqu'en 2012. Sa devise était *La poésie doit avoir pour but la vérité pratique* (Lautréamont).

20. Il crée, en 1969, et anime le *Cercle Polivanov*, cercle de poétique comparée, dont les exposés avaient lieu le vendredi soir ; des cahiers furent publiés.

21. Jacques Roubaud a assisté régulièrement au séminaire de théorie des catégories de Jean Bénabou dès sa création en 1969. Je l'y ai souvent retrouvé le samedi matin dans les années suivantes. Il y a fait venir parfois Élisabeth Roudinesco. Pendant quelques mois, on a souvent parlé de son projet de marche le long du Mississipi, en composant chaque jour un poème. Bénabou choisissait toujours un restaurant avec couscous du côté de la place de la Contrescarpe.

22. Peut-être est-ce lui qui a écrit page 62 les lignes de *La Disparition* de Georges Perec, où apparaissent des noms de mathématiciens, rennais en particulier (Giorgiutti, Bénabou=Ibn Abou).

23. Il connaissait tout des romans de la *Table ronde*. Florence Delay, qui avait écrit avec lui les dix branches de Graal théâtre, disait : *Jacques avait tout lu*. Il avait vu en particulier à la BU de Rennes les 2160 pages des VI volumes (ils y sont toujours) de l'édition Sommer du *Lancelot en prose* (une merveille) : *The vulgate version of the Arthurian romances*.

24. Les textes de Jacques Roubaud sur la poésie et l'alexandrin sont nombreux et exceptionnels. Je cite de mémoire : *La poésie est une mémoire exploratoire de la langue* (il a modifié son affirmation). Je pense à tout ce qu'il a produit sur la poésie des troubadours, des anthologies, ses textes sur la *sextine*

d'Arnaut Daniel (*Lo ferm voler qu'el cor m'intra*) où des groupes de permutations apparaissent avec lesquels il s'est beaucoup amusé. Je pense aussi à son anthologie de sonnets : *Soleil du soleil* (531 sonnets choisis parmi 45000, et il faut prendre ce chiffre au sérieux), son livre fantastique sur l'alexandrin : *La vieillesse d'Alexandre*, où il analyse l'histoire de ce vers, de ses rythmes divers, par exemple le : *Toujours aimer, toujours souffrir, toujours mourir* de Corneille et le terrible : *Ce n'est rien, j'y suis, j'y suis toujours* ajouté par Rimbaud aux 16 alexandrins démembrés de *Qu'est-ce pour nous, mon cœur, que les nappes de sang* (1872).

25. C'est Daniel Ferrand qui m'apprend, en mai 1983 la disparition de sa seconde épouse, Alix Cléo Roubaud, une photographe merveilleuse, créatrice novatrice et sensible, terrassée par une crise d'asthme. Elle avait 31 ans. Sa peine est immense ; pendant un temps, il ne pense plus la poésie possible. Puis il publie en 1986 un texte bouleversant : *Quelque chose noir*, d'après le titre d'une série de photographies d'Alix.

26. Sa bibliographie jusqu'en 1997 : `https://roubaud.edel.univ-poitiers.fr/index.php?id=175` ; voir aussi la liste donnée à la fin de *Peut-être ou la nuit de dimanche*, Seuil, 2018 ; je ne sais s'il existe des travaux plus complets.

27. Il revient à Rennes en 2000, invité par Marie-Françoise Roy et moi pour l'*Année mondiale des mathématiques*. Il fait un exposé aux Champs libres et un autre au département de mathématiques sur le rôle des contraintes ; je le présente en oubliant de citer son nom.

28. Il photographiait alors les plaques minéralogiques des voitures, pensant tirer quelque chose de leurs suites de lettres. Il nous avait dit son plaisir d'avoir participé à la nouvelle traduction de la Bible parue aux éditions Bayard où chaque texte avait été traduit par un binôme formé d'un spécialiste et d'un écrivain pour rendre compte des qualités littéraires des textes bibliques ; Jacques Roubaud avait travaillé sur *Nombres*, bien sûr, le *Qohélet* et d'autres textes.

29. Quand je lui demandais si quelqu'un avait, depuis 30 ans, déchiffré une des nombreuses énigmes de ses textes, la réponse a été : non. Il venait de donner la clé de l'un des langages *Chien* de *La Princesse Hopy ou Le conte du Labrador*, simple, mais que personne n'avait aperçu depuis 25 ans. C'est dans ce conte qu'il avait décrit 4 rois qui complotaient entre eux, deux rois complotant contre un troisième suivant les axiomes de la théorie des groupes, le tout énoncé entièrement en paroles et le chien remarquant la commutativité de la relation.

30. Et il y eut encore *Tridents*, *Poétique. Remarques*. Jacques Roubaud avait connu par cœur des milliers de vers ; il en avait recueilli des cahiers. Les multiples interventions chirurgicales avec anesthésies qu'il avait subies ces dernières années, lui en avait fait perdre des pans entiers et il souhaitait les réapprendre.

31. Liant Jacques Roubaud et Georges Perec, Claude Roy écrit que tout ce qui se concentre dans leurs chefs-d'œuvres, dans ∈ de Jacques, ou *La Vie mode d'emploi* de Perec, est une technique d'apprivoisement de la mort et d'approche du néant.

Pour sa lecture attentive, merci à Marie-Françoise Roy.

Instructions aux autrices et auteurs

Objectifs de la *Gazette de la Société Mathématique de France*. Bulletin interne de la SMF, la *Gazette* constitue un support privilégié d'expression au sein de la communauté mathématique. Elle s'adresse aux adhérents, mais aussi, plus généralement, à tous ceux qui sont intéressés par la recherche et l'enseignement des mathématiques. Elle informe de l'actualité des mathématiques, de leur enseignement et de leur diffusion auprès du grand public, de leur histoire, de leur relation avec d'autres sciences (physique, informatique, biologie, etc.), avec pour objectif de rester accessible au plus grand nombre.

On y trouve donc des articles scientifiques de présentation de résultats ou de notions importants, ainsi que des recensions de parutions mathématiques récentes. Elle contient aussi des informations sur tout ce qui concerne la vie professionnelle d'un mathématicien (recrutements, conditions de travail, publications scientifiques, etc.) ainsi que des témoignages ou des tribunes libres.

La *Gazette* paraît à raison de quatre numéros par an avec, de temps en temps, un numéro spécial consacré à un sujet particulier de mathématiques ou bien à un grand mathématicien.

Elle est envoyée gratuitement à chaque adhérent. Les numéros actuel et anciens sont disponibles en ligne (`http://smf4.emath.fr/Publications/Gazette/`).

Articles scientifiques. Les articles scientifiques de la *Gazette* sont destinés à un large public intéressé par les mathématiques. Ils doivent donc être écrits avec un souci constant de pédagogie et de vulgarisation. Les auteurs sont en particulier invités à définir les objets qu'ils utilisent s'ils ne sont pas bien connus de tous, et à éviter toute démonstration trop technique. Ceci vaut pour tous les textes de la *Gazette*, mais en particulier pour ceux de la rubrique « Raconte-moi », destinés à présenter de manière accessible une notion ou un théorème mathématique important.

En règle générale, les articles doivent être assez courts et ne pas viser à l'exhaustivité (en particulier dans la bibliographie). Sont encouragés tous les artifices facilitant la compréhension, comme l'utilisation d'exemples significatifs à la place de la théorie la plus générale, la comparaison des notions introduites avec d'autres notions plus classiques, les intuitions non rigoureuses mais éclairantes, les anecdotes historiques.

Les articles d'histoire des mathématiques ou contenant des vues historiques ou épistémologiques sont également bienvenus et doivent être conçus dans le même esprit.

Soumission d'article. Les articles doivent être envoyés au secrétariat, de préférence par courrier électronique (`gazette@smf.emath.fr`), pour être examinés par le comité de rédaction. S'ils sont acceptés, il faut alors en fournir le fichier source, de préférence sous forme d'un fichier TeX le plus simple possible, accompagné d'un fichier .bib pour les références bibliographiques et d'un pdf de référence.

Pour faciliter la composition de textes destinés à la *Gazette*, la SMF propose la classe LaTeX *gztarticle* fournie par les distributions TeX courantes (TeX Live et MacTeX – à partir de leur version 2015 – ainsi que MiKTeX), et sinon téléchargeable depuis la page `http://ctan.org/pkg/gzt`. Sa documentation détaillée se trouve à la page `http://mirrors.ctan.org/macros/latex/contrib/gzt/doc/gzt.pdf`. On prendra garde au fait que l'usage de cette classe nécessite une distribution TeX à jour.

Classe LaTeX : Denis Bitouzé (`denis.bitouze@univ-littoral.fr`)

Conception graphique : Nathalie Lozanne (`n.lozanne@free.fr`)

Impression : Dupliprint – 733 rue Saint Léonard – 53100 Mayenne

Nous utilisons la police Kp-Fonts créée par Christophe Caignaert.