SOMMAIRE

DOSSIERS

Dossier Mathématique

Les Médailles Fields : Jean Bourgain, *Collectif* 3

Siegel's letter to Mordell, *S. Lang* 17

Dossier Débat

Faire connaître les mathématiques, *B. Beauzamy* 37

Perte tragique ou bon débarras ? *A. Odlyzko* 41

INFORMATIONS

Inauguration de l'IHP (Discours de Mr le Ministre François Fillon) 53

Et vivent les maths ! 58

Analyse des recrutements 1994 62

Rapport sur la deuxième session de l'état de la recherche 77

Commission pour le développement et les échanges de l'UMI 80

Comité national français de mathématiciens 82

DÉCÈS

Lucienne Félix *P. L. Hennequin* 87

Louis Doustaing *D. Barlet* 91

Nicolaas Kuiper *M. Chaperon* 91

LIVRES

Livres reçus

par P. Cohen et M. Chaperon 92

Comptes-rendus

Infini et inconscient, essai sur G. Cantor, *M. F. Roy* 93

Microlocal analysis for differential operators, *J. Renault* 95

Exact controllability and stabilization, *A. Haraux* 96

DATE LIMITE

de soumission des articles,

pour parution dans le n° 64

15 mars 1995

Jean Bourgain
Photo J. P. Bolle, MESR

DOSSIERS

MÉDAILLE FIELDS 1994
JEAN BOURGAIN

JEAN Bourgain est né en février 1954 à Ostende, en Belgique. Etudiant à l'Université libre de Bruxelles (la partie flamande, la VUB, bien qu'il soit francophone), il y reçoit une très bonne formation d'analyste, qui lui permet d'écrire sa première publication vers 20 ans. Il soutient une thèse en 1977 en théorie descriptive des ensembles et applications aux espaces de Banach, sous la direction de F. Delbaen.

Jean Bourgain commence sa carrière au Fonds National de la Recherche Scientifique de Belgique. Ses résultats en Analyse et en Géométrie des espaces de Banach sont de plus en plus remarqués, et ses séjours à l'étranger se multiplient : en France, à Paris 6 et Paris 11, en Israël et aux Etats-Unis. En 1985 il est nommé professeur à la VUB et il accepte, la même année, l'un des six postes de professeur permanent à l'IHES. Cet institut a compté ou compte parmi ses membres René Thom, Alexandre Grothendieck, Pierre Deligne et Alain Connes (Médailles Fields en 1958, 1966, 1978 et 1982 respectivement). A peu près au même moment, il est nommé titulaire de la chaire Doob à l'Université d'Illinois à Urbana. C'est dire que, déjà à cette époque, l'ensemble des travaux de Jean Bourgain est impressionnant et en fait un candidat potentiel à la médaille Fields. Depuis 1994 Jean Bourgain est en détachement de l'IHES ; il a été nommé professeur à l'Institute for Advanced Study de Princeton.

Jean Bourgain n'a pas jusqu'à présent encadré d'étudiants. Il a de nombreuses collaborations internationales. Pendant longtemps, il a travaillé très tard la nuit, se levant à midi et ne donnant presque jamais de conférence le matin ; c'est devenu plus difficile depuis qu'il est père d'un petit garçon, qui a maintenant trois ans.

DE façon un peu simpliste, on peut dire que certains mathématiciens bâtissent de grandes théories, tandis que d'autres s'attaquent directement aux problèmes qui ont résisté aux efforts de leurs prédécesseurs. Jean Bourgain appartient à la deuxième catégorie ; il a publié plus de 200 articles ; dans de nombreux cas (pas tous, bien sûr) il résout un problème difficile, posé par les spécialistes d'un sujet. Ces contributions sont d'autant plus impressionnantes qu'elles arrivent après un grand développement de l'Analyse dans les années 60 et 70 (avec Carleson, Stein, Fefferman entre autres).

On peut comparer Jean Bourgain aux analystes les plus importants de

ce siècle, par exemple aux grands analystes des années 20–30 : Hardy, Weyl, Wiener, Carleman, Levinson. Sa puissance analytique rappelle celle de Carleson, et son œuvre couvre la plupart des directions de l'analyse classique. Bourgain a une capacité remarquable pour apprendre un nouveau sujet rapidement, comprendre le cœur du problème, et utiliser alors son vaste répertoire techniques et son incroyable puissance analytique pour résoudre des problèmes majeurs dans des directions nouvelles pour lui. Plusieurs sujets ont été transformés par son travail, et placés à un niveau de profondeur et de raffinement bien plus élevé.

Les travaux de Jean Bourgain portent sur des domaines très variés de l'Analyse : géométrie des espaces de Banach, analyse harmonique, analyse réelle et complexe, analyse et théorie des nombres, théorie ergodique et équations aux dérivées partielles non linéaires. Les techniques utilisées, très fines et puissantes, mélangent avec virtuosité des outils d'analyse, de probabilités et de géométrie, ainsi que des arguments combinatoires.

Il n'est pas facile de trouver des mathématiciens pouvant donner un avis pertinent sur l'ensemble des travaux de Jean Bourgain. Nous avons donc demandé à une dizaine de collègues[1] de décrire, en peu de mots, les travaux qu'ils connaissent le mieux. De ce fait, des aspects très importants de l'œuvre de Jean Bourgain seront ici passés sous silence, et nous renverrons le lecteur à d'autres sources, par exemple l'article de J. Lindenstrauss dans les Notices of the AMS, Nov-Dec 94.

Le premier article de Bourgain paraît en 1976 dans les Proceedings of the AMS; l'auteur a alors 22 ans! Dans cet article il retrouve par une méthode "géométrique" le théorème de Lindenstrauss-Troyanski selon lequel tout convexe faiblement compact C dans un espace de Banach X est l'enveloppe convexe fermée de ses points fortement exposés (x est fortement exposé dans C s'il existe une forme linéaire continue x^* sur X pour laquelle toute suite (x_n) de C *maximisante* pour x^* — c'est-à-dire que $\lim x^*(x_n) = \sup x^*(C)$ — converge en norme vers x). Pendant plusieurs années, Bourgain va s'intéresser à la propriété de Radon-Nikodym et plus généralement à la géométrie de dimension infinie des ensembles convexes; pour expliquer rapidement la propriété de Radon-Nikodym, rappelons qu'une fonction à valeurs réelles, harmonique et bornée dans le disque unité du plan admet une limite radiale suivant presque tout rayon; ceci n'est plus vrai pour des fonctions à valeurs dans un espace de Banach X, et on dit précisément que X vérifie la propriété de Radon-Nikodym lorsque ces limites radiales (en norme) existent dans X pour toute fonction harmonique bornée dans le disque et à valeurs dans X. Il existe des formulations équivalentes en termes de martingales vectorielles, ou de mesures vectorielles (c'est ce dernier point de vue qui est à l'origine de la dénomination). Bourgain obtient des

[1] Ont collaboré à cet article Myriam Déchamps, Gilles Godefroy, Bernard Maurey, Alain Pajor, Gilles Pisier, Martine et Hervé Queffélec, Jean-Claude Saut et Jean-Paul Thouvenot.

résultats frappants sur la notion plus fine de *convexe vérifiant la propriété de Radon-Nikodym*, tels que le théorème suivant, amélioration d'un théorème de Phelps : si C est un convexe de Radon-Nikodym, l'ensemble des formes linéaires qui exposent fortement le convexe C contient un G_δ dense dans le dual. Appliqué aux fonctions, ce théorème donne un principe de perturbation très intéressant : si f est une fonction réelle semi-continue inférieurement minorée sur un convexe de Radon-Nikodym, l'ensemble des formes linéaires x^* telles que $f + x^*$ atteigne son minimum sur C contient un G_δ dense dans le dual. A 25 ans, Jean Bourgain donne un cours de troisième cycle à Paris 6, dont les notes, publiées par Paris 6, seront une source d'inspiration pour tous les chercheurs qui s'intéressent à la propriété de Radon-Nikodym.

Parallèlement, il travaille sur des problèmes aux frontières de la topologie (classes de Baire) et de la théorie descriptive des ensembles. Szlenk avait introduit un indice ordinal attaché à tout Banach séparable réflexif, et cet indice lui avait permis de montrer qu'il n'existe pas d'espace de Banach réflexif séparable universel, c'est à dire contenant une copie isomorphique de tout Banach réflexif séparable. Jean Bourgain introduit diverses notions d'indice ordinal qui lui permettent de montrer la non-existence d'espaces universels pour de nouvelles classes d'espaces de Banach. Jean Bourgain a appliqué à plusieurs reprises les méthodes de théorie descriptive liées au "théorème de la borne", qui associe un ordinal dénombrable à tout arbre dénombrable *bien fondé*, c'est à dire un arbre sans branche infinie. Si T est un arbre dénombrable bien fondé, on peut l'épuiser par une succession ordinale dénombrable d'opérations qui consistent à lui retrancher ses "feuilles". Avec Rosenthal et Schechtman, il obtient, en utilisant entre autres choses une notion convenable d'indice ordinal associée à des arbres bien fondés dont les noeuds sont des suites finies de vecteurs d'un Banach, l'existence d'une famille non-dénombrable de sous-espaces complémentés de L_p deux à deux non isomorphes (lorsque $1 < p < \infty$).

Un de ses premiers articles impressionnants est consacré aux espaces $\mathcal{L}_\infty$ (en collaboration avec Delbaen). Les espaces $\mathcal{L}_\infty$ sont une généralisation des espaces ℓ_∞ (suites bornées de scalaires), c_0 (suites tendant vers 0), $C(K)$ (fonctions continues sur un compact) ou bien $L_\infty(\Omega, \mu)$ (fonctions mesurables bornées presque sûrement sur Ω). Jusqu'au travail de Bourgain, on pensait que les espaces $\mathcal{L}_\infty$ étaient forcément tous "très gros", comme l'espace ℓ_∞ usuel qui contient tout espace de Banach séparable comme sous-espace. L'article mentionné montre qu'il n'en est rien : il existe des espaces $\mathcal{L}_\infty$ qui ne contiennent pas de sous-espace isomorphe à c_0. Ces espaces possèdent en fait les propriétés de Radon-Nikodym et de Schur qui sont des propriétés classiques de l'espace ℓ_1. Ces espaces $\mathcal{L}_\infty$ se comportent d'ailleurs "transversalement" si l'on peut dire, beaucoup plus comme ℓ_1 que comme ℓ_∞. Ces exemples retentissants ont complètement bouleversé l'idée que l'on se faisait des espaces $\mathcal{L}_\infty$. Par la suite, Bourgain a appliqué avec succès des idées tout à fait différentes au cas des espaces $\mathcal{L}_1$,

mais il n'y a pas la place ici de développer ici la description de ces travaux pourtant fort beaux.

Au début des années 80, Jean Bourgain a opéré un tournant et s'est intéressé de près aux questions laissées ouvertes sur les espaces de Banach de fonctions analytiques (espaces H_1 et H_∞ de Hardy principalement). Rappelons que H_∞ est l'espace des fonctions analytiques bornées dans le disque unité ouvert du plan complexe $\mathbb{C}$. Son résultat le plus spectaculaire dans cette direction est peut-être sa démonstration que l'espace H_∞ vérifie le théorème de Grothendieck. L'une des formes du théorème de Grothendieck dit que tout opérateur linéaire borné de L_∞ dans L_1 se factorise par L_2 (une forme équivalente est "l'inégalité de Grothendieck"). Bourgain démontre un théorème de factorisation qui implique que tout opérateur linéaire borné de H_∞ dans H_1 se factorise par H_2. Par dualité cela se traduit par des inégalités étonnantes (et très utiles) vérifiées par l'espace de Banach quotient L_1/H_1 qui est le prédual de H_∞. Par exemple celle-ci : si une série $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ avec $x_n \in L_1/H_1$ converge inconditionnellement dans L_1/H_1 alors nécessairement $\sum_{n=1}^{\infty} \|x_n\|^2 < \infty$. Il démontre pour ces besoins une série de raffinements du lemme de Havin, qui construit des fonctions de H_∞ qui approchent dans une certaine mesure des fonctions caractéristiques de sous-ensembles du cercle et permet de généraliser certaines approches du théorème de Grothendieck pour L_∞. Par la suite dans cette direction on peut citer deux autres contributions éblouissantes : la preuve que les algèbres de fonctions analytiques bornées $A(D^n)$ dans les polydisques D^n sont mutuellement non isomorphes pour des valeurs distinctes de l'entier n, et aussi le théorème qui implique que les espaces H_1 du disque et du bidisque sont non isomorphes.

Mentionnons un résultat qui ne figure pas parmi les plus difficiles de Bourgain, mais qui a eu un grand impact tant il est simple et joli. On sait après Burkholder, Gundy et Silverstein, qu'on peut retrouver les propriétés de la transformation de Hilbert comme opérateur sur les $L_p(\mathbb{T})$, $1 < p < \infty$, à partir des martingales du brownien et des inégalités de Burkholder-Gundy. Mais on ne savait pas inversement parler des martingales à partir de la transformation de Hilbert. C'est ce que Bourgain obtient par une méthode de "transférence" utilisant un produit infini de copies du cercle $\mathbb{T}$. Cela permet de caractériser les espaces de Banach "UMD", étudiés peu avant par Burkholder, au moyen du fait que la transformée de Hilbert (vectorielle) sur $L_2(\mathbb{T}, X)$ est bornée. Ce résultat a beaucoup impressionné Burkholder et contribué à la venue de Jean Bourgain à Urbana, une étape d'une certaine importance dans sa carrière.

Dans beaucoup de questions d'Analyse harmonique se pose le problème de l'existence d'ensembles finis d'entiers $\Lambda_n = \{\lambda_1, \ldots, \lambda_n\}$

tels que l'espace des polynômes trigonométriques à coefficients dans Λ_n possède diverses propriétés non triviales. De tels ensembles sont souvent difficiles à construire explicitement et on doit recourir à des méthodes aléatoires. Des résultats de Katznelson-Malliavin et Kahane avaient déjà largement ouvert la voie à ces méthodes. Bourgain popularise une variante qu'il baptise la "méthode des sélecteurs" ; il adopte le point de vue suivant, qui se révèle très efficace dans un grand nombre de problèmes. Soient $\xi_1, \ldots, \xi_N$ N variables aléatoires indépendantes, à valeurs 0 ou 1 avec $P(\xi_j = 1) = \delta_j$. Pour $\omega \in \Omega$, on pose

$$\Lambda_\omega = \{j : \xi_j(\omega) = 1\} ;$$

c'est l'ensemble choisi au hasard, et les ξ_j s'appellent des sélecteurs. Le choix de δ_j n'est nullement indifférent, et doit souvent être subtilement adapté au problème. L'ensemble aléatoire obtenu n'a pas un cardinal constant, mais son nombre d'éléments est souvent très concentré autour de la valeur moyenne. Un des premiers résultats obtenus par Bourgain avec les sélecteurs concerne la construction de suites $0 < \lambda_1 < \ldots < \lambda_n$ d'entiers telles que

$$\| \sum_{i=1}^{n} \sin \lambda_i x \|_\infty \leq c n^{2/3},$$

où c est une constante numérique (1981). Cette estimation, utile dans l'étude de la transformée de Hilbert à valeurs vectorielles, n'a pas été améliorée depuis. La méthode des sélecteurs a été utilisée avec succès par Bourgain dans d'autres problèmes :

— en 1987, Bourgain et Tzafriri utilisent les sélecteurs pour l'extraction de sous-matrices "bien inversibles", résultat qui a des applications à la géométrie des espaces de Banach, à l'Analyse harmonique et au problème de Kadison-Singer en C^*-algèbres. Sur ce problème ils sont allés bien plus loin que leurs prédécesseurs, sans réussir toutefois à démontrer la conjecture de Kadison-Singer ;

— en 1988, les sélecteurs interviennent dans la preuve par Bourgain de l'existence de vrais ensembles Λ_p. Parmi les travaux d'Analyse harmonique de Bourgain, sa solution du "problème des Λ_p de Rudin" est sans doute le plus spectaculaire. Soit $p > 2$. Un ensemble Λ_p dans $\mathbb{Z}$ est un ensemble $\Lambda = \{n_j : j \in \mathbb{N}\} \subset \mathbb{Z}$ d'entiers tel que pour toute série de Fourier

$$(P1) \qquad f(t) = \sum_j a_j \, \mathrm{e}^{i n_j t}$$

à spectre dans Λ on ait $f \in L_2 \Rightarrow f \in L_p$ et qu'il existe une constante C telle que

$$(P2) \qquad \|f\|_p \leq C \|f\|_2.$$

Noter que l'implication $f \in L_2 \Rightarrow f \in L_p$ est inverse de l'implication banale, dans le cas $p > 2$, correspondant à l'inclusion classique $L_p \subset L_2$. On a donc en fait équivalence des normes L_p et L_2 pour les fonctions f de la

forme $(P1)$. Les inégalités $\|f\|_p \leq \|f\|_q$ si $p \leq q$ montrent que la notion d'ensemble Λ_p est d'autant plus restrictive que p est grand. Cette notion est apparue dans un article très important de Rudin (1961) dans lequel Rudin donne une méthode algébrique très ingénieuse pour exhiber des ensembles Λ_4 qui ne sont pas "mieux", c'est à dire qu'ils ne sont $\Lambda_{4+\varepsilon}$ pour aucun $\varepsilon > 0$. Appelons pour abréger *ensemble* Λ_p *strict* un ensemble Λ_p qui n'est $\Lambda_{p+\varepsilon}$ pour aucun $\varepsilon > 0$. Rudin construit en fait des Λ_p stricts pour tout p entier pair ≥ 4. La question s'est immédiatement posée d'étendre cela à toute valeur de $p > 2$ (et pour commencer pour $2 < p < 4$). Malgré quelques contributions éparses, ce problème très connu à la fois en Analyse harmonique, en Combinatoire et sans doute en théorie des nombres est resté ouvert pendant trente ans jusqu'à ce que Bourgain le résolve, par un des tours de force dont il a le secret. La particularité de ce problème est que tous les experts savaient depuis longtemps que l'exemple cherché devait s'obtenir par le choix d'un sous-ensemble aléatoire d'entiers dont on pouvait préciser tous les paramètres. Ce choix des paramètres garantit que si l'ensemble est Λ_p, il est Λ_p strict. Mais personne n'a réussi avant Bourgain a démontrer que ces ensembles aléatoires sont presque sûrement des Λ_p. Il s'agit de montrer que, pour presque tout ensemble aléatoire, on a l'inégalité $(P2)$ pour toute série de Fourier à spectre dans cet ensemble. La difficulté tient à l'absence presque totale de méthode pour calculer la norme L_p d'un polynôme trigonométrique d'une manière qui se prête bien à la "randomisation" (pardon M. Toubon). Dans le cas d'un entier pair, par exemple $p = 4$, on savait déjà depuis longtemps que la méthode aléatoire est concluante grâce à la formule

$$\|f\|_4 = \|f^2\|_2 = \|\widehat{f} * \widehat{f}\|_{\ell_2(\mathbb{Z})}$$

qui permet de calculer la norme L_4 comme un polynôme en les coefficients de Fourier.

Le caractère "probabiliste" de la méthode pose évidemment le problème de construire des exemples explicites d'ensembles Λ_p stricts, mais cela semble lié à de très difficiles problèmes de théorie des nombres. Signalons par exemple qu'on ignore toujours si l'ensemble des carrés $\Lambda = \{j^2 : j = 1, 2 \ldots\}$ est un ensemble Λ_p pour une quelconque valeur de $p < 4$ (Rudin a montré qu'il n'est pas Λ_4).

BOURGAIN, avec Milman, a démontré une conjecture de dichotomie qui s'attache à la structure d'espace de Banach de C_Λ, l'espace des fonctions continues sur le cercle dont le spectre est contenu dans un sous-ensemble $\Lambda \subset \mathbb{Z}$. Ils ont montré (confirmant une conjecture de Pisier et Pełczyński) la dichotomie suivante : ou bien $C_\Lambda \simeq \ell_1$ c'est à dire que Λ est un ensemble de Sidon (d'après un théorème de Varopoulos), ou bien C_Λ a une ultrapuissance qui contient ℓ_∞ ; autrement dit C_Λ est soit très petit (ℓ_1 correspond aux cas les plus lacunaires) soit très gros (C_Λ reproduit alors presque isométriquement tout espace normé de dimension finie). L'inégalité clé est encore une inégalité sur les séries aléatoires.

BOURGAIN a contribué à la "théorie locale" des espaces de Banach, que certains préfèrent nommer théorie asymptotique des espaces normés, car il s'agit d'étudier globalement des familles d'espaces normés de dimension finie mais tendant vers $+\infty$. Dans une première direction, il s'est intéressé aux applications de cette théorie à la géométrie des convexes de $\mathbb{R}^n$. Nous citerons ici l'un de ses résultats les plus importants dans cette direction.

Si K est un corps convexe symétrique de dimension n, on sait par le théorème de Blaschke-Santaló que le produit $P(K)$ des volumes de K et de son polaire K^0 est maximal pour la boule euclidienne B_n. Avec V. Milman, Jean Bourgain a montré que pour tout corps convexe K,

$$P(K)^{1/n} \geq cP(B_n)^{1/n},$$

où $c > 0$ est une constante indépendante de la dimension n et de K (une constante "universelle"). Ce résultat fondamental et attendu depuis longtemps (problème posé par Mahler en 1939) est devenu un outil classique (appelé parfois inégalité de Santaló inverse) en géométrie des convexes.

Bourgain a abordé de nombreux autres problèmes en géométrie des convexes, notamment des problèmes de symétrisation (nombre de symétrisations de Steiner suffisant pour approcher une boule euclidienne, par exemple). L'apport par Jean Bourgain de puissantes techniques analytiques a profondément transformé ce domaine. Il utilise (et combine), souvent avec un grand raffinement, les techniques de la théorie asymptotique des espaces normés de dimension finie (type et cotype) s'appuyant sur la théorie de la K-convexité (développée par Pisier) et des méthodes probabilistes (sélecteurs, processus gaussiens, concentration,...), ainsi que combinatoires et entropiques.

DANS une autre direction de la théorie asymptotique, une construction remarquable de Gluskin a montré que le compact de Minkowski des espaces normés de dimension n a, pour la "distance" de Banach-Mazur, un diamètre de l'ordre de n (c'est à dire l'ordre théorique maximal). Bourgain utilise cette percée dans deux directions; il construit deux espaces de Banach complexes qui sont isomorphes en tant qu'espaces réels, mais non isomorphes comme espaces complexes. Par une abstraction de la méthode de Gluskin, il obtient des résultats sur le problème des espaces homogèmes de dimension finie. Pour une fois, ce problème sera achevé par d'autres que lui, Mankiewicz et N. Tomczak; l'énoncé du problème est un peu long à donner ici, mais la version isométrique correspondante, qui a été étudiée (et résolue dans presque tous les cas) par Gromov est la suivante : que peut-on dire d'un espace normé de dimension n dont tous les sous-espaces de dimension q fixée sont isométriques? S'agit-il de la norme euclidienne? Ces résultats contribueront à donner une nouvelle jeunesse à un vieux problème de Banach, le problème des espaces de Banach homogènes : l'espace ℓ_2 est-il (à isomorphisme près) le seul espace de Banach isomorphe à tous ses sous-espaces fermés de dimension infinie? Ce problème sera résolu positivement en 93 sous les efforts de N. Tomczak et de T. Gowers.

La fonction maximale f^* de Hardy et Littlewood d'une fonction $f \in L_p(\mathbb{R}^n)$ appartient à L_p (lorsque $1 < p \leq \infty$) et il existe une constante C, dépendant a priori de la dimension n telle que

$$\|f^*\|_p \leq C\|f\|_p.$$

On peut associer plus généralement à un corps convexe symétrique B de $\mathbb{R}^n$ et à chaque fonction intégrable $f \in L_1(\mathbb{R}^n)$ la fonction maximale

$$f_B^*(x) = \sup_{r>0} \frac{1}{\mathrm{vol}B} \int_{rB} |f(x+t)|\, dt.$$

Pour B fixé, cette fonction maximale est bien sûr équivalente à la fonction maximale de Hardy-Littlewood calculée avec la sphère euclidienne, mais il n'y a pas d'uniformité évidente dans cette équivalence lorsque B et la dimension varient. Bourgain montre que pour $p > 3/2$, il existe une constante $c(p)$ indépendante de la dimension n et du corps convexe B telle que pour toute fonction $f \in L_p(\mathbb{R}^n)$ on ait

$$\|f_B^*\|_p \leq c(p)\|f\|_p.$$

Pour la famille des boules euclidiennes de dimension quelconque, le résultat est vrai pour tout $p > 1$ et avait été obtenu par Stein et Stromberg en 83. La démonstration de Bourgain fait appel à des considérations de géométrie des convexes (Brunn-Minkowski) et à l'Analyse de Fourier. Bourgain obtient aussi le cas $p > 1$ pour des classes de convexes particuliers telles que les boules ℓ_q^n, pour q entier pair. Avec ce résultat impressionnant, Jean Bourgain confirme son entrée dans le groupe des grands spécialistes de l'Analyse réelle.

Le caractère borné, pour des normes L_p convenables, des multiplicateurs de Bochner-Riesz est une question centrale pour l'Analyse harmonique dans $\mathbb{R}^n$. De même pour les questions de restriction de transformées de Fourier à des sphères, ou plus généralement les estimations d'intégrales oscillantes. Jean Bourgain a obtenu dans ces directions des résultats pour les dimensions $n \geq 3$ qui vont au delà des résultats auparavant connus, qui étaient obtenus en général par interpolation à partir des résultats L_2. Il obtient ainsi de nouveaux résultats sur les ensembles du type de Kakeya dans R^n, $n \geq 3$.

Les travaux de Bourgain qui portent sur la théorie ergodique sont tous centrés sur des variantes du théorème de convergence des moyennes ergodiques. Il faut cependant signaler que le premier contact de Bourgain avec la théorie a consisté à donner une nouvelle preuve d'un théorème de Furstenberg et Katznelson : si un ensemble A du plan a une densité positive, alors l'ensemble des réels $d(x,y)$, $x, y \in A$ contient une demi-droite. La démonstration de Bourgain fait appel à l'analyse harmonique, alors que Furstenberg et Katznelson utilisaient des techniques ergodiques.

Le théorème ergodique ponctuel de Birkhoff (1931) est le premier résultat important en théorie ergodique : si $(X, \mathcal{A}, \mu, T)$ est un système dynamique où

T est une bijection bimesurable de X préservant la probabilité μ, alors, pour toute fonction $f \in L_1(X)$,

$$\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} f(T^k x)$$

converge quand $N \to \infty$ pour μ-presque tout $x \in X$. Peu auparavant, Von Neumann avait établi, pour $f \in L_2(X)$, la convergence de ces moyennes dans L_2 vers la projection de f sur l'espace des fonctions T-invariantes. Le résultat de Birkhoff est cependant d'une tout autre difficulté.

Une des généralisations envisagées fut d'établir ce théorème pour des sous-suites d'entiers (m_k), par exemple la suite (k^2) des carrés d'entiers. La convergence L_2 dans ce cas était connue depuis longtemps et est une conséquence d'un théorème de Weyl. Par le théorème spectral, la convergence dans L_2 de moyennes de la forme $\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} f(T^{m_k}x)$ se ramène à la convergence dans $L_2(\sigma_f)$ des polynômes $\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} e^{2\pi i m_k x}$ où σ_f est la mesure spectrale de f sur $\mathbb{T}$, définie par

$$\widehat{\sigma}_f(n) = \int_X \overline{f(x)} f(T^n x)\, d\mu(x) \qquad (n \in \mathbb{Z}).$$

Le premier travail "ergodique" de Bourgain est consacré à la démonstration du théorème ergodique ponctuel pour l'ensemble des carrés d'entiers : si $(X, \mathcal{A}, \mu, T)$ est un système dynamique et si f est une fonction de $L_2(X, \mu)$ alors

$$\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} f(T^{k^2} x)$$

converge pour μ-presque tout $x \in X$. Derrière cet énoncé ergodique, s'en cache un autre de forme beaucoup plus proche de l'analyse : si $(a_n)_{n\in\mathbb{Z}} \in \ell_2(\mathbb{Z})$ et si on définit

$$a_n^* = \sup_{N>0} \Big| \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} a_{n+k^2} \Big|$$

alors $(a_n^*) \in \ell_2(\mathbb{Z})$ et $\|(a_n^*)\|_2 \le C\|(a_n)\|_2$, où C est une constante universelle. Le passage de l'énoncé d'analyse à l'énoncé ergodique (le "principe de transférence" dû à Wiener et Calderon) se fait en quelques lignes. Il faut noter que le même énoncé sur les suites, pour les moyennes usuelles, avait été obtenu par Hardy et Littlewood un an avant la démonstration du théorème ergodique par Birkhoff. En fait $\|(a_n^*)\|_2 \le C\|(a_n)\|_2$ donne un lemme maximal qui entraîne que l'ensemble des fonctions pour lesquelles il y a convergence presque sûre des moyennes est fermé dans L_2. La construction d'une classe dense, aisée pour les moyennes de Birkhoff, demande un tout autre travail pour "les carrés", mais là encore, Bourgain utilise $\ell_2(\mathbb{Z})$ et la "transférence".

L'originalité de la méthode de Bourgain commence dès le début du traitement de la suite (a_n^*). Par transformation de Fourier, si $f \in L_2(\mathbb{T})$ et

$$f^*(n) = \sup_{N\in\mathbb{Z}} \Big| \int_0^1 \mathrm{e}^{2i\pi n\alpha} f(\alpha) K_N(\alpha)\, d\alpha \Big|,$$

l'inégalité à démontrer devient

$$\|(f^*(n))\|_2 \leq C\|f\|_2, \tag{1}$$

où $K_N(\alpha) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^N \mathrm{e}^{2i\pi k^2\alpha}$. Il y a une analyse remarquable dans la démonstration de (1) fondée en partie sur des estimations et des découpages proches de la méthode du cercle de Hardy et Littlewood.

La méthode développée par Bourgain permet de donner le même théorème de convergence pour toutes les fonctions de L_p, $p > 1$, et pour de nombreuses suites de type arithmétique : la suite des nombres premiers, la suite $[p(n)]$ où p est un polynôme à coefficients réels dont le terme de plus haut degré a un coefficient > 0. Le théorème se prolonge aussi à l'action de plusieurs transformations qui commutent.

Signalons enfin le résultat suivant de Bourgain : si f est une fonction périodique de période 1 sur $\mathbb{R}$, si $\int_0^1 |f(x)|^2\, dx < \infty$ et si θ est un nombre algébrique plus grand que 1, alors

$$\frac{1}{N}\sum_{k=1}^N f(\theta^n x)$$

converge presque sûrement. Pour θ entier, c'est exactement le théorème ergodique, autrement il faut prendre garde que $(\theta^n x \bmod 1)$ n'est pas l'orbite de x par une transformation de l'intervalle $[0,1]$ et donc l'énoncé n'appartient pas à la théorie ergodique stricto sensu (mais des techniques ergodiques sont utilisées dans la démonstration).

JEAN Bourgain a apporté des contributions spectaculaires à la théorie du problème de Cauchy associé à des équations non linéaires dispersives : Korteweg–de Vries (KdV), Schrödinger non linéaire (NLS), Kadomtsev–Petviashvili (KPII). Introduisant des idées très originales, il a amélioré la plupart des résultats connus (notamment dans le cas périodique puisque les théorèmes les plus fins établis auparavant dans le cas de tout l'espace étaient fondés sur des propriétés de lissage local qui ne sont plus vraies dans le cas périodique). Pour illustrer ces résultats de Bourgain, nous nous restreignons à un exemple frappant, celui de l'équation dite KPII

$$(u_t + uu_x + u_{xxx})_x + u_{yy} = 0$$

$u(x,y,0)$ donnée, où u est une fonction réelle définie sur $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}$ ou $\mathbb{T}^2 \times \mathbb{R}$. Bourgain cherche une solution locale par un argument de contraction sur la formulation intégrale de KPII (par la formule de Duhamel). La première idée,

très neuve, est celle du choix de la norme "de restriction de Fourier", fondée sur le symbole de l'opérateur linéaire de KPII (la norme utilisée jusque là était du type Sobolev). Dans le cas périodique, cette nouvelle norme s'écrit, pour une fonction u définie sur $\mathbb{T}^2 \times I$, $I = [0, \tau]$, de moyenne nulle en x,

$$|||u|||^2 = \sum_{m,n;m\neq 0} \int d\lambda \Big(\frac{1}{\tau} + |\lambda - m^3 + \frac{n^2}{m}|\Big)\Big(1 + \frac{|\lambda - m^3 + \frac{n^2}{m}|}{\frac{1}{\tau} + |m|^3}\Big)^{1/2} |\widehat{u}(m,n,\lambda)|^2.$$

(en fait on prend le minimum du membre droit pour tous les $\widehat{u}(m,n,\lambda)$ tels que, pour $(x,y,t) \in \mathbb{T}^2 \times I$

$$u(x,y,t) = \sum_{m,n;m\neq 0} \int d\lambda\, \widehat{u}(m,n,\lambda)\, e^{i(mx+ny+\lambda t)}).$$

Ce choix trivialise l'estimation sur la partie linéaire dans la formule de Duhamel. Pour compenser la perte de dérivée due au terme non linéaire $uu_x = \frac{1}{2}(u^2)_x$, Bourgain utilise une propriété arithmétique du symbole $m^3 - n^2/m$ $(m, n \in \mathbb{Z},\ m \neq 0)$. Plus précisément, si $m = m_1 + m_2$, $n = n_1 + n_2$ et $m, m_1, m_2 \neq 0$, alors

$$(m^3 - \frac{n^2}{m}) - (m_1^3 - \frac{n_1^2}{m_1}) - (m_2^3 - \frac{n_2^2}{m_2}) = \\ = \frac{1}{mm_1m_2}\big(3m^2m_1^2m_2^2 + (n_1m_2 - n_2m_1)^2\big),$$

ce qui implique, avec $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$

$$\max\{|\lambda - m^3 + \frac{n^2}{m}|, |\lambda_1 - m_1^3 + \frac{n_1^2}{m_1}|, |\lambda_2 - m_2^3 + \frac{n_2^2}{m_2}|\} > \frac{1}{2}|mm_1m_2|.$$

Cette estimation permet de récupérer le facteur m apparaissant dans le terme non linéaire. La fin de la preuve consiste à estimer le terme quadratique au moyen d'estimations de convolution L^2 très délicates et de manipulations fines de sommes d'exponentielles. C'est un véritable tour de force.

Le résultat final est le caractère localement bien posé du problème de Cauchy pour KPII dans $L^2(\mathbb{T}^2)$ (ce résultat s'étend à $L^2(\mathbb{R}^2)$ et se globalise grâce à la conservation de la norme L^2). Ces méthodes, appliquées par Bourgain à bien d'autres cas (par exemple à NLS périodique où il utilise aussi de la théorie analytique des nombres) ont déjà eu des retombées importantes : résolution du problème de Cauchy avec données mesures pour l'équation de KdV, construction de mesures invariantes par le flot de NLS.

Articles cités

Strongly exposed points in weakly compact convex sets in Banach spaces, Proc. AMS 58 (1976), 197–200.

La propriété de Radon-Nikodym, Publications Mathématiques de l'Université Pierre et Marie Curie, 36, 1979–80.

(avec F. Delbaen) A class of special $\mathcal{L}_\infty$ spaces, Acta Mathematica 145 (1980), 155–176.

(avec H. Rosenthal et G. Schechtman) An ordinal L_p-index for Banach spaces, with applications to complemented subspaces of L_p, Annals of Math. 114 (1981), 193–228.

A new class of $\mathcal{L}_1$ spaces, Israel J. of Math. 39 (1981), 113–126.

New classes of L_p spaces, LNM 889 (1981).

The non-isomorphism of H_1 spaces in one and several variables, Journal of Funct. Anal. 46 (1982), 45–57.

New Banach space properties of the disc algebra and H_∞, Acta Math. 152 (1984), 1–48.

Some remarks on Banach spaces in which martingale difference sequences are unconditional, Arkiv for Matematik 21 (1983), no. 2, 163–168.

Bilinear forms on H^∞ and bounded bianalytic functions, Transactions AMS 286 (1984), no. 1, 313–337.

The dimension conjecture for polydisc algebras. Israel J. of Math. 48 (1984), no. 4, 289–304.

Real isomorphic complex Banach spaces need not be complex isomorphic. Proceedings AMS 96 (1986), no. 2, 221–226.

On the L^p-bounds for maximal functions associated to convex bodies in $\mathbb{R}^n$. Israel J. of Math. 54 (1986), no. 3, 257–265.

A Szemeredi type theorem for sets of positive density in $\mathbb{R}^k$. Israel J. of Math. 54 (1986), no. 3, 307–316.

On high-dimensional maximal functions associated to convex bodies. American J. of Math. 108 (1986), no. 6, 1467–1476.

(avec V. Milman) New volume ratio properties for convex symmetric bodies in $\mathbb{R}^n$. Inventiones 88 (1987), no. 2, 319–340.

(avec L. Tzafriri) Invertibility of "large" submatrices with applications to the geometry of Banach spaces and harmonic analysis. Israel J. of Math. 57 (1987), no. 2, 137–224.

On the maximal ergodic theorem for certain subsets of the integers. Israel J. of Math. 61 (1988), no. 1, 39–72.

On the pointwise ergodic theorem on L^p for arithmetic sets. Israel J. of Math. 61 (1988), no. 1, 73–84.

On finite-dimensional homogeneous Banach spaces. Geometric aspects of functional analysis (1986/87), 232–238 Lecture Notes in Math. 1317.

Bounded orthogonal systems and the $\Lambda(p)$-set problem. Acta Math. 162 (1989), no. 3-4, 227–245.

(avec L. Tzafriri) On a problem of Kadison and Singer, Journal für die Reine und Ang. Math. 420 (1991), 1–43.

Besicovitch type maximal operators and applications to Fourier analysis. Geometric and Functional Analysis 1 (1991), no. 2, 147–187.

Fourier transform restriction phenomena for certain lattice subsets and applications to nonlinear evolution equations, Part I : Schrödinger equations; Part II : The KdV equation, Geom. Funct. Anal. 3 (1993), 107–156, 206–261.

Periodic nonlinear Schrödinger equations and invariant measures, Comm. Math. Phys. (à paraître).

Invariant measures for the 2 dimensional defocusing nonlinear Schrödinger equation, Comm. Math. Phys. (à paraître).

Dans la série

Panoramas et Synthèses

La Société Mathématique de France
vous propose :

BILLIARDS
Serge Tabachnikov

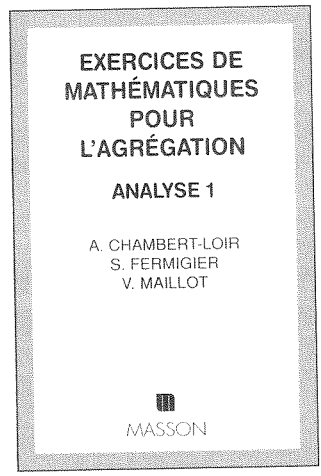
250 FF Prix public
150 FF Prix membre SMF
(ces prix s'entendent frais de port non compris)

S'adresser à la Maison de la SMF
B.P. 67, F-13274 Marseille cedex 09

ce volume sera disponible à partir du 1/03/95

Série Agrégation de mathématiques

Cette série a pour vocation de couvrir l'ensemble du programme de l'agrégation de mathématiques. Elle fournit à l'agrégatif un ouvrage de cours assorti de trois volumes d'exercices corrigés, en **algèbre** et **géométrie** d'une part, en **analyse** d'autre part. Deux ouvrages de préparation à l'oral du concours clôt cet ensemble.



EXERCICES DE MATHÉMATIQUES POUR L'AGRÉGATION
Analyse 1

A. Chambert-Loir, S. Fermigier, V. Maillot,
Anciens élèves de l'École normale supérieure, Agrégés de mathématiques

Premier tome d'une série de 3 livres d'exercices correspondant au cours de Vauthier-Prat paru dans la même série et couvrant le programme d'analyse de l'agrégation de mathématiques. Dans chacune des parties sont exposés : les théorèmes fondamentaux ; les exemples importants, présentant un intérêt mathématique propre ; les exemples et contre-exemples.
Au total, **118 exercices corrigés** permettant de se préparer aussi bien à l'écrit qu'à l'oral du concours.

*1995, 248 pages, 148F**

CONTENU : **Topologie** : Topologie générale - Topologie appliquée - Topologie du plan - Topologie de R^n - **Suites, séries** : Séries de Fourier - Analyse asymptotique - Systèmes dynamique discrets - Intégrations : Théorie de la mesure - **Analyse asymptotique** : Téhorèmes ergodiques - Equivalents d'intégrales - Inégalités - Calculs.

Dans la même collection

- **Mathématiques Générales pour l'agrégation**
  P. Tauvel - 1993, 412 pages, 255 F*

  Exercices de mathématiques pour l'agrégation
  Algèbre 1 - S. Francinou et H. Gianetta - 1994, 272 pages, 148 F*
  Algèbre 2 - P. Tauvel - 1994, 280 pages, 151 F*
  Algèbre 3 - J. Ruaud, A. Warusfel - 1995, à paraître
- **Cours d'analyse mathématique pour l'agrégation**
  J. Vauthier, J.-J. Prat, 1994, 208 pages, 151 F*

  Exercices de mathématiques pour l'agrégation
  Analyse 2 - A. Chambert-Loir, S. Fermigier, V. Maillot - 1995, à paraître
  Analyse 3 - 1996, à paraître
- **La leçon de géométrie à l'oral de l'agrégation**
  A. Avez - 1993, 224 pages, 169 F*

  La leçon d'analyse à l'oral
  A. Avez - 1995, à paraître

MASSON

120, bd St-Germain - 75006 Paris

* Prix public TTC au 01.01.95. Ouvrages en vente en librairie ou à la MLS - B.P. 36 - 41354 Vineuil Cedex

— MORDELL'S REVIEW, SIEGEL'S LETTER TO MORDELL, — DIOPHANTINE GEOMETRY, AND 20th CENTURY MATHEMATICS

Serge Lang

updated 12 november 1994

In 1962, I published Diophantine Geometry. Mordell reviewed this book [Mor 1964][1], and the review became famous. Immediately after the review appeared, in that same year, Siegel wrote a letter to Mordell to express his agreement with Mordell's review concerning the overall nature of the book, and to express more generally his negative reaction to trends in mathematics of the 1950's and 1960's. I learned of Siegel's letter to Mordell only in the seventies by hearsay, without knowing its precise content. At that time, in a letter dated 11 December 1975, I wrote to Siegel to tell him I got the message, and I sent a copy of my letter to many people. There was considerable gossip about Siegel's letter to Mordell, but I saw the letter for the first time only in March 1991, when I received from Michel Waldschmidt a copy which he made from the original in the Cambridge library of St John College.

Siegel's letter is a historical document of interest from many points of view. I would like to deal here with one of these points of view having to do with the relation between number theory and algebraic geometry, or what has come to be known as the number field case and the function field case. I shall document part of the 20th century history of the way these two cases have benefited from each other, and the extent to which both Mordell and Siegel failed to understand the accomplishments of the fifties and sixties in connection with them.[2] Siegel wrote to Mordell :

"Thank you for the copy of your review of Lang's book. When I first saw this book, about a year ago, I was disgusted with the way in which my own contributions to the subject had been disfigured and made unintelligible. My feeling is very well expressed when you mention Rip van Winkle!

The whole style of the author contradicts the sense for simplicity and honesty which we admire in the works of the masters in number theory – Lagrange,

---

[1] I reproduced Mordell's review in toto as an appendix to the greatly expanded version Fundamentals of Diophantine Geometry [Lan 1983] because I wanted future generations to evaluate his position for themselves. I also reproduced my review of his book [Lan 1970], including a letter which I wrote to Mordell in 1966.

[2] For an account of results and conjectures in current diophantine geometry, much more systematic and complete than I can give here, as well as looking to the future rather than the past, see my book Number Theory III : Diophantine Geometry, Encyclopedia of Mathematics Vol. 60, Springer Verlag, 1991.

Göttingen, March 3, 1964

Dear Professor Mordell:

Thank you for the copy of your review of Lang's book. When I first saw this book, about a year ago, I was disgusted with the way in which my own contributions to the subject had been disfigured and made unintelligible. My feeling is very well expressed when you mention Rip van Winkle!

The whole style of the author contradicts the sense for simplicity and honesty which we admire in the works of the masters in number theory — Lagrange, Gauss or, on a smaller scale, Hardy, Landau. Just now Lang has published another book on algebraic numbers which, in my opinion, is still worse than the former one. I see a pig broken into a beautiful garden and rooting up all flowers and trees.

Unfortunately there are many "fellow-travelers" who have already disgraced a large part of algebra and function theory; however, until now, number theory had not been touched. These people remind me of the impudent behaviour of the national socialists who sang: "Wir werden weiter marschieren, bis alles in Scherben zerfällt!"

I am afraid that mathematics will perish before the end of this century if the present trend for senseless abstraction — I call it: Theory of the empty set — cannot be blocked up. Let us hope that your review may be helpful.

I still remember the nice time we had together during your visit in Göttingen.

With best wishes, also to Mrs. Mordell,

Carl Siegel

fac-similé de la lettre de Siegel à Mordell

Gauss, or on a smaller scale, Hardy, Landau. Just now Lang has published another book on algebraic numbers which, in my opinion, is still worse than the former one. I see a pig broken into a beautiful garden and rooting up all flowers and trees.

Unfortunately there are many "fellow-travelers" who have already disgraced a large part of algebra and function theory; however, until now, number theory had not been touched. These people remind me of the impudent behaviour of the national socialists who sang : "Wir werden weiter marschieren, bis alles in Scherben zerfällt ! "

I am afraid that mathematics will perish before the end of this century if the present trend for senseless abstraction – as I call it : theory of the empty set – cannot be blocked up. Let us hope that your review may be helpful..."

I shall also deal with some concrete instances of the more general problem mathematicians face in dealing with advances in mathematics which may pass them by.

1. From Dedekind-Weber to the Riemann Hypothesis in function fields over finite fields

The analogy between number fields and function fields has been realized since the latter part of the 19th century. Kronecker was already in some sense aware of some of its aspects. Dedekind originated a terminology in his study of number fields which he and Weber applied to function fields in one variable [Ded-W 1882]. Hensel-Landsberg then provided a first systematic book treatment of basic facts concerning these function fields [Hen-L 1902], using the Dedekind-Weber approach. Artin in his thesis [Art 1921] translated the Riemann hypothesis to the function field analogue (actually for quadratic fields). Several years later F. K. Schmidt treated general analytic number theory including the functional equation of the zeta function for function fields of arbitrary genus [Schm 1931]. However, Artin thought that the Riemann hypothesis in the function field case would be as difficult as in the classical case of the ordinary Riemann or Dedekind zeta function (he told me so around 1950). It was Hasse in 1934 and 1936 who pointed out the "key for the problem" in the function field case through the theory of correspondences, as Weil writes in [Wei 1940]. (Hasse also indicated another way through reduction mod p using complex multiplication in characteristic zero.) Hasse himself proved the Riemann hypothesis (Artin's conjecture) for curves of genus 1 [Has 1934], [Has 1936]. [3] Then Deuring pursued the

[3] In 1932-1933 Davenport and Hasse started collaborating on a classical paper concerning Gauss sums [Dav-H 1934]. Davenport had previously been concerned with Gauss sums, and he learned from Hasse the connection with the Riemann hypothesis in function fields as formulated by Artin. I find it appropriate to quote here a historical comment made by Halberstam, who edited Vol IV of Davenport's collected works, and states p. 1553 : "In fact, Davenport spent part of the academic session 1932-33 with Hasse in Marburg; he obviously learnt a great deal from Hasse (cf. [8], [18],

higher dimensional generalization of Hasse's theory of endomorphisms on elliptic curves and correspondences [Deu 1937], [Deu 1940], by showing that some results of Severi [Sev 1926] could be proved so that they applied in characteristic p, especially to curves over finite fields. Weil went much further than Hasse and Deuring in this direction. "Directly inspired" [Wei 1948a, p. 28] by works of Severi [Sev 1926] and Castelnuovo [Cas 1905], [Cas 1906], [Cas 1921], Weil developed a purely algebraic theory of correspondences and abelian varieties; and he formulated the positive definiteness of his trace (which he related to Castelnuovo's equivalence defect, see footnote 4), thus yielding the Riemann-Hypothesis in the function field case for curves of higher genus [Wei 1940], [Wei 1948a], [Wei 1948b].

Hasse also defined a zeta function for arbitrary varieties over number fields and conjectured its analytic continuation and functional equation. This point of view was promoted by Weil in the fifties. There was a serious problem of algebraic geometry even dealing with varieties of higher dimension over finite fields, let alone number fields, because as Weil conjectured, the analogue of the functional equation and Riemann hypothesis in this case would depend on finding algebraic analogues of homology groups (homology functors) satisfying the Lefschetz fixed point formula [Wei 1949].

In the forties and fifties several subjects in mathematics, including algebraic topology and algebraic geometry, systematically developed new foundations and internal results. Indeed, homological algebra developed first from algebraic topology, but soon saw its domain of applications extend to several other fields including algebraic geometry. This algebra was affectionately called "abstract nonsense" by Steenrod (with a quite different intent and meaning from Siegel's "senseless abstraction"). A large body of material, recognized to be fairly dry by some of its creators, had to be systematically worked out to provide appropriate background for more extensive applications. The dryness was unavoidable.

One also saw the simultaneous development of commutative algebra. One of its motivations was that in the context of algebraic geometry, a curve over a number field can be defined by equations whose coefficients lie in the ring of algebraic integers, and so can be viewed as a family of curves obtained by reducing mod p for all primes p, or even mod p^n for higher n so as to include infinitesimal properties. This case can be unified with the case of algebraic families of curves over an arbitrary field, including curves over the complex numbers. Furthermore, one wants to treat higher dimensional varieties in the same fashion, in an algebraic and analytic context. For the analytic context

[27]) - in later years he would say that he had not learnt nearly as much as he would have done if he had been 'less pig-headed' - and it seems that he in turn sharpened Hasse's interest in the arithmetical questions discussed above. ...According to Mordell, Hasse was led to his proof of (5) [RH in elliptic function fields] in response to a challenge from Davenport to produce a concrete application of abstract algebra."

one is led to work over power series rings, and more generally over complete local rings because of the presence of singularities and the infinitesimal aspects. One was also led to globalize from modules to sheaves, in a context involving both homological algebra and commutative algebra, thus leading to further abstractions.

These developments were a prelude to the subsequent conceptual unification of topology, complex differential geometry and algebraic geometry during the sixties, the seventies, and beyond. For such a unification to take place, it was necessary to develop not only a language, but an extensive theory containing very substantial results as well, starting with commutative algebra and merging into algebraic geometry. In the fifties and sixties, these developments appeared as "senseless abstractions" to some people, including Siegel, who writes as if these developments deal only with the "theory of the empty set". But it is precisely the insights of Grothendieck which led to an extension - including an abstraction - of algebraic geometry whereby he defined the cohomology functors algebraically; whereby he proved the Lefschetz formula [Gro 1964]; and whereby finally a decade later, Deligne finally proved the analogue of the Riemann hypothesis for varieties in the higher dimensional case [Del 1974]. Deligne also proved related applications, because in a Bourbaki seminar talk [Del 1969], he had previously shown how to reduce the Ramanujan-Petersson conjecture for eigenvalues of modular forms under Hecke operators to this Riemann hypothesis, in a direction first foreseen by Sato and also using some insights of Kuga-Shimura, to whom he refers at the begining of his Bourbaki seminar talk. A very short and clear account of the ideas, leading from a classical problem involving the partition function to the most advanced uses of Grothendieckian algebraic geometry, is given in the first two pages of [Del 1969].

2. Some implications

We now pause a moment to consider some implications of these great developments. As I wrote in my 1961 review of Grothendieck's Éléments de géometrie algébrique [Lan 1961] a decade before Deligne's applications of Grothendieckian geometry occurred : "The present work...is one of the major landmarks in the development of algebraic geometry...Before we go into a closer description of the contents of Chapter 0 and I [which were just appearing and prompted the review] it is necessary to say a few words explaining why the present treatise differs radically in its point of view from previous ones." I then mentioned four specific points like those already listed above : the need to deal with algebraic families of varieties, applications to number theory and reduction modulo a prime power, defining algebraically the functors from topology such as homology and homotopy, and the study of non-abelian coverings. I also emphasized throughout the importance and far reaching implications of Grothendieck's functorial point of view.

I ended my review as follows : "To conclude this review, I must make a remark intended to emphasize a point which might otherwise lead to misunderstanding. Some may ask : If Algebraic Geometry really consists of (at least) 13 Chapters, 2,000 pages [it turned out to be more like 10,000], all of commutative algebra, then why not just give up? The answer is obvious. On the one hand, to deal with special topics which may be of particular interest only portions of the whole work are necessary, and shortcuts can be taken to arrive faster to specific goals...But even more important, theorems and conjectures still get discovered and tested on special examples, for instance elliptic curves or cubic forms over the rational numbers. And to handle these, the mathematician needs no great machinery, just elbow grease and imagination to uncover their secrets. Thus as in the past, there is enough stuff lying around to fit everyone's taste. Those whose taste allow them to swallow the Elements, however, will be richly rewarded." Thus I did not see the developments of Grothendieck's algebraic geometry as incompatible with doing beautiful or deep mathematics with only a minimum of knowledge.

Five years later, when I wrote to Mordell the letter reproduced in [Lan 1970] and [Lan 1983], I continued to take such a balanced view. Since Mordell had written in his review : "When proof of an extension makes it exceedingly difficult to understand the simpler cases, it might sometimes be better if the generalizations were left in the journals" (see below for the context of this judgment), I replied :

"I see no reason why it should be prohibited to write very advanced monographs, presupposing substantial knowledge in some fields, and thus allowing certain expositions at a level which may be appreciated only by a few, but achieves a certain coherence which would not otherwise be possible.

"This of course does not preclude the writing of elementary monographs. For instance, I could rewrite Diophantine Geometry by working entirely on elliptic curves, and thus make the book understandable to any first year graduate student (not mentioning you)...) Both books would then coexist amicably, and neither would be better than the other. Each would achieve different ends. [In fact, I eventually wrote Elliptic Curves : Diophantine Analysis, Springer Verlag, 1978.]

"...When I write a standard text in Algebra, I attempt something very different from writing a book which for the first time gives a systematic point of view on the relations of diophantine equations and the advanced contexts of algebraic geometry. The purpose of the latter is to jazz things up as much as possible. The purpose of the former is to educate someone in the first steps which might eventually culminate in his knowing the jazz too, if his tastes allow him that path. And if his tastes don't, then my blessings to him also. This is known as aesthetic tolerance. But just as a composer of music (be it Bach or the Beatles), I have to take my responsibility as to what I consider to be beautiful and write my books accordingly, not just with the

intent of pleasing one segment of the population. Let pleasure then fall where it may."

Thus I advocated "aesthetic tolerance" - which is certainly absent from Siegel's letter, to say the least.

It is of course not only a matter of "taste" or "aesthetic tolerance". It may also have to do with one's natural limitations. For instance, I had my own limitations vis a vis Grothendieck's work (and other works). Having gone through Weil's Foundations right after my PhD, I myself was unable later to absorb completely Grothendieck's work, and I was unable to read much of that work, as well as some of its applications, such as those by Deligne [Del 1969], [Del 1974]. However, I did not put down Grothendieck's work. I admired it (as quoted above), and merely regretted my own limitations. I also could not read the Italian geometers myself and I needed van der Waerden and Weil as intermediaries in algebraicizing and modernizing italian geometry.[4]

3. Diophantine results over number fields and function fields

Next we consider diophantine questions over the rationals or over number fields. At the turn of the century, Poincaré defined the "rank" of the group of rational points on an elliptic curve over the rational numbers [Poi 1901]. By "rank" he actually meant something different from what we mean today. Roughly speaking, he meant the smallest number of generators of the set of rational points using the secant and tangent method to generate points. Poincaré wrote as if this rank is always finite. The finite generation was proved by Mordell [Mor 1921], and again Weil extended this result to abelian varieties over number fields using more algebraic geometry in his thesis at the end of that decade [Wei 1928]. The analytic parametrization of abelian varieties, and especially Jacobians of curves, was a convenient tool at the time, and for this particular application a complete algebraization of curves and their Jacobians was not yet needed.

At the purely algebraic level, the fifties saw a clarification of the Mordell-Weil theorem and its relations to the algebraic-geometric situation in the

[4] In my book on abelian varieties, I systematically gave Weil credit for his ability to make the contributions of Severi and Castelnuovo available in the postwar period of algebraic geometry, and to go beyond. In historical comments concerning Castelnuovo's equivalence defect, I even stated that Weil "was the first to recognize that Castelnuovo's theorem on the equivalence defect of correspondences on a curve could be expressed as a theorem on abelian varieties." Kani pointed out that this statement was wrong [Kan 1984]. Castelnuovo clearly established the relation between his equivalence defect and an intersection number on the Jacobian [Cas 1906] but I had never seen a reference to this paper in Weil. Furthermore, Castelnuovo showed that the equivalence defect occurs as the penultimate coefficient of the characteristic polynomial, the determinant of the pfaffian of the complex representation, as on pp. 536, 538 and 541, and that all these coefficients can be expressed as intersection numbers. I was not able to figure this out without Weil having algebraicized Castelnuovo's results, and Kani having pointed out the original reference to Castelnuovo.

function field case. The Artin-Whaples product formula of the forties [Ar-W 1945] was the number theoretic analogue of the geometric theorem that a rational function on a curve has the same number of zeros and poles (counting multiplicities), or in higher dimension that the degree in projective space of the divisor of a rational function is zero. I used this product formula as the basic axiom for the theory of heights in Diophantine Geometry, applicable simultaneously to the number field and function field case, in any dimension. Mordell complained that here "we have definitions which many other authors do not find necessary". However, varieties over number fields have their analogues in algebraic families of varieties over any field, especially over the complex numbers. Rational points have their analogues in sections of such families, and in fact are sections when the proper language and setting has been defined. The analogy has been interesting and fruitful not only because it has allowed techniques to go back and forth enriching the two cases, but because for instance in the study of algebraic surfaces, cases occur systematically when these varieties are generically fibered by curves of genus 1. One then wants to know which fibers have rational points, and how many. In case the generic fiber of an algebraic family is an abelian variety, the sections form a group, and Lang-Néron proved that this group is finitely generated modulo the subgroup of "constant" sections [La-Ne 1959], this being the function field analogue of the Mordell-Weil theorem. Furthermore, Severi long ago conjectured that the algebraic part of the first cohomology group, i.e. the group of divisors modulo algebraic equivalence, was finitely generated (Theorem of the Base), and he had the intuition that such a result was also analogous in some way to the Mordell-Weil theorem. Néron proved Severi's conjecture [Ner 1952], and Lang-Néron established an actual isomorphism between the Néron-Severi group of a variety, and a subgroup of the group of sections (modulo constant sections) of the Jacobian of the generic curve in some projective imbedding. These results of the fifties formed the backbone of my book Diophantine Geometry, but were viewed as "senseless abstraction...the theory of the empty set" by Siegel.

Using Weil's results, and his own results on diophantine approximations (Thue-Siegel theorem), Siegel proved that an affine curve of genus at least 1 over a number field has only a finite number of integral points [Sie 1929]. In [Lan 60] and in another part of Diophantine Geometry, I also showed how the Thue-Siegel-Schneider-Roth theorem and Siegel's theorem on integral points had analogues in the function field case. The interdependence between the number field case and the function field case lies not only in the analogy of results and methods applicable to both cases, but also in the fact that when, say, a curve depending on parameters defined by a family of equation $f_t(x, y) = 0$ has solutions in polynomials $x = x(t)$ and $y = y(t)$, such polynomials may have complex coefficients, or in a more arithmetic setting they may have ordinary integer coefficients. In the latter case, by specialization of the parameter t in integers, one obtains integral solutions of

the specialized equation. It is a problem to classify all surfaces which admit such a generic fibration by rational curves, over the complex numbers and over the ordinary integers. More generally, one can consider the case when x and y are integral affine algebraic functions rather than polynomials. In order to treat both the number field and function field case simultaneously, there developed a language and results which are now natural throughout the world. At the time, this language and results appeared unnatural or worse to some people. As Siegel wrote to Mordell : "The whole style of the author contradicts the sense for simplicity and honesty which we admire in the works of the masters of number theory".

In part of the proof of Roth's theorem, it is necessary to solve certain linear equations with upper bounds on the size of the solution. A lower bound on the number of solutions is required in the number field case, and a lower bound on the dimension of the space of solutions is required in the function field case. Classically, the Riemann-Roch theorem on curves provides the desired estimates in the function field case, and I drew the analogy explicitly with the number field case by an appropriate axiomatization, whereby I treated both cases simultaneously. But Mordell states in his review : "The author claims to follow Roth's proof. The reader might prefer to read this which requires only a knowledge of elementary algebra and then he need not be troubled with axioms which are very weak forms of the Riemann-Roch theorem." But drawing closer together various manifestations of what goes under the trade name of Riemann-Roch has been a very fruitful viewpoint over decades. Already in [Schm 1931] we see the Riemann-Roch theorem closely related to the functional equation of the zeta function in the function field case. In the thirties, Artin recognized the functional equation of the theta function as an analogue of Riemann-Roch in the number field case. Following the ideas in a course of Artin, Weissinger gave the connection between Riemann-Roch and the functional equation of L-functions in the function field case [Weis 1938]. Weil went further by giving an analogy of Riemann-Roch not only to the problem of counting lattice points in parallelotopes, but also by formulating an analogue for Cauchy's residue formula in the number field case [Wei 1939]. In my book on algebraic number theory, I emphasized the Riemann-Roch viewpoint in these ways. First I gave a formula for the number of lattice points in adelic parallelotopes, asymptotic with respect to the normalized volume; and second, I reproduced the formulation and proof of the functional equation for the zeta function and L-functions via the adelic method in Tate's thesis, especially the adelic Poisson summation formula having as corollary what was properly called by Tate a number theoretic Riemann-Roch theorem.[5] But Siegel found my book on algebraic numbers "still worse than the former one". Nevertheless, I shall

[5] Be it said in passing that the adelic method of Tate's thesis was to become standard in the treatment of analogous situations on linear algebraic groups.

continue below to describe the ever expanding extent to which the Riemann-Roch umbrella covers aspects of number theory and algebraic geometry.

Naturally, to deal simultaneously with the number field and function field case in diophantine geometry, I had to assume the basic language and results of algebraic geometry and abelian varieties. Mordell in his review of the book complained : "Let us note some of the concepts required in the chapter. There are a $K/k-$trace of A, a 'Theorem of Chow, Chow's Regularity Theorem, Chow Coordinates, compatibility of projections and specializations, blowing up a point, Albanese Variety, Picard variety, Jacobian of a curve, Chow's theory of the $k(u)/k-$trace. When proof of an extension makes it exceedingly difficult to understand the simpler cases, it might sometimes be better if the generalizations were left in the Journals." I ask : exceedingly difficult to whom? Current readers and subsequent generations can evaluate for themselves Mordell's admonition to leave what he calls "generalizations" to the journals. But Mordell went on : "The reviewer was reminded of Rip Van Winkle, who went to sleep for a hundred years and woke up to a state of affairs and a civilization (and perhaps a language) completely different from that to which he had been accustomed." Siegel accepted the comparison with Rip Van Winkle when he wrote to Mordell : "My feeling is very well expressed when you mention Rip Van Winkle." In particular both Siegel and Mordell had difficulty understanding some basic notions of algebraic geometry as recalled above. But these notions were of course accepted without further ado by younger mathematicians and by other schools of mathematics and algebraic geometry, notably by the Russian school, whose contributions to diophantine geometry were to dominate the sixties and seventies, as we shall now indicate.

Mordell himself in [Mor 1922] had conjectured that a curve of genus at least 2 over the rational numbers has only a finite number of rational points. In [Lan 1960] and in Diophantine Geometry I translated this conjecture into the function field analogue, to the effect that for an algebraic family of such curves, there is only a finite number of sections unless the family is constant, in a suitable sense. Independently, Manin had already started his investigations of the Picard-Fuchs differential equations and their connections with algebraic families of curves, their Jacobians and their periods, via horizontal differentiation and the Gauss-Manin connection [Man 1958]. Manin put these two mathematical threads together by proving the function field analogue of the Mordell conjecture via his differential methods [Man 1963]. We note in passing that the function field analogue of Siegel's theorem on integral points is needed to complete that proof. (See [Col 1990].) Manin's work kindled various people's interests in various directions lying between algebraic geometry and the theory of algebraic differential equations. Furthermore in 1970-1971 Deligne proved the semisimplicity of the action of the monodromy group on the cohomology of a family of projective smooth varieties [Del 1972]. After Coleman [Col 1990] pointed out that Manin's

"theorem of the kernel" had not been completely proved, Deligne's theorem was applied by Chai to complete the proof, independently of the application to the Mordell conjecture in the function field case [Cha 1990]. Even more recently, Buium has pursued the application of differential algebra in this direction and he has obtained a substantial extension of results showing that the intersection of a curve with certain subsets of its Jacobian defined by algebraic differential conditions is finite [Bui 1992].

I learned of Manin's proof on a trip to Moscow in 1963, and I lectured on it at the Arbeitstagung in Bonn upon returning. Grauert was in the audience, and was then led to find another proof of the function field case of Mordell's conjecture [Gra 1965] (see among others the final remarks of the introduction to his paper). Grauert's method also involved horizontal differentiation, taking the derivative of a section into the projectivized tangent bundle. For the latest development of this method in a quantitative direction, see Vojta [Voj 1991]. Grauert's proof also worked in characteristic p, as pointed out by Samuel [Sam 1966]. For further insight in the problem in characteristic p, see Voloch [Vol 1990].

To this day, no one has seen how to translate Manin's or Grauert's proofs of Mordell's conjecture from the function field case to the number field case. However, in the early sixties, Shafarevich conjectured that over a number field, given a finite set of places, there exists only a finite number of isomorphism classes of curves of given genus at least 1 and having good reduction outside this finite set [Sha 1963]. In 1968, Parshin showed how Shafarevich's conjecture implied Mordell's conjecture [Par 1968], and he proved the analogue of Shafarevich's conjecture in the function field case (under an additional technical condition, later removed by Arakelov [Ara 1971]). Parshin's proof was based entirely on the intersection theory of surfaces, without making use of horizontal differentiation. This provided hope for an eventual translation to the number field case. As we have already mentioned, a curve over the ring of integers of a number field can be viewed as a family of curves obtained by reduction mod p for all primes p. In a fundamental paper, Arakelov showed how to complete such a family of curves over a number field by introducing the components at infinity, and by defining a new type of divisor class group taking the components at infinity into account [Ara 1974]. With this point of view, a curve over the ring of integers of a number field is called an arithmetic surface. Whereas the Artin-Whaples product formula had been the starting point for unifying the case of number fields and function fields in one variable, Arakelov theory laid the foundations for unifying intersection theory on arithmetic surfaces and the classical intersection theory, thus making Parshin's method more accessible to the number field case. [6]

[6] Parshin himself was quite aware of the historical context in which he was writing, and gives a very different perspective from Mordell and Siegel, as we find in the introduction of [Par 1968] : "Finally when $g > 1$, numerous examples provide a basis for Mordell's conjecture that in this

Arakelov defined intersection numbers at infinity as the values of Green's functions, and made extensive use of hermitian metrics on line bundles [Ara 1974]. His foundations could lead in several directions. In one direction, inspired by the basic idea of carrying out algebraic geometry with complete objects, including the components at infinity and the metrized line bundles, Faltings gave his proof of Mordell's conjecture a decade later [Fal 1983].[7] Be it noted that Faltings also depended on the full-fledged abstractions of contemporary algebraic geometry, for instance by using techniques of Raynaud [Ray 1974], reducing modulo a prime power (actually mod p^2), to bound the degrees of certain isogenies of abelian varieties.

We now come back to the Riemann-Roch theme. In the direction of algebraic geometry, the Italian algebraic geometers dealt classically with the Riemann-Roch theorem on algebraic surfaces. Hirzebruch in the early fifties gave an entirely new slant to the theorem by his formula expressing the (holomorphic-algebraic) Euler characteristic as a polynomial in the Chern classes, for non-singular projective varieties of arbitrary dimension [Hir 1956]. Thus Hirzebruch drew together algebraic geometry, topology, and complex differential geometry. Siegel did not appreciate Hirzebruch's mathematics any more than some other mathematics of the period. Indeed, Siegel was the

---

case $X(\mathbb{Q})$ is always finite. The one general result in line with this conjecture is the proof by Siegel that the number of integral points (i.e., points whose affine coordinates belong to the ring $\mathbb{Z}$ of integers) is finite. These results are also true for arbitrary fields of finite type over $\mathbb{Q}$. Fundamentally this is because the fields are global, i.e., there is a theory of divisors with a product formula, which makes it possible to construct a theory of the height of quasi-projective schemes of finite type over K. Lang's book [Diophantine Geometry] contains a description of that theory and its application to the proof of the Mordell and Siegel theorems. It appears that further progress in diophantine geometry involves a deeper use of the specific nature of the ground field. This is confirmed by Ju. I. Manin's proof of the functional analogue of Mordell's conjecture."

[7] In his thesis [Wei 1928] Weil refers explicitly to "Mordell's conjecture", and states that "it seems confirmed to some extent" by Siegel's theorem on the finiteness of integral points on curves of genus at least 1. In [Wei 1936] he makes a similar evaluation without reference to Mordell : "On the other hand, Siegel's theorem, for curves of genus > 1, is only the first step in the direction of the following statement : On every curve of genus > 1, there are only finitely many rational points." However, some forty years later, he inveighed against "conjectures", when he wrote [Wei 1974] : "For instance, the so-called 'Mordell conjecture' on Diophantine equations says that a curve of genus at least two with rational coefficients has at most finitely many rational points. It would be nice if this were so, and I would rather bet for it than against it. But it is no more than wishful thinking because there is not a shred of evidence for it, and also none against it." Finally in comments in his collected works made in 1979 (Vol. III, p. 454), he goes one better : "Nous sommes moins avancés à l'égard de la 'conjecture de Mordell'. Il s'agit là d'une question qu'un arithméticien ne peut guère manquer de se poser; on n'apperçoit d'ailleurs aucun motif sérieux de parier pour ou contre." First, concerning a "question which an arithmetician can hardly fail to raise", I would ask when? It's quite a different matter to raise the question in 1921, as did Mordell, or decades later. As for the statements in 1974 and 1979 that there is no "shred of evidence" or "motif sérieux" for Mordell's conjecture, they not only went against Weil's own evaluations in earlier decades, but they were made after Manin proved the function field analogue in 1963; after Grauert gave his other proof in 1965; after Parshin gave his other proof in 1968, while indicating that Mordell's conjecture follows from Shafarevich's conjecture (which Shafarevich himself had proved for curves of genus 1); at the same time that Arakelov theory was being developed and that Zarhin was working actively on the net of conjectures in those directions; and within four years of Faltings' proof.

principal factor causing the collapse of negotiations between Göttingen and Hirzebruch in the fifties, when Hirzebruch was in the process of returning to Germany after his stay in America. Furthermore, in 1960, there was an early attempt to create a Max Planck Institute to be headed by Hirzebruch. Siegel wrote negatively about Hirzebruch and his mathematics in this connection. [8]

Later in the fifties, Grothendieck vastly extended Hirzebruch's Riemann-Roch theorem partly by formulating it in such a way that it applies to families and partly by making the theorem more functorial [Bor-S 1957]. Still later, he further expanded the formulation of the theorem so that in particular, it applied over arbitrary Noetherian rings, and therefore could be used in the number theoretic context over the ring of algebraic integers of a number field [Gro 1971]. These extensions required the full fledged abstractions of algebraic geometry and algebraic topology which he had developed, including both the cohomology functors and the K-theory functors [Gro EGA], [Gro SGA]. An especially interesting application of Grothendieck Riemann-Roch was made by Mumford in his contributions to the theory of moduli spaces for curves and abelian varieties [Mum 1977].

Just before Faltings proved Mordell's conjecture, he developed Arakelov theory so far as to give an arithmetic version of the Riemann-Roch theorem on arithmetic surfaces [Fal 1984]. This version was vastly extended recently

[8] In June 1991 I wrote to the President of the Max Planck Society to ask for a copy of Siegel's letter so that one has primary sources on which to base factual historical reporting. I received a friendly answer and the letter was sent to me. Siegel wrote four and a half pages, discussing institutes in general, and giving his evaluation of Hirzebruch in particular, as follows : "Was den zum Schluss vorgeschlagenen Leiter des zu gründenden Institute betrifft, so habe ich auch darüber eine abweichende Meinung,.. Seine [Hirzebruchs] mathematischen Leistungen wurden allerdings damals auch hier ziemlich hoch bewertet, insbesondere wegen seiner Jugend. Jetzt erscheint es mir aber zweifelhaft, ob sich das von ihm bisher bearbeitete sehr abstrakte Gebiet weiter erschliessen und fruchtbar machen lässt, und ich halte es für möglich, ja sogar für wahrscheinlich, dass diese ganze Richtung sich schon in wenigen Jahren totlaufen wird. Nach den vorhergehenden Ausführungen möchte ich Ihre Fragen 1), 2), 3) und 5) mit Nein beantworten." As for others, according to a letter from Behnke to Hirzebruch dated 7 September 1960 : "Im übrigen liegen von Ihnen ausser von Siegel nur die glänzendsten Gutachten vor. Es gibt jetzt zwei Hauptbedenken : 1) Man darf Sie nicht aus dem Universitätsleben nehmen, weil die Lücke nicht zu ersetzen ist...2) Es würde nur die abstrakte Mathematik gepflegt..." Courant was among those who wrote along these lines : "Hirzebruch is sicherlich einer der allerbesten unter den Mathematikern der jüngeren Generation. Ich bin stets für ihn eingetreten und hege sehr freundschaftliche Gesinnungen für ihn. Er ist einer des besten Dozenten, die ich kenne. Nach meiner Meinung würde es ein schweres Unrecht an der Mathematik sein, ihn aus seiner produktiven Lehrtätigkeit herauszureissen. Ausserdem würde er als Hauptleiter des Max Planck Institutes die Präponderanz der abstrakten Richtung weithin sichtbar symbolisieren. Leistungen und Renommée würden dies in Moment wohl rechtfertigen. Aber, auch in Hirzebruchs eigenem Interesse, und sicherlich in dem der Wissenschaft rate ich dringend davon ab. Es ist nicht nötig, das Institut in einer solchen persönlichen Art zu organisieren, um den höchsten Grad der Wirksamkeit zu erreichen..." But Courant also added : "Meine Bemerkungen sind nicht sorgfältig ausgearbeitet. Sie brauchen nicht vertraulich behandelt zu werden..." Thus Courant also expressed himself with caution. Courant made his letter public at the time. Some letters to the Max Planck Society were unreservedly for the creation of the Institute, for instance van der Waerden's. After listing Hirzebruch's qualities in all directions (mathematical, personal, and administrative), he asks : "Was will man mehr? " For more on the history of the Max Planck Institute, see Schappacher [Scha 1985].

by Gillet-Soulé, for varieties of arbitrary dimension, putting together the Hirzebruch-Grothendieck Riemann-Roch theorems, the complex differential geometry inherent in the components at infinity, and also the theories of real partial differential equations most recently developed by Bismut, necessary to handle the analogues of Green's functions in the higher dimensional case [Gi-S 1990], [Gi-S 1991]. Thus comes a grand unification of several fields of mathematics, under the heading of the code-word Riemann-Roch. At the moment, a complete translation of Parshin's proof of Mordell's conjecture from the function field case has not yet taken place. It still requires a proof of an inequality conjectured by Parshin in the number field case, whose known analogue in the case of algebraic surfaces evolved from work of van de Ven, Bogomolov, Parshin, Miyaoka and Yau [Par 1989] (see also [Voj 1988], and for the latest in the function field case, [Tan 94]). Such an inequality is related to the so-called Noether formula in the theory of algebraic surfaces. It is known that such an inequality implies Fermat's theorem for all but a finite number of cases, which cases depending on how effectively the Parshin inequality can be proved.

The Riemann-Roch story in its arithmetic context does not end there. Vojta, in a major development, showed how to globalize and sheafify on curves of higher genus the basic ideas of the proof of Roth's theorem, in such a way that he found an entirely new proof of Mordell's conjecture (Faltings' theorem) [Voj 1990]. Be it noted that Vojta first gave his proof in the function field case, using intersection theory on surfaces [Voj 1989]. He then translated his proof to the number field case using the Arakelov type intersection theory and the newly found (asymptotic) arithmetic Riemann-Roch theorem of Gillet-Soulé. Although Bombieri subsequently simplified Vojta's proof by eliminating the Arakelov part [Bom 1990], he still used the classical Riemann-Roch theorem on surfaces. The use of Riemann-Roch in one form or another occurs at the same point in the pattern of proof as in Roth's theorem, but of course in the more sophisticated context of curves of higher genus and their products, rather than the projective or affine line. Vojta's idea and a heavy dose of algebraic geometry were then used by Faltings to prove a conjecture of mine dating back to [Lan 1960], concerning higher dimensional diophantine analogues for subvarieties of abelian varieties [Fal 1990]. Neither Vojta, Bombieri nor Faltings has shown that he is "troubled" about using Riemann-Roch theorems, and major breakthroughs have thus been made by expanding the perspectives on old problems, rather than by narrowing the viewpoint to "simpler cases".

Thus we see that since the translation of the Riemann hypothesis in the twenties and the very first translations of the Mordell-Weil theorem from the number field case into the function field analogue in the fifties, there has been constant interaction between the number field case and the function field case. A number of subsequent results have been proved first in the function field case, using geometric intuition and methods from algebraic

geometry as well as differential geometry. In some, but not yet all cases, these proofs could then be translated back to the number field case, thus giving new results in number theory.

4. Further implications

Mordell and Siegel were great mathematicians, a fact which is made obvious once more by their great theorems cited repeatedly in this article. But their lack of vision and understanding at certain periods of their life obstructed the development of certain areas of mathematics in their own countries. Of course they did not have absolute power. In England, Atiyah could develop the Riemann-Roch theme in the topological and analytic direction for elliptic operators on vector bundles, for instance, but the direction of number theory in England was seriously affected by Mordell's obstructions. In Germany, Hirzebruch could create an independent center in Bonn, but Siegel did have an effect in Göttingen and some other places, although his influence has waned to the point where I don't see it explicitly any more.

In the Soviet Union and France, the obstructing influence of Mordell or Siegel in algebra and algebraic geometry was nil. The development of Grothendieck's school in France needs no further comment. In the Soviet Union, one sees the absence of obstructing influence in the existence of the school of algebraic geometry created by Shafarevich. One also sees the absence of obstructing influence in concrete instances, such as the introductions to Manin's and Parshin's papers [Man 1963] and [Par 1968] (as mentioned in footnote 5). Furthermore, for the Russian translation of Fundamentals of Diophantine Geometry, I was asked if it was OK with me to omit the appendices consisting of Mordell's review and my review of his book, and to replace them with an appendix by Parshin and Zarhin describing previous work of theirs on a net of conjectures (Mordell-Shafarevich-Tate), as well as the latest developments concerning Faltings' proof of these conjectures. I agreed without reservations.

In the United States, the influence is more complex to evaluate. Be it noted here only that as recently as December 1989, in the context of my continued activities concerning the non-election of Samuel P. Huntington to the National Academy of Sciences, MacLane wrote me a letter commenting in part on my own 1986 election to the NAS : "I welcomed your election to the NAS. But please observe that if some social scientist had then known and used Mordell's famous comments on your Diophantine book plus the silly mistakes in the last chapter of your Differential Manifolds plus...you too would have been soundly defeated on the floor of the Academy."

Mordell used to pull out Siegel's letter from his wallet to show people, to my knowledge without receiving comments that both his and Siegel's attitudes

were parochial and blind (if not worse).[9]

Thus some members of the mathematical community behaved with "collegiality" and bowed to authority, in the face of claims such as those quoted at the beginning of this article.

Those members of the mathematical community who did not stand up to Mordell and Siegel are not entirely blameless for the obstructing influence of Mordell's review and Siegel's letter, such as it was.

Bibliography

[Ara 1971] S. J. ARAKELOV, Families of algebraic curves with fixed degeneracies, Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. 35 (1971) pp. 1269-1293; translation Math USSR Izv. 5 (1971) pp. 1277-1302

[Ara 1974] S. J. ARAKELOV, Intersection theory of divisors on an arithmetic surface, Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. 38 No. 6 (1974) pp. 1179-1192; translation Math. USSR Izv. 8 No. 6 (1974) pp. 1167-1180

[Art 1921] E. ARTIN, Quadratische Körper im Gebiete der höheren Kongruenzen, I and II, Math. Zeit. 19 (1924) pp. 153-246

[Ar-W 1945] E. ARTIN and G. WHAPLES, Axiomatic characterization of fields by the product formula for valuations, Bull. AMS 51 (1945) pp. 469-492

[Bom 1990] E. BOMBIERI, The Mordell conjecture revisited, Annali Scuola superiore di Pisa, (1991) pp. 615-640

[Bor-S 1957] E. BOREL and J. P. SERRE, Le théorème de Riemann-Roch, Bull. Soc. Math. France 86 (1958) pp. 97-136

[Bui 1992] A. BUIUM, Intersections in jet spaces and a conjecture of S. Lang, Ann. of Math. 136 (1992) pp. 557-567

[Cas 1905] G. CASTELNUOVO, Sugli integrali semplici appartenenti ad una superficie irregolare, Rend. Acad. Lincei (5) 14 (1905) pp. 545-556, 593-598, 655-663

[Cas 1906] G. CASTELNUOVO, Sulle serie algebriche di gruppi di punti appartenenti ad una curva algebrica, Rend. Acad. Lincei (5) 15 (1906) pp. 337-344

[Cas 1921] G. CASTELNUUVO, Sulle funzione abeliane : I. Le funzioni intermediarie II. La geometria sulle varietà abeliane III. Le varietà di Jacobi IV. Applicazioni alle serie algebriche di gruppi sopra una curva, Rend. Accad. Lincei (5) 30 (1921) pp. 50-55, 99-103, 195-200, 355-359. See also the review by Krazer in Jahrbuch für die Fortschritte der Mathematik (1921) p. 445

[9] For instance, Mostow remembers distinctly Mordell showing Siegel's letter about me to those members of the math department at Yale in the sixties, when they were at dinner at the local restaurant Mori's. An instructor at Yale today, Jay Jorgenson, heard gossip about this letter when he was a freshman at the University of Minnesota several years ago. An official of the National Science Foundation was shown the letter by Mordell some 25 years ago in Washington. And so it goes on and on.

[Cha 1990] C. L. CHAI, A note on Manin's theorem of the kernel, Am. J. Math. 113 (1991) pp. 387-389

[Col 1990] R. COLEMAN, Manin's proof of the Mordell conjecture over function fields, Enseignement Mathématique 36 (1990) pp. 393-427

[Dav-H 1934] H. DAVENPORT and H. HASSE, Die Nullstellen der Kongruenzzetafunktionen in gewissen zyklischen Fällen, J. reine angew. Math. 172 (1934) pp. 151-182

[Ded-W 1882] R. DEDEKIND and H. WEBER, Theorie der algebraischen Funkionen einer Veränderlichen, J. reine angew. Math. 92 (1882) pp. 181-290

[Del 1969] P. DELIGNE, Formes modulaires et représentations l-adiques, Séminaire Bourbaki No. 355, 34, February 1969

[Del 1970] P. DELIGNE, Équations différentielles à points singuliers réguliers, Springer Lecture Notes 163 (1970)

[Del 1972] P. DELIGNE, Théorie de Hodge II, Pub. Math. IHES 40 (1972) pp. 5-58

[Del 1974] P. DELIGNE, La conjecture de Weil, Pub. Math. IHES 43 (1974) pp. 273-307

[Del 1975] P. DELIGNE, Théorie de Hodge III, Pub. Math. IHES 44 (1975) pp. 5-77

[Deu 1937] M. DEURING, Arithmetischer Theorie der Korrespondenzen algebraischer Funktionenkörper I, J. reine angew. Math. 177 (1937) pp. 161-191; see also the review by H. L. Schmid in Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik (1937) p. 97

[Deu 1940] M. DEURING, Arithmetischer Theorie der Korrespondenzen algebraischer Functionenkörper II, J. reine angew. Math. 183 (1940) pp. 25-36

[Fal 1983] G. FALTINGS, Endlichkeitssätze für abelsche Varietäten über Zahlkörpern, Invent. Math. 73 (1983) pp. 349-366

[Fal 1984] G. FALTINGS, Calculus on arithmetic surfaces, Ann. Math. 119 (1984) pp. 387-424

[Fal 1990] G. FALTINGS, Diophantine approximations on abelian varieties, Annals of Math. 2, 133, (1991)

[Gi-S 1990a] H. GILLET and C. SOULÉ, Arithmetic intersection theory, Pub. IHES 72 (1990) pp. 93-174

[Gi-S 1990b] H. GILLET and C. SOULÉ, Characteristic classes for algebraic vector bundles with hermitian metrics I and II, Ann. Math. 131 (1990) pp. 163-203 and pp. 205-238

[Gi-S 1991] H. GILLET and C. SOULÉ, Analytic torsion and the arithmetic Todd genus, Topology 30 No. 1 (1991) pp. 21-54

[Gi-S 1992] H. GILLET and C. SOULÉ, An arithmetic Riemmann-Roch Theorem, Invent. Math. 110 (1992) pp. 473-543

[Gra 1965] H. GRAUERT, Mordell's Vermutung über rational Punkte auf algebraischen Kurven und Funktionenkörper, Pub. IHES 25 (1965) pp. 131-149

[Gro 1964] A. GROTHENDIECK, Formule de Lefschetz et rationalité des fonctions L, Séminaire Bourbaki 279 (1964)

[Gro EGA] A. GROTHENDIECK, Éléments de géometrie algébrique, Pub. Math. IHES 4, 8, 11, 17, 20, 24, 28, 32 (1961-1967)

[Gro SGA] A. GROTHENDIECK et al. Séminaire de géometrie algébrique, Springer Lecture Notes 151, 152, 153, 224, 225, 269, 270, 288, 305, 340, 569 (1960-1974)

[Gro 1971] A. GROTHENDIECK, with P. BERTHELOT, L. ILLUSIE et al. : Théorie des intersections et théorème de Riemann-Roch, SGA 6, Springer Lecture Notes 225 (1971) [Note : The seminar SGA 6 was actually held in 1966-1967, but it took a while to get published.]

[Has 1934] H. HASSE, Abstrakte Begrundung der Komplexen Multiplikation und Riemannsche Vermutung in Funktionenkörpern, Abh. Math. Sem. Hamburg 10 (1934) pp. 325-348

[Has 1936] H. HASSE, Zur Theorie der abstrakten elliptischen Functionenkörper I, II, III, J. reine angew. Math. 175 (1936)

[Hen-L 1902] K. HENSEL and G. LANDSBERG, Theorie der algebraischen Funktionen einer Variablen und ihre Anwendung auf algebraische Kurven und Abelsche Integrale, Leipzig 1902

[Hir 1956] F. HIRZEBRUCH, Neue topologische Methoden in der algebraischen Geometrie, Ergebnisse der Mathematik, Springer Verlag, 1956; translated and expanded to the English edition, Topological methods in algebraic geometry, Grundlehren der Mathematik, Springer-Verlag 1966

[Kan 1984] E. KANI, On Castelnuovo's equivalence defect, J. reine angew. Math. 352 (1984) pp. 24-70

[Lan 1960] S. LANG, Integral points on curves, Pub. Math. IHES 6 (1960) pp. 27-43

[Lan 1961] S. LANG, Review of Grothendieck's Éléments de géometrie algébrique, Bull. AMS. 67 (1961) pp. 239-246

[Lan 1970] S. LANG, Review of Mordell's Diophantine Equations. Bull. AMS 76 (1970) pp. 1230-1234

[Lan 1983] S. LANG, Fundamentals of Diophantine Geometry, Springer Verlag, 1983

[La-N 1959] S. LANG and A. NÉRON, Rational points on abelian varieties over function fields, Amer. J. Math. 81 (1959) pp. 95-118

[Man 1958] J. MANIN, Algebraic curves over fields with differentiation, Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. 22 (1958) ppl 373-756

[Man 1963] J. MANIN, Rational points of algebraic curves over function fields, Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. 27 (1963) pp. 1395-1440; AMS Translation 37 (1966)

pp. 189-234

[Mor 1922] L. J. MORDELL, On the rational solutions of the indeterminate equation of the third and fourth degrees, Proc. Cambridge Philos. Soc. 21 (1922) pp. 179-192

[Mor 1964] L. J. MORDELL, Review of Lang's Diophantine Geometry, Bull. AMS 70 (1964) pp. 491-498

[Mum 1977] D. MUMFORD, Stability of projective varieties, Enseignement Mathématique XXIII fasc. 1-2 (1977), pp. 39-110. See Theorem 5.10.

[Ner 1952] A. NÉRON, Problèmes arithmétiques et géometriques rattachés à la notion de rang d'une courbe algébrique dans un corps, Bull. Soc. Math. France 80 (1952) pp. 101-106

[Par 1968] A. N. PARSHIN, Algebraic curves over function fields, Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. 32 (1968); translation Math. USSR Izv. 2 (1968) pp. 1145-1170

[Par 1989] A. N. PARSHIN, On the application of ramified coverings to the theory of Diophantine Geometry, Math. Sbornik 180 No. 2 (1989) pp. 244-259

[Poi 1901] H. POINCARÉ, Sur les propriétés arithmétiques des courbes algébriques, J. de Liouville (V) 7 (1901) pp. 161-233

[Ray 1974] M. RAYNAUD, Schémas en groupes de type (p,p,...,p), Bull. Soc. Math. France 102 (1974) pp. 241-280

[Sa 1966] P. SAMUEL, Compléments à un article de Hans Grauert sur la conjecture de Mordell, Pub. Math. IHES 29 (1966) pp. 55-62

[Scha 1985] N. SCHAPPACHER, Max Planck Institut für Mathematik - Historical Notes on the New Research Institute at Bonn, Math. Intelligencer Vol. 7 No. 2 (1985) pp. 41-52

[Schm 1931] F. K. SCHMIDT, Analytische Zahlentheorie in Körpern der Charakteristik p, Math. Zeit. 33 (1931) pp. 1-32

[Sev 1926] F. SEVERI, Trattato di geometria algebrica, Vol. I, Parte 1 (1926)

[Sha 1963] I. SHAFAREVICH, Algebraic number fields, Proc. Inter. Congress Math. Stockholm (1963); AMS translation (2) 31 (1963) pp. 25-39

[Sie 1929] C. L. SIEGEL, Über einige Anwendungen Diophantischer Approximationen, Abh. Preuss. Akad. Wiss. Phys. Math. Kl. (1929) pp. 41-69

[Tan 94] S.-L. TAN, Height inequality of algebraic points on curves over function fields, preprint, Max Planck Institut, to appear, J. reine angew. Math.

[Voj 1988] P. VOJTA, Diophantine inequalities and Arakelov theory, appendix in Lang : Introduction to Arakelov Theory, Springer Verlag (1988) pp. 155-178

[Voj 1989] P. VOJTA, Mordell's conjecture over function fields, Invent. Math. 98 (1989) pp. 115-138

[Voj 1990] P. VOJTA, Siegel's theorem in the compact case, Ann. of Math. 133 (1991) pp. 509-548

[Voj 1991] P. VOJTA, On algebraic points on curves, Compositio Math. 789 (1991) pp. 29-36

[Vol 1990] J. VOLOCH, On the conjectures of Mordell and Lang in positive characteristic, Invent. Math. 104 (1991) pp. 643-646

[Wei 1928] A. WEIL, L'arithmétique sur les courbes algébriques, Acta Math. 52 (1928) pp. 281-315

[Wei 1936] A. WEIL, Arithmetic on algebraic varieties, Uspekhi Mat. Nauk 3 (1936) pp. 101-112; see also Collected Papers Vol. I [1936b], p. 126

[Wei 1939] A. WEIL, Sur l'analogie entre les corps de nombres algébriques et les corps de fonctions algébriques, Revue Scient. 77 (1939) pp. 104-106

[Wei 1940] A. WEIL, Sur les fonctions algébriques à corps de constantes fini, C.R. Acad. Sci. Paris 210 (1940) pp. 592-594

[Wei 1948a] A. WEIL, Sur les courbes algébriques et les variétés qui s'en déduisent, Hermann, Paris 1948

[Wei 1948b] A. WEIL, Variétés abéliennes et courbes algébriques, Hermann, Paris 1948

[Wei 1949] A. WEIL, Number of solutions of equations in finite fields, Bull. AMS 55 (1949) pp. 497-508

[Wei 1974] A. WEIL, Two lectures on number theory, past and present, Collected Papers [1974a] p. 294

[Weis 1938] J. WEISSINGER, Theorie der Divisorenkongruenzen, Abh. Math. Sem. Hamburg 12 (1938) pp. 115-126

RECTIFICATIF

André Chervel nous prie d'informer nos lecteurs que les copies des épreuves d'agrégation de Baire et Dulac, reproduites dans la gazette numéro 60, sont des documents fournis par l'Institut National de Recherche Pédagogique. Cet insitut dépend du ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche; nous avions omis malencontreusement de remercier cette institution.

DÉBATS

FAIRE CONNAÎTRE LES MATHÉMATIQUES

Bernard BEAUZAMY

Une majorité de mathématiciens, en France et dans le monde, s'accordent, me semble-t-il, pour penser que notre discipline est mal perçue du public, des décideurs, et même des jeunes. Chacun de nous a entendu, y compris dans la bouche d'un interlocuteur cultivé, des phrases du genre "Ne sait-on pas tout en maths ? ", "à quoi sert la recherche ? ".

Je ne chercherai pas à commenter ici les raisons de cette perception inexacte ; je me contenterai de dire qu'elle affecte la recherche fondamentale en général, et je renverrai le lecteur à l'article de M. Paul Germain [1] pour une possible explication.

Ce que j'aimerais analyser ici, c'est l'attitude de la communauté mathématique, prise collectivement, devant ce problème de "communication" (ou de vulgarisation, ou de publicité : chacun y mettra la nuance qu'il voudra). Cette attitude est ambiguë, contradictoire : bien que le besoin en communication soit reconnu, on fustige ceux qui essaient de le satisfaire, en usant de la phrase classique "il cherche à se rendre important". De plus, l'ensemble de la communauté fait, de manière constante, une publicité importante et coûteuse, mais la fait mal, dans une direction et des termes inappropriés, si bien que l'effet est nul, sinon négatif.

L'I.C.M. s'est trouvé confronté à cette question depuis ses débuts (1987), de manière plus aiguë que toute autre équipe de recherche, puisque nous vivons exclusivement des prestations que nous traitons pour nos clients. Il est donc nécessaire

a) de trouver des clients qui aient besoin de mathématiques et le sachent,

b) de leur faire connaître que nous sommes à même d'y répondre.

Je ne prétends en aucune façon que nous nous tirions au mieux de cette double difficulté, mais l'analyse que nous en faisons diffère notablement de celle qui a cours d'habitude ; de surcroît elle est valable pour une équipe universitaire, tout aussi bien. Enfin, la principale difficulté que nous rencontrons est le fait que les utilisateurs ne sont pas conscients de leurs besoins en mathématiques. Si d'autres que nous contribuent à l'expliquer, ce sera bénéfice pour tout le monde : c'est la raison de cet article.

Il y a une confusion, assez profondément enracinée dans l'idéologie collective (et d'autant plus que l'on s'est soigneusement abstenu de tout débat là-dessus) entre publicité scientifique (notoriété personnelle, si vous voulez), et

publicité sociale. Ce que je vais essayer de démontrer, c'est que les deux sont nécessaires, mais qu'elles sont indépendantes (l'une n'implique pas l'autre) et qu'elles n'obéissent pas aux mêmes règles, aux mêmes contraintes : elle ne visent pas le même public. Au terme de cette démonstration, chacun saura, avec soulagement, pourquoi l'on n'a pas encore vu dans le ciel de Paris de dirigeable, genre "Zeppelin" avec "polynômes" d'un côté et "Beauzamy" de l'autre; par contre, il n'est pas impossible qu'on lise un jour le slogan "l'I.C.M. : les mathématiques dont vous avez besoin".

Redevenons sérieux, et, à titre d'exemple, prenons le cas de la société *Alcatel* : le premier groupe mondial de télécommunications, qui fait vivre 230 000 personnes. Il y a évidemment une très forte composante recherche (en ce domaine, les produits sont très vite dépassés), et même recherche fondamentale (laquelle est beaucoup plus proche des applications qu'on ne le croit généralement). *Alcatel* fait une très forte publicité sociale, évidemment nécessaire pour vendre les produits, mais très peu de publicité scientifique : peu de gens, par exemple, connaissent le nom du directeur de la recherche.

Aux antipodes, prenons le cas de l'équipe X (disons 40 personnes), de l'Université Y : ses membres publient, sont reconnus de leurs pairs, mais l'équipe est en conflit avec l'équipe voisine (querelle de postes), avec la présidence de l'Université (querelle de locaux) et elle est ignorée du reste de l'univers. Pourtant, elle fait une très forte publicité scientifique (publications, affiches de séminaires, colloques, etc), mais aucune publicité sociale. Cependant, elle croit en faire : elle organise chaque année, sur la conjecture de Hertzprung-le-Demeuré, un colloque international qui rassemble les meilleurs spécialistes du domaine (une quarantaine, voir plus haut). En particulier, vient régulièrement Bogdanov-Slivovitch, gloire suprême! , qui a démontré en 87 que la conjecture était presque vraie pour un sous-système presque dénombrable à mailles presque mesurables. C'est dire! L'équipe en question, en outre, fait bien les choses : elle édite une très belle affiche en quadrichromie, où le nom des conférenciers apparaît en grosses lettres, et l'envoie partout dans le monde.

Cette équipe, parfaitement honorable et qui se donne beaucoup de mal, vit pourtant moins bien qu'*Alcatel* (tout dépend des critères, bien sûr ...); en particulier, elle a souvent des difficultés de recrutement. Est-ce à dire que la solution de la conjecture d'Hertzprung est moins importante pour l'humanité que le développement du radio-téléphone? Je ne le crois pas : les deux sont utiles, avec des "constantes de temps" (laps de temps nécessaire à la réalisation du projet) qui ne sont pas fondamentalement différentes : cinq à dix ans pour les deux. Mais dans un cas on comprend pourquoi le programme est utile, dans l'autre personne n'a pris la peine de l'expliquer.

C'est que notre équipe-témoin (que personne ne se sente visé – "This does not concern anyone around here", comme dit mon ami Burkholder) commet, sans d'ailleurs le faire exprès, la faute que je dénonçais plus haut : elle

confond publicité scientifique et publicité sociale. Elle croit se faire connaître (mais de qui??) au travers d'un séminaire international, qui n'est qu'un sous-produit (d'ailleurs sur-évalué) de son activité scientifique, et en aucune façon une manifestation sociale : nous restons entre nous.

La qualité d'une oeuvre scientifique se mesure par les publications, les résultats : importance, nombre, impact, etc. Le système des publications n'est pas exempt de défauts, mais il me semble que, globalement, il fonctionne correctement, et je n'en vois pas d'autre à proposer. Chacun s'efforce de diffuser au mieux ses idées parmi ses collègues; c'est ce que j'appelle la publicité scientifique. Elle me paraît à la fois saine et nécessaire à la maturation des idées. C'est ainsi par exemple que j'envoie mes articles, avant publication, à un certain nombre de collègues (environ 120), qui émettent souvent des critiques dont je tiens compte avant la rédaction finale : c'est une forme de publicité.

L'organisation d'un séminaire est de la même veine : elle permet le débat d'idées. C'est une forme, elle aussi saine et nécessaire, de publicité scientifique. Considérée comme publicité sociale, elle est au contraire à la fois malsaine et inadéquate. Elle est malsaine, parce que certaines équipes tendent à l'utiliser comme succédané de la véritable activité scientifique; elle est inadéquate car elle ne résout pas le problème de communication dont je parlais plus haut. Une équipe qui y a recours a tout simplement envie de convaincre les autres équipes "voyez comme nous sommes actifs! " D'où cette inflation d'affiches que les groupes s'envoient les uns aux autres. Dans mon optique, un séminaire est un simple sous-produit de notre travail, il ne mérite aucune publicité particulière; une simple annonce dans les "Notices AMS" ou l'"Officiel des Mathématiques" doit suffire.

Pour en faire râler plus d'un –il n'est pas de petit plaisir– je dirai que mon propre séminaire se réunit en un lieu secret, à des dates que je ne dévoilerai pas, et sur un sujet qui ne regarde que nous. Ceux qui sont intéressés par nos résultats peuvent les lire dans les revues où ils sont publiés; les autres peuvent se faire peindre en bleu : voilà le cadre d'une publicité scientifique bien comprise!

La publicité sociale, que presque personne ne fait correctement, est en revanche ressentie par nous comme une nécessité, pour les raisons que j'ai dites plus haut. Mais ce qui est en cause ici, ce n'est pas la qualité, réelle ou supposée, de MES propres résultats (et j'ai dit plus haut le cas que je faisais du jugement de mes collègues), c'est le service que les mathématiques en général –et celles de l'I.C.M. en particulier– peuvent rendre aux utilisateurs, ce qui n'est pas du tout la même chose! Nos résultats (ceux de mes collaborateurs et les miens) peuvent effectivement apparaître, sous la forme : "nous avons résolu la question que X nous avait posée", exactement comme *Alcatel* dit "nous avons déjà construit n centraux téléphoniques, confiez-nous le $n+1$ ème". Mais même sous cette forme, ce n'est pas une publicité

scientifique : la question posée pouvait être triviale, et le résultat déjà connu. Simplement, X avait posé une question ; nous avons apporté la réponse. Point final.

La publicité sociale que nous faisons –et que nous nous efforçons de faire de notre mieux– s'exerce dans deux directions : les utilisateurs (conscients ou potentiels) des mathématiques, à qui nous expliquons en quoi les mathématiques peuvent leur être utiles, et les jeunes, qui sont très peu informés du contenu et des débouchés de la profession de mathématicien. Ces préoccupations peuvent parfaitement être partagées par des équipes universitaires. Cela voudra dire : expliquer à un large public ce que fait l'équipe, et chercher à y attirer des jeunes. Bien des moyens peuvent être employés : conférences "grand public", articles dans la presse, journées "portes ouvertes", expositions, etc. Par exemple, une exposition concernant les mathématiques a été réalisée par J.-M. Deshouillers à Bordeaux, il y a quelques années, grâce à un financement de la Région ; un autre l'a été par nos collègues allemands à la foire de Hanovre voici deux ans, mais, dans l'ensemble, de telles initiatives sont rares et, pis, comme je l'ai dit au début, elles sont peu encouragées. L'I.C.M. peut aider à la réalisation de telles manifestations, qui sont d'intérêt collectif.

Le problème de l'emploi des jeunes scientifiques est lié, quoiqu'il soit de nature un peu différente. Telle équipe parisienne organise un congrès de prestige, pour lequel elle obtient 400 KF de subventions, mais, en même temps, elle se plaint de ne plus accueillir de jeunes, faute de bourses et de postes. La réponse évidente est : réduire le congrès à 200 KF et, avec les autres 200 KF, offrir deux bourses. Il y a une difficulté en apparence : il est facile de récolter des subventions pour un congrès de prestige ; très difficile pour des bourses, fortement contingentées par les pouvoirs publics. Mais c'est la communauté qui, jusqu'ici, s'est souciée beaucoup plus des congrès de prestige que des bourses. Le jour où les priorités s'inverseront, les pouvoirs publics répondront aux désirs que nous formulerons : l'administration est au service des scientifiques, et non l'inverse. N'accusez plus le ciel !

[1] Paul Germain : Science, Technique, Industrie : Est-ce le désenchantement ? Nouvelle Revue d'Aéronautique et d'Astronautique, no 1, 1994.

PERTE TRAGIQUE OU BON DEBARRAS? LA DISPARITION IMMINENTE DES REVUES SAVANTES TRADITIONNELLES

Andrew M. ODLYZKO

AT&T Bell Laboratories, Murray Hill, N.J., U.S.A.

Le texte suivant est une version condensée (430 lignes en anglais) d'un texte plus élaboré (*) (2.830 lignes), qui lui comporte des données et des arguments supplémentaires pour étayer les thèses émises dans la première version. Celle-ci sera soumise prochainement pour publication aux Notices of the American Mathematical Society. Les commentaires sont les bienvenus et sont à adresser directement à l'auteur du présent texte : **(amo@research.att.com).**

I. Introduction

Les revues imprimées de façon traditionnelle font partie de l'horizon familier de tout chercheur scientifique. Elles ont été pendant longtemps le lien de communication priviligié et ont rendu à toute la communauté scientifique un service inestimable. Elles constituent cependant un support peu maniable bien que sophistiqué dans l'univers de l'imprimerie, le seul qui ait existé pendant plusieurs siècles pour la diffusion de masse des connaissances. La croissance de la littérature scientifique, de pair avec la puissance grandissante des outils électroniques sont en train de créer un besoin radical de changement. Le but de cet article est de donner une image assez large des pressions que nous subissons à l'heure actuelle pour changer nos habitudes et de montrer que les changements qui s'annoncent risquent d'être très brutaux.

On pense souvent que les changements se feront par paliers, avec l'avènement de quelques revues électroniques et une utilisation plus étendue du courrier électronique ou des techniques de rapatriement de fichiers ("ftp"), etc. Mon impression est que les changements seront bien plus radicaux. En fait, les revues savantes traditionnelles sont appelées à disparaître dans les dix ou les vingt prochaines années. Les produits électroniques qui viendront se substituer à ces revues seront bien différents des périodiques actuels, même s'ils porteront le même titre. Il y a des dangers évidents à prévoir dans ces changements discontinus, qui vont nous éloigner d'un système qui a si bien

(*) La version longue paraîtra dans le Intern. J. Human-Computer Studies (ancien Intern. J. Man-Machine Studies). Ce texte peut être obtenu par courrier électronique en envoyant le message suivant : "send tragic.loss.txt from att/math/odlyzko" (pour la version ascii) ou "send tragic.loss.long.ps from att/math/odlyzko" (pour la version PostScript) à l'adresse suivante : netlib@research.att.com.

servi jusqu'ici la communauté scientifique [Quinn]. Je suis pourtant convaincu que les systèmes futurs de communication offriront un bien meilleur service que les revues traditionnelles. Bien que la transition risque d'être pénible, on peut prévoir un gain substantiel dans l'efficacité du travail scientifique. Ce gain sera effectivement réalisé, si nous sommes bien conscients des buts à atteindre et si nous planifions l'évolution aussitôt que possible. De toute façon, nous n'avons pas grand choix, vu que les changements radicaux seront inévitables, quelles que soient nos préférences.

Les prévisions et les commentaires donnés dans cet article s'appliquent à la plupart des disciplines scientifiques. Cependant, je m'intéresserai principalement à ce qui va se passer en mathématiques, puisque c'est le sujet qui m'est le plus familier et que les données que j'ai pu obtenir sont celles que je connais le mieux. D'autres disciplines ont des besoins et des cultures différents et suivront probablement d'autres voies.

II. La croissance des publications

Les changements imminents dans les publications scientifiques sont causés par la confluence de deux tendances. L'une est l'explosion en taille de la littérature scientifique, l'autre l'arrivée massive de la technologie électronique.

Le nombre d'articles scientifiques publiés annuellement a doublé tous les 10-15 ans dans les deux derniers siècles [Price]. Ceci est vrai également pour les articles de mathématiques. En 1870 il y eut seulement 840 articles publiés en mathématiques. Aujourd'hui, à peu près 50.000 articles sont publiés chaque année. La croissance n'est pas constante, et une étude plus précise des statistiques montre qu'entre la fin de la seconde guerre mondiale et 1990, le nombre d'articles publiés a doublé tous les dix ans [MR]. Si la croissance s'est arrêtée récemment, on peut penser qu'on assiste seulement à l'une de ces pauses temporaires qui se sont déjà produites par le passé.

La croissance exponentielle des publications en mathématiques a des implications intéressantes. Si l'on additionne les nombres dans [MR] ou si simplement on extrapole à partir du nombre actuel d'approximativement 50.000 articles par an en prévoyant un doublement tous les dix ans, on arrive à la conclusion qu'à peu près un million d'articles de mathématiques ont été publiés depuis l'origine des temps! Ce qui est plus surprenant pour beaucoup de gens (mais qui n'est qu'une simple conséquence arithmétique du rapport de croissance) est que presque la moitié de ceux-ci ont été publiés dans les dix dernières années. Même si nous arrivons à limiter le rythme des publications à 50.000 articles par ans, la littérature mathématique aura doublé en taille dans un délai de vingt ans.

Les particularités de l'édition savante, bien différentes de celle des romans et des biographies, rendent sa croissance rapide difficile à maîtriser. Les articles de recherche sont écrits par des spécialistes, pour des spécialistes. De plus, les scientifiques ne reçoivent pas de rémunération directe pour leurs articles,

ils les donnent aux éditeurs dans le seul but de répandre l'information en direction d'autres scientifiques.

La publication des textes scientifiques ne subirait qu'une gêne mineure, non une crise profonde, si la taille de l'entreprise était assez petite. Si un département universitaire payait seulement $ 5000 par an pour ses revues, il pourrait sans dommage voir ses abonnements doubler en taille et en coût pendant plusieurs décades, avant qu'aucune mesure radicale ne soit nécessaire. Hélas, les bonnes bibliothèques de mathématiques dépensent plus de $ 100.000 par an juste pour les abonnements aux revues. De plus le coût en personnel et en espace de rangement est au moins le double de la somme précédente. Des budgets de cette importance sont aptes à être épluchés en vue d'éventuelles réductions.

III. Le progrès technologique

La multiplication par deux des articles scientifiques tous les dix ans correspond à un taux de croissance exponentiel de 7 % par an environ. C'est rapide, mais de loin pas aussi rapide que le taux de croissance du traitement et de la transmission de l'information. La vitesse des microprocesseurs double tous les dix-huit mois, ce qui correspond à un taux de croissance de 60 % par an. Des chiffres de croissance aussi spectaculaires valent également pour le stockage de l'information et sa transmission. Par exemple, les dépenses de l'organe central d'Internet, financé par la National Science Foundation, ont augmenté de 68 % durant la période 1988-91, mais la circulation des données s'est accrue, elle, par un facteur de 128 [MacKieV]. La raison qui me pousse à citer tous ces chiffres ainsi que ceux qui vont suivre est de montrer que les progrès en technologie ont rendu possible une transformation de l'édition scientifique d'une manière qu'on ne pouvait même pas envisager il y a quelques années.

Rappelons qu'à peu près 50.000 articles de mathématiques sont publiés chaque année. S'ils étaient tous composés en TeX, à raison de 50.000 bytes par article, ils exigeraient un stockage de 2,5 GB.

Or on peut acheter un disque magnétique de 9 GB pour environ $ 3.000. Pour l'archivage des articles, cependant, on peut utiliser d'autres technologies, comme les disques optiques. Un tel disque d'une capacité de 7 GB, sur lequel on peut écrire, coûtait naguère $ 200-300. Les bandes numérisées d'une capacité de 250 GB sont attendues sous peu. Par conséquent, le stockage électronique nécessaire pour la diffusion de la recherche mathématique est trivial avec la technologie d'aujourd'hui.

On peut conclure qu'il est déjà possible de stocker toutes les publications mathématiques actuelles pour un coût annuel bien inférieur au prix de l'abonnement d'une seule revue! Qu'en est-t-il des articles publiés dans les siècles précédents? Puisqu'il en existe un million, ceci exigerait une capacité de stockage de 50 GB, s'il avaient été composés en TeX. La conversion

des articles anciens en TeX semble improbable. En revanche, le stockage en bitmap de ces articles, comprimés avec les normes du fax d'aujourd'hui, exige moins de mille GB. C'est un chiffre élevé, mais requiert un support inférieur aux 150 grands disques optiques nécessaires actuellement. Par comparaison, Wal-Mart a une base de données de plus de mille GB, stockée sur disques magnétiques, et elle est consultée intensivement tout le temps.

On peut prévoir que dans une décennie on disposera d'ordinateurs personnels qui pourront stocker mille GB. Même avant cette date, les départements universitaires seront capables de se procurer des systèmes de stockage capables de stocker toute la littérature mathématique. Cette possibilité entraînera un changement dramatique dans notre façon d'opérer. Par exemple, si l'on peut faire apparaître n'importe quel article sur son écran, et si, après avoir décidé s'il est intéressant, on peut l'imprimer sur son imprimante à laser à côté de soi, a-t-on besoin d'une bibliothèque ?

Les réseaux de communication s'améliorent rapidement. La plupart des départements ont leurs machines connectées sur Ethernet opérant à presque 10 Mbs (millions de bits par seconde). De plus, presque toutes les universités ont maintenant accès à Internet, ce qui n'était pas le cas il y a quelques années. L'organe central d'Internet opère à 45 Mbs, et des prototypes avec des systèmes encore plus rapides sont déjà opérationnels. Pouvoir obtenir des films à la demande nécessitera une grande disponibilité de réseaux avec des vitesses de l'ordre de centaines de megabits par seconde. Si votre fournisseur local peut vous procurer le film de votre choix, à l'heure de votre choix, pour une somme inférieure à dix dollars (ce qui deviendra une nécessité, si le système veut être rentable), alors l'envoi de plus de 50 MB d'articles de recherche de votre spécialité de la dernière année coûtera quelques centimes. Les scientifiques peuvent ne pas aimer dépendre de systèmes, dont l'existence n'est due qu'à la demande pour les films classés X ; ils les utiliseront cependant lorsqu'ils seront disponibles.

Non seulement les capacités de stockage et de transmission de l'information ont augmenté, mais le logiciel est devenu beaucoup plus facile d'emploi. Les systèmes de composition informatique sont devenus si communs qu'il est rare de rencontrer encore un manuscrit qui soit tapé à l'aide d'une machine à écrire. De plus, les scientifiques tapent de plus en plus leurs propres articles. Cette tendance est partiellement due aux réductions du personnel de secrétariat, mais elle est encore accentuée par le désir des auteurs de composer leurs articles eux-mêmes, cherchant à garder ainsi un plus grand contrôle de leurs écrits et à obtenir une exécution plus rapide. Avec la technologie contemporaine, il est plus facile de faire les choses soi-même que de les expliquer à une autre personne.

Il y a deux siècles, il y avait un fossé énorme entre ce qu'un savant pouvait faire et ce que les éditeurs pouvaient proposer comme service. Un article imprimé était bien supérieur en lisibilité à tout manuscrit écrit à la main. Il était, de plus, meilleur marché de le produire que d'embaucher des scribes

pour faire des centaines de copies. Aujourd'hui, l'avantage financier des éditeurs a disparu, puisqu'il est bien moins cher d'envoyer des versions électroniques d'un article que de le faire imprimer par une revue. L'avantage de la qualité du produit existe encore pour la revue, mais cet avantage va bientôt disparaître.

IV. Les prépublications et les revues électroniques

Les progrès technologiques permettent une diffusion plus commode de l'information. En mathématiques et dans beaucoup d'autres disciplines, les prépublications sont déjà devenues l'outil de prédilection des experts pour communiquer entre eux leurs derniers résultats. L'électronique rend ce procédé encore plus aisé. Deux approches sont devenues habituelles : la première est pour les départements la mise en place de répertoires accessibles à tous, par l'intermédiaire d'un "ftp" anonyme, à partir desquels quiconque peut se procurer les dernières prépublications et s'en faire une copie; la seconde est l'utilisation des serveurs de prépublications, recevant les articles scientifiques et les classant dans une base de données. L'usage généralisé de ces méthodes a apporté un grand service aux scientifiques, mais c'est un procédé subversif au regard des publications traditionnelles. Si l'on peut obtenir une prépublication d'un article publié gratuitement, pourquoi devrait-on ou pourquoi sa bibliothèque devrait-elle payer la revue qui le fait paraître?

L'effet subversif d'une large distribution de prépublications va amener des changements dans les revues savantes traditionnelles. De plus, ces changements peuvent être très soudains. Par exemple, le serveur de prépublications que Paul Ginsparg a mis en place pour la physique théorique des hautes énergies est devenu le standard de diffusion de l'information dans cette discipline en moins d'une année. Depuis, cette méthode a été adoptée par d'autres disciplines. De tels changements spectaculaires sont fréquents dans les domaines de haute technologie (comme dans la montée irrésistible de la télécopie (le fax) ou le déclin catastrophique du gros ordinateur) et pourraient se produire dans l'édition des revues. A l'occasion d'une prochaine restriction budgétaire, on peut imaginer un doyen venant rendre visite à un département de mathématique et proposer le marché suivant : "Ou bien, vous vous désabonnez des revues-papier, ou bien, on vous retire un poste." Personne aujourd'hui ne prendrait au sérieux une telle proposition, puisque les revues nous sont encore indispensables, mais qu'en sera-t-il dans dix ans, une fois que les prépublications seront disponibles gratuitement? Le désabonnement risque d'être l'alternative choisie.

Les prépublications ont un statut à juste titre différent de la publication dans une revue, ayant reçu un arbitrage. Les nouvelles technologies, cependant, rendent possible la publication de revues électroniques entièrement gérées par les seuls scientifiques. Il est au moins aussi facile pour un secrétaire de rédaction de placer les manuscrits d'articles arbitrés dans un répertoire

publiquement accessible ou dans un serveur, que de faire la même chose pour ses propres prépublications. Le nombre de revues électroniques est limité, mais il augmente rapidement.

Je pense que l'édition scientifique va aller vers l'utilisation de moyens presque exclusivement électroniques pour diffuser l'information. Ceci résulte, d'une part, de la poussée économique obligeant à une maîtrise des coûts toujours croissants du présent système; d'autre part, à l'attirance irrésistible des nouvelles commodités offertes par l'édition électronique.

V. Le potentiel interactif des publications électroniques

Les revues traditionnelles ont fait partie si longtemps de notre univers de recherche, que nous n'avons pas toujours mesuré leur caractère inflexible. La plupart des revues mathématiques sont disponibles dans à peu près mille bibliothèques de recherche dans le monde. Même pour les scientifiques de ces institutions, l'accès aux revues exige un déplacement physique, souvent dans un autre bâtiment, et à certaines heures. Les revues électroniques seront, elles, accessibles à toute heure du jour et de la nuit suivant le bon plaisir du chercheur. Les recherches bibliographiques deviendront même beaucoup plus faciles. Pour les revues sans droits d'abonnement, l'accès sera possible à partir de n'importe quel endroit dans le monde.

Frank Quinn [Quinn] fait valoir que la fiabilité de la littérature mathématique oblige à être très prudent avant d'abandonner les revues-papier, de peur de voir apparaître des pratiques moins rigoureuses, très heuristiques, communes dans certaines disciplines. Il préconise de conserver une distinction très marquée entre la distribution des prépublications informelles et celle des publications arbitrées de façon formelle, même dans un format électronique. Je suis d'accord pour que les mathématiciens s'efforcent de préserver et de renforcer la fiabilité de la littérature mathématique.

Mon impression est, cependant, que les craintes de Quinn sont pour une bonne part hors de propos, et pourraient même servir d'excuse pour empêcher les mathématiciens et les autres scientifiques de développer de meilleures méthodes pour communiquer leurs résultats. Je pense que la meilleure solution est d'avoir un système intégré qui combine les annonces informelles du type annonce de résultats à l'aide de prépublications et la publication de véritables revues électroniques. Stefan Harnad a préconisé une telle solution [Harnad1] et a inventé les termes de publication aérienne savante ("scholarly skywriting") et de continuum de prépublication, pour désigner le procédé dans lequel les scientifiques font fusionner leurs communications informelles avec leurs publications formelles. Où je diffère avec Harnad est dans la forme que doit prendre l'arbitrage par des pairs des articles publiés. Alors que Harnad plaide pour une forme conventionnelle, je pense qu'un continuum de relecture adapté au principe du continuum des publications est plus approprié.

Je vais décrire le système que j'envisage, comme s'il était opérationnel sur une seule machine centralisée de base de données. J'adopte cette description par commodité seulement, car tout système opérant impliquera presque certainement plusieurs systèmes différents mais coordonnés. Je ne vais pas traiter de l'aspect logiciel du système, qui devrait englober les facilités de l'hypertexte, de sorte qu'un simple clic sur une référence ou un commentaire fera apparaître immédiatement sur l'écran l'article ou le commentaire souhaités.

Au niveau le plus bas des systèmes futurs, n'importe qui pourrait soumettre une prépublication au système. Il devrait y avoir un certain contrôle sur les articles qu'on soumet, mais ce sera probablement mineur. Des standard semblables à ceux qui sont utilisés pour les Abstracts of the American Mathematical Society feraient l'affaire, de sorte que des écrits démontrant que la terre est plate, ou que la relativité restreinte est une conspiration sioniste seraient écartés. En revanche, des écrits argumentant sur le fait que Bacon pourrait avoir écrit les pièces de Shakespeare seraient acceptés (puisqu'il y a des études statistiques intéressantes sur cette question). Il y aurait aussi des signatures et des datations numérisées pour authentifier les publications. Les règles précises régissant le système devraient être précisées peu à peu par l'usage. Par exemple, un trait du système pourrait être que tout article soumis ne puisse être retiré. Ceci aiderait à renforcer la qualité, dans la mesure où ceux qui envoient des articles mal préparés risqueraient d'avoir leurs erreurs rendues publiques et commentées.

Une fois une prépublication acceptée, elle serait à la disposition de tous. Ceux qui se sont abonnés au service spécial d'annonce des articles seraient notifiés dès qu'une publication dans leur domaine d'intérêt, repéré par mots-clés ou par une classification appropriée, parviendrait au système. Chacun serait invité à faire des commentaires (une fois de plus sujets à des restrictions mineures), qui seraient mis en appendice à l'article original. Il pourrait y avoir des commentaires anonymes, aussi bien que signés. L'auteur aurait la possibilité de soumettre des versions révisés de son article en réponse aux commentaires (ou en réponse à ses propres améliorations). Toutes les versions des articles, ainsi que tous les commentaires, resteraient en mémoire. Ce procédé pourrait continuer indéfiniment, même une centaine d'années après que l'article ait été soumis. L'auteur X, écrivant un article améliorant un résultat antérieur Y(123) d'un auteur Y, serait invité à soumettre un commentaire à Y(123). Même les auteurs qui feraient juste référence à Y(123) seraient encouragés à noter ce nouveau travail dans leurs commentaires sur Y(123). (Les logiciels accompliront une grande partie de cette tâche automatiquement.) De cette façon, un article de recherche serait un document vivant, évoluant avec l'addition de nouveaux commentaires et révisions. Ce procédé par lui-même servirait grandement à produire des résultats dignes de foi. Le plus important est qu'il fournirait une réponse immédiate aux auteurs. Bien que les commentaires non sollicités exigent

une bonne évaluation pour être vraiment utiles, et ne puissent jamais concurrencer la fiabilité des rapports d'arbitrage formels, ils seraient de toute façon mieux que rien du tout. Les scientifiques seraient libres de choisir leurs propres filtres pour le corpus de leurs prépublications et commentaires. Par exemple, certains pourraient décider de ne pas prendre en considération toute prépublication non arbitrée, qui n'aura pas retenu l'attention favorable d'au moins trois savants des Universités de la Ivy League.

Sur ce système presque totalement libre et incontrôlé on implanterait une structure de rédaction et d'arbitrage. Ceci serait absolument nécessaire pour traiter le cas de beaucoup d'articles soumis. Alors que les commentaires spontanés seraient probablement utiles pour décider de la nouveauté et de l'exactitude de beaucoup d'articles, ils seraient vraisemblablement insuffisants dans la plupart des cas. Il est nécessaire de s'assurer que toute la littérature sur laquelle les scientifiques se reposent reçoive un arbitrage uniforme (au moins en ce qui concerne l'exactitude). Il est aussi nécessaire que la charge imposée aux arbitres soit bien contrôlée pour éviter que le travail soit fait deux fois. Les deux tâches sont difficiles à accomplir avec un système aléatoire et non coordonné pour les commentaires. Il est indispensable d'avoir un procédé formel de relecture. On aura besoin de secrétaires de rédaction qui assureront un arbitrage adéquat. Les rédacteurs pourront être nommés par les sociétés savantes, ou se nommer eux-mêmes. (La nature auto-correctrice de la science se chargerait des médiocres, je suppose. Même aujourd'hui, des publications purement de prestige existent et, à ma connaissance, elles n'ont pas trop fait de dégâts.) Ces rédacteurs pourraient alors utiliser les commentaires qui se sont accumulés pour les aider à évaluer l'exactitude et l'importance des résultats soumis et pour choisir des arbitres officiels. (Après tout, qui est mieux qualifié pour arbitrer un article que la personne qui avait montré assez d'intérêt pour le regarder et commenter valablement sur lui? Il est habituellement facile de juger la connaissance d'une personne sur un sujet et la profondeur de sa lecture d'après ses seuls commentaires.) Les rapports d'arbitrage et les évaluations pourraient être ajoutés comme commentaires à l'article, mais seraient indiqués comme tels. De cette façon, quiconque voudrait se documenter en algèbre homologique, disons, et qui n'est pas familier avec le sujet, pourrait interroger la base en ne retenant que les articles qui ont été analysés par un expert reconnu ou un comité de rédaction confirmé. Comme aujourd'hui, il y aurait des articles de synthèse et d'exposition, qui pourraient être traités exactement comme les autres. Comme l'information s'accumule avec le temps, des analyses supplémentaires d'articles anciens pourraient être demandés, si nécessaire, pour résoudre certains désaccords.

La proposition ci-dessus pourrait se matérialiser dans les limites de la technologie et des facultés d'adaptation des hommes. Elle intégrerait les rôles joués par les auteurs, les lecteurs occasionnels et les arbitres officiels. Le système proposé permettrait aux pairs de mieux contribuer au travail

des scientifiques. Son principal avantage serait de fournir un continuum pour l'arbitrage des œuvres par les spécialistes, plus proche du continuum des publications vers lequel on va tendre.

VI. L'avenir des éditeurs, des revues et des bibliothèques

Il est impossible de prévoir la date de l'installation définitive du système décrit brièvement dans les paragraphes précédents, ni le temps qu'il faudra pour l'installer. Les facteurs sociologiques seront déterminants. La technologie nécessaire pour l'installation des systèmes futurs est ou bien déjà disponible, ou bien le sera dans quelques années. La vitesse avec laquelle cette technologie sera adoptée par les scientifiques dépendra de notre faculté d'abandonner les méthodes traditionnelles au profit d'un système supérieur mais nouveau. Par exemple, quel temps faudra-t-il aux commissions de recrutement et de promotion pour accepter les publications électroniques au même titre que les publications dans les revues traditionnelles?

Quel sera le rôle des éditeurs dans le système projeté? Les scientifiques peuvent faire tourner eux-mêmes les revues électroniques, sans aide financière, ni abonnement, en utilisant seulement la capacité de réserve des ordinateurs et des réseaux qui leur sont fournis comme outils de travail. C'est le modèle utilisé par la plupart des revues électroniques à l'heure actuelle. Il y a plus de travail pour les auteurs et les rédacteurs dans un tel système, que pour les autres revues traditionnelles, mais les progrès technologiques font décroître l'effort supplémentaire exigé. Le principal avantage d'un tel système est que la revue est disponible gratuitement, n'importe quand, n'importe où, dès qu'on peut être connecté à un réseau. Cependant la relecture et la remise en forme (par exemple grammaticale!) des articles, accomplies par les secrétaires de rédaction à l'heure actuelle, risquent de ne plus se faire avec autant de soin, ce qui deviendrait insupportable. Je pense que l'assistance technique de rédaction coûtera de toute façon bien moins chère que dans les revues imprimées, et que son coût pris en charge par les institutions des auteurs, dans lequel cas, les revues électroniques pourront être distribuées gratuitement. Sinon, des droits d'abonnement devront être perçus, et une restriction imposée à l'accès à l'information. Pour se mesurer avec succès avec la distribution gratuite des prépublications et de certaines revues, les nouvelles revues devront maintenir un prix d'abonnement peu élevé. Dans tous les cas, je pense que le nombre des éditeurs diminuera.

Les revues imprimées traditionnellement devront se transformer en publications électroniques ou disparaître. L'impression sur papier se limitera probablement à des usages temporaires, et l'archivage deviendra électronique.

Les analyses d'ouvrage joueront probablement un rôle de plus en plus important. Ils continueront à être écrits par des scientifiques et pourront être publiés dans des revues électroniques régulières. D'autre part, les courtes analyses bibliographiques, telles qu'elles apparaissent à l'heure actuelle dans Mathematical Reviews ou Zentralblatt, pourraient être remplacées par des

techniques de recherche informatisées, puisque la littérature entière sera disponible sur la station de chaque scientifique. Cela pourrait signifier la disparition de Mathematical Reviews et de Zentralblatt. Je pense, cependant, que ces revues sauront prendre le virage, mais devront changer. Elles sont suffisamment bon marché pour ne pas avoir besoin d'offrir de service supplémentaire pour justifier leurs prix. Il y aura toujours un besoin pour la classification des articles, pour s'assurer que tous les articles significatifs ont été analysés et pour garder trace de tous les changements dans les bases de données. Les revues d'analyses d'articles devront changer. Elles devront être accessibles électroniquement et feront probablement payer leurs services par une licence de site, donnant à tous les scientifiques de l'institution un accès illimité à la base de données. Elles fourniront beaucoup plus d'information courante qu'aujourd'hui, puisqu'il n'y aura pas de délais dans les publications. Les formats des analyses d'articles pourraient être bien différents de ceux utilisés aujourd'hui. La principale distinction sera probablement la présence de liens hypertextuels entre les analyses et les articles accompagnés de leurs commentaires. Combinées avec l'accès électronique immédiat aux matériaux primaires, les revues d'analyses d'articles auront toutes les fonctions d'une bibliothèque spécialisée d'aujourd'hui.

Qu'en sera-t-il des bibliothèques? Elles devront aussi réduire leur taille et changer leurs rôles. La transition vers le nouveau système sera probablement moins pénible pour elles que pour les éditeurs. Il y a beaucoup plus d'inertie dans le système des bibliothèques, avec ses vieilles collections qui devront être préservées, mais converties en format numérique. Finalement, nous n'aurons besoin que d'un nombre restreint de bibliothécaires assurant la classification des ouvrages. Si les revues d'analyses d'articles évoluent de la façon ici décrite, elles fourniront directement aux scientifiques tous les services traditionnellement dévolus aux bibliothèques. Avec un accès électronique immédiat à toute information dans un domaine donné, avec des outils mobiles et performants, des analyses et d'autres moyens, quelques douzaines de bibliothécaires et de scientifiques attachés à des revues d'analyses d'articles pourraient suffire pour faire le travail d'un millier de bibliothécaires.

Bibliographie

[AMSS] Survey of American research journals, Notices Amer. Math. Soc. 40 (1993), 1339-1344.

[APS] Report of the APS task force on electronic information systems, Bull. Amer. Phys. Soc. 36, no. 4 (April 1991), 1119-1151.

[Babai] L. Babai, E-mail and the unexpected power of interaction, pp. 30-44 in Proc. 5th IEEE Structures in Complexity Theory Conf., Barcelona 1990.

[DavoustS] E. Davoust and L. D. Schmadel, A study of the publishing activity of astronomers since 1969, Scientometrics 22 (1991), 9-39.

[Franks] J. Franks, The impact of electronic publication on scholarly journals, Notices Amer. Math. Soc. 40 (1993), 1200-1202.

[Ginsparg] P. Ginsparg, First steps towards electronic research communication, Proc. Gateways to Knowledge Conf., to appear.

[GroetschelLS] M. Groetschel, J. Luegger, and W. Sperber, Scientific publishing and electronic information at a turning point : A report on the situation from the point of view of mathematics, German original May 1993, English translation by Regine Fadiman of Math. Rev., Jan. 1994.

[Grycz] C. J. Grycz, ed., Economic Models for Networked Information, special issue of Serials Review, 18, no. 1-2 (1992).

[Hall] D. R. Hall, Rate of growth of literature in geoscience from computerized databases, Scientometrics 17 (1989), 15-38.

[Harnad1] S. Harnad, Scholarly skywriting and the prepublication continuum of scientific inquiry, Psychological Science 1 (1990), 342-343.
Reprinted in Current Contents 45 (November 11, 1991), 9-13.

[Harnad2] S. Harnad, Implementing peer review on the Net : Scientific quality control in scholarly electronic journals, Proc. Intern. Conf. on Refereed Electronic Journals : Towards a Consortium for Networked Publications, to appear. (Available via anonymous ftp, along with [Harnad1] and other related papers, from princeton.edu, in directory
pub/harnad/Harnad.)

[JaffeQ] A. Jaffe and F. Quinn, "Theoretical mathematics" : toward a cultural synthesis of mathematics and theoretical physics, Bull. Amer. Math. Soc. (NS) 29 (1993), 1-13.

[JaffeQ2] Responses to "Theoretical mathematics : toward a cultural synthesis of mathematics and theoretical physics," by M. Atiyah et al., and Response to comments by A. Jaffe and F. Quinn, Bull. Amer. Math. Soc. (NS) 30 (1994), 178-211.

[Lamport] L. Lamport, How to write a proof, Amer. Math. Monthly, to appear.

[Lancaster] F. W. Lancaster, "Toward Paperless Information Systems," Academic Press, 1978.

[Lederberg] J. S. Lederberg, Digital communications and the conduct of science : The new literacy, Proc. IEEE 66 (1978), 1314-1319.

[Licklider] J. C. R. Licklider, "Libraries of the Future," MIT Press, 1965.

[Loeb] D. Loeb, An Electronic Journal of Mathematics : Feasibility Report 5, electronically circulated manuscript, 1991.

[MacKieV] J. K. MacKie-Mason and H. R. Varian, Some Economics of the Internet, in "Networks, Infrastructure and the New Task for Regulation", W. Sichel, ed., to appear. (Available via gopher or ftp together with other related

papers from gopher.econ.lsa.umich.edu in /pub/Papers.)

[MR50] Mathematical Reviews, 50-th Anniversary Celebration, special issue, Jan. 1990.

[NyceK] "From Memex to Hypertext : Vannevar Bush and the Mind's Machine," J. M. Nyce and P. Kahn, eds., Academic Press, 1991.

[Price] D. J. Price, The exponential curve of science, Discovery 17 (1956), 240-243.

[Quinn] F. Quinn, Roadkill on the electronic highway? The threat to the mathematical literature, Notices Amer. Math. Soc., to appear.

[Rawlins] G. J. E. Rawlins, Publishing over the next decade, J. Amer. Soc. Information, 44 (1993), 474-.

[Samuels] Gary Samuels, CD-ROM's first big victim, Forbes, Feb. 28, 1994, pp. 42-44.

[Schaf1] A. C. Schaffner, Electronic journals in the sciences, Brandeis internal report, available from the author, schaffner@logos.cc.brandeis.edu.

[Schaf2] A. C. Schaffner, The future of scientific journals : Lessons from the past, to be published. Preprint available from the author, schaffner@logos.cc.brandeis.edu.

[Story] G. A. Story, L. O'Gorman, D. Fox, L. L. Schaper, and H. V. Jagadish, The RightPages image-based electronic library for alerting and browsing, IEEE Computer 25 (no. 9, Sept. 1992), 17-26.

[Sci1] G. Taubes, Publication by electronic mail takes physics by storm, Science 259 (Feb. 26, 1993), 1246-1248.

[Sci2] G. Taubes, E-mail withdrawal prompts spasm, Science 262 (Oct. 8, 1993), 173-174.

[Thurston] W. P. Thurston, On proof and progress in mathematics, Bull. Amer. Math. Soc. (NS) 30 (1994), 161-177.

INFORMATIONS

Inauguration de l'Institut Henri Poincaré

Cette cérémonie avait une double finalité : rendre hommage aux lauréats de la médaille Fields 1994, tous présents en ce 25 Octobre, et inaugurer l'Institut Henri Poincaré rénové. La présence de François Fillon a montré l'attachement que porte le Ministère de l'Enseignement supérieur et de la recherche à cet institut qui accueille, depuis 1928, physiciens et mathématiciens. Les deux communautés, physique et mathématique, étaient donc conviées à cette cérémonie : mais, faute d'une capacité suffisante de l'amphithéâtre (170 places), un nombre restreint de personnalités a pu être accueilli. Citons notamment la présence de nombreux scientifiques dont Alain Connes, Mme Serre représentant Jean-Pierre Serre, Henri Cartan. Après un discours d'accueil de la part de Jean-Claude Legrand, président de l'Université Pierre et Marie Curie, et de Joseph Oesterlé, directeur de l'Institut Henri Poincaré, Edouard Brézin a replacé les mathématiques françaises dans leur contexte actuel. Puis les lauréats de la médaille Fields sont intervenus tour à tour : Jean Bourgain, Pierre-Louis Lions, Jean-Christophe Yoccoz et Efim Zelmanov. François Fillon, ministre de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, a ensuite prononcé le discours officiel que nous reproduisons intégralement ci-dessous.

Excellences,
Messieurs les Présidents,
Messieurs les Directeurs,
Monsieur le Doyen,
Mesdames, Messieurs,

"On fait de la science avec des faits, comme on fait une maison avec des pierres ; mais une accumulation de faits n'est pas plus une science qu'un tas de pierres n'est une maison". Je me plais à penser que cette phrase d'Henri Poincaré a inspiré ceux qui ont choisi le nom de cet Institut. C'était en 1928, et l'institut fut inauguré par le Président du Conseil, Raymond Poincaré, "cousin du précédent", comme le dit un célèbre dictionnaire. Exhaussée en 1952, la maison des mathématiques et de la physique théorique avait besoin d'une complète rénovation. Le ministère lui a consacré des crédits importants, 24 millions de francs, mobilisés dans le contrat conclu avec l'Université Pierre et Marie Curie, dont l'Institut est l'une des écoles internes. Le résultat architectural mérite d'être distingué, pour son adaptation aux besoins de la recherche et de sa diffusion, sa simplicité de bon goût, et le souci de conserver leur aspect d'origine aux deux amphithéâtres, symboles d'une continuité

J. Bourgain, P-L. Lions, F. Fillon, J-C. Yoccoz, E. Zelmanov
Photo J. P. Bolle, MESR

historique. Quant au programme scientifique, sa qualité traduit celle des hommes qui se sont penchés sur le berceau de l'Institut Henri Poincaré rénové. Vous comprendrez que, parmi eux, je distingue le nom du regretté Professeur Pierre Grisvard, qui en fut, trop peu de temps, L'administrateur provisoire.

Voici donc une vraie maison, et une maison où l'on fait de la vraie science. Voici la communauté des mathématiciens et des physiciens théoriciens dotée à nouveau d'un instrument de travail digne de ses succès scientifiques. Une bibliothèque de quelques 150.000 ouvrages, qui bénéficie d'un soutien régulier du Centre national de la recherche scientifique. Des locaux pour les sociétés savantes, regroupements d'universitaires et de chercheurs répartis sur tout le territoire national. Un centre international enfin, le centre Emile Borel, qui assure au moyen de semestres à thèmes en physique et en mathématique la confrontation des résultats de recherche les plus récents, et facilite leur diffusion dans notre enseignement supérieur. Il vous appartient désormais d'utiliser au mieux ces moyens exceptionnels, qui pourraient légitimement éveiller la jalousie d'autres disciplines.

Rien n'a été oublié dans la programmation de ce nouvel équipement. Mais, il faut l'avouer, le hasard seul est responsable du fait que son inauguration ait lieu l'année même où les mathématiques françaises ont été distinguées par la Communauté internationale. Je suis particulièrement honoré d'accueillir ce soir au moment où nous inaugurons l'Institut Henri Poincaré les quatre nouveaux lauréats de la prestigieuse médaille Fields, attribuée lors du Congrès international des mathématiciens au mois d'août dernier. A l'hommage de leurs pairs, je voudrais ajouter l'expression de mon admiration. Des travaux scientifiques d'une qualité aussi rare méritent le respect. Celui-ci se teinte d'un soupçon d'étonnement lorsque l'on sait qu'ils sont dus à des savants aussi jeunes. Le jury Fields fait le choix de la jeunesse. Ce n'est pas un choix de facilité, car il est plus aisé sans doute de couronner une oeuvre achevée. Un tel souci de la jeunesse ne peut laisser indifférent le ministre de l'enseignement supérieur, qui a la lourde responsabilité de la formation de près de deux millions de chercheurs.

Je ne puis cacher ma fierté de savoir que, parmi vous, M. Lions et M. Yoccoz sont issus de notre système d'enseignement supérieur. Cette fierté se conforte au souvenir du long séjour que M. Bourgain a effectué à l'Institut des hautes études scientifiques de Bures-sur-Yvette. Dirais-je enfin qu'elle se nourrit à la lecture du télégramme par lequel M. Zelmanov a accepté l'invitation que je lui ai transmise, et où il ne dissimule pas le plaisir qu'il a de se trouver en France, et tout particulièrement à Paris ?

Comment la France peut-elle, dans le domaine des mathématiques, construire une politique d'enseignement supérieur et de recherche. C'est ce que je voudrais maintenant évoquer devant vous.

Il nous faut d'abord des hommes, et de ceux qui savent ne pas s'enfermer

dans des frontières artificielles. En disant cela, je pense tout d'abord aux frontières des disciplines. Henri Poincaré, en plus d'une oeuvre mathématique immense, a fait réaliser des progrès décisifs à la mécanique, à la physique, à l'astronomie, à la philosophie des sciences. M. Brézin nous a montré tout à l'heure l'actualité d'une telle démarche. Le souci des applications qui permet aux mathématiques de trouver aussi motivations et appuis dans les autres sciences n'est pas contradictoire avec la conduite d'une recherche pour l'honneur de l'esprit humain. Le Palmarès des Médailles Fields 1994 l'affirme bien, qui distingue pour la première fois un mathématicien appliqué.

Les frontières doivent aussi s'estomper entre universitaires et chercheurs. A la suite des conclusions de la Consultation nationale sur la recherche, que j'ai récemment présentées au Parlement, je souhaite développer la mobilité entre établissements de recherche et universités. En mathématiques, elle est bien établie puisque nombre des professeurs d'universités d'aujourd'hui ont débuté leur carrière comme chercheurs au Centre national de la recherche scientifique. Des historiens ont analysé les conditions du développement scientifique dans les années 1850. C'était l'époque où se créaient en Europe des modèles modernes d'universités, l'époque où les grands chercheurs n'étaient plus des savants isolés, mais devenaient des professeurs. Cette obligation d'enseignement est contemporaine de nombreux progrès dans les sciences exactes, dans la rigueur des raisonnements et l'établissement de leurs fondements. Cela n'est sans doute pas le fait du hasard. Aujourd'hui encore, il m'apparait qu'enseigner n'est pas seulement la traduction d'un devoir de transmission du savoir acquis, c'est aussi une manière d'enrichir ce savoir.

Les mathématiques doivent être reconnues dans le dispositif de pilotage de la recherche. C'est déjà le cas au CNRS. Cette reconnaissance a débuté en 1986 au ministère chargé de l'enseignement supérieur sous l'impulsion de Jacques Joussot-Dubien et de son conseiller, le regretté Professeur Claude Godbillon. Elle s'est poursuivie avec la création au ministère d'une direction scientifique propre aux mathématiques et à leurs applications, à la tête de laquelle Jean-Luc Joly a succédé à Jean Giraud, actuel directeur de l'Ecole normale supérieure de Lyon. Les résultats de cette politique structurelle sont évidents en termes de développement et d'évolution de la discipline sans parler des moyens en termes de reconnaissance scientifique apportée à des équipes jeunes et innovantes (la part des mathématiques dans l'ensemble des disciplines de la recherche universitaire a plus que doublé depuis 1986). Mais le plus important est sans doute que les mathématiciens ont un interlocuteur capable d'écouter leurs demandes et d'expliquer notre politique.

Une politique d'enseignement supérieur et de recherche ne saurait enfin avoir quelque efficacité si elle ne met pas l'accent sur les moyens collectifs.

Ces moyens sont tout d'abord des lieux, lieux de colloques, de recherche, de formation post-doctorale. L'Institut Henri Poincaré est l'un d'entre eux. Mais le ministère contribue aussi largement, vous le savez, au fonctionnement

d'institutions comme le Centre international de rencontres mathématiques de Marseille-Luminy et le Centre international de mathématiques pures et appliquées de Nice. pour ne pas parler du prestigieux Institut des hautes études scientifiques de Bures-sur-Yvette déjà cité.

Les bibliothèques sont un autre de ces moyens collectifs. Il faut souligner leur importance particulière en mathématiques, où le savoir et les résultats importants restent d'actualité des siècles après leur découverte. Le ministère soutient depuis plusieurs années, au travers des universités et du C.N.R.S., le réseau des bibliothèques de recherche en mathématiques, localisées dans de grandes universités ou dans des instituts comme l'Institut Henri Poincaré. J'ai demandé à mes services d'étudier les moyens de rendre ce réseau plus efficace, notamment en ce qui concerne les échanges d'informations entre les différentes bibliothèques, de manière à améliorer le service rendu à la communauté.

L'accès à l'information passe aussi par les banques de données dont la qualité se mesure au rayonnement international. Compte tenu de l'enjeu stratégique qu'elles représentent, j'ai décidé d'étudier les conditions d'une coopération franco-allemande visant à aider le Zentralblatt für Mathematik, l'une des grandes bases de données internationales en mathématiques, à se renforcer en trouvant une assise européenne.

Quant aux revues, elles sont un instrument irremplaçable de diffusion des connaissances. Il m'est apparu essentiel de manifester la présence du ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche dans le domaine, neuf, des revues électroniques. A l'heure des autoroutes de l'information, il faut nous assurer que nous disposons de produits français de qualité prêts à les emprunter. J'ai donc demandé qu'une expérience soit lancée dans votre secteur, avec la collaboration de la Société mathématique de France et de la Société de mathématiques appliquées et industrielles. Cette expérience concerne quatre revues, deux qui existent déjà sous forme papier, et deux qui seront créées pour l'occasion. Tout en conservant tout ce qui fait la force des revues traditionnelles, notamment les comités de lecture, je souhaite que ces produits nouveaux offrent de nouvelles fonctionnalités. Je pense notamment à des articles à lecture interactive, dans lesquels le lecteur aura la possibilité de tester le fonctionnement d'un algorithme dans différentes conditions.

Beaucoup des projets que j'ai évoqués seront étendus progressivement à d'autres disciplines. Le choix des mathématiques pour expérimenter des solutions nouvelles n'est cependant pas dû au hasard, ni à la seule force de conviction de certains mathématiciens. Il marque ma confiance dans votre capacité à aider à la modernisation de notre système d'enseignement supérieur et de recherche. Je ferais volontiers mienne la péroraison de la préface d'un traité écrit par une célèbre société de mathématiciens en nom collectif :

"nous croyons que la mathématique est destinée à survivre, et qu'on ne verra

jamais les parties essentielles de ce majestueux édifice s'écrouler du fait d'une contradiction soudain manifestée ; mais nous ne prétendons pas que cette opinion repose sur autre chose que l'expérience. C'est peu, diront certains. Mais voilà vingt-cinq siècles que les mathématiciens ont l'habitude de corriger leurs erreurs et d'en voir leur science enrichie, non appauvrie : cela leur donne le droit d'envisager l'avenir avec sérénité".

Et Vivent les Maths!

Les deux récompenses internationales, obtenues par Pierre-Louis Lions et Jean-Christophe Yoccoz lors du congrès international des mathématiciens à Zurich en août dernier, méritaient que le Ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche rende un hommage conséquent aux lauréats de la médaille Fields 1994, et par leur intermédiaire, à la communauté des mathématiciens toute entière. C'est dans cet état d'esprit que deux manifestations ont été organisées par la Direction de l'Information Scientifique et Technique et des Bibliothèques et la Mission Scientifique et Technique du ministère, avec la collaboration de l'Institut des Hautes Etudes Scientifiques et des Sociétés savantes de mathématiques(*). Une cérémonie consacrée aux lauréats de la médaille Fields a eu lieu à l'Institut Henri Poincaré le 25 Octobre, et une manifestation intitulée "Et vivent les maths ! ", destinée plus particulièrement aux jeunes, s'est déroulée sur le site du ministère.

Pour mener à bien cette initiative, et satisfaire un large public, plusieurs formes d'actions ont été proposées :

– une table ronde sur "Mathématicien : quels métiers ? " à l'attention des lycéens ;

– un cycle de conférences sur des thèmes de recherche fondamentale et appliquée ;

– des exposés utilisant comme support un tableau blanc ou un film ;

– des animations autour de jeux informatiques et de problèmes mathématiques ;

– une exposition intitulée "Les Mathématiques en France à travers ses médailles Fields" ;

– une présentation d'ouvrages ;

– des projections audiovisuelles.

Cette diversité d'actions a été rendue possible grâce à la collaboration des associations (Math. en Jeans, Maths pour tous, les petits débrouillards et le

(*) Ce texte est essentiellement extrait d'un rapport rédigé et aimablement fourni par Sophie Tocreau, Coordinatrice de la journée "Et vivent les maths! ", Ministre de la Recherche, que nous souhaitons remercier. *La Gazette*

Kangourou des lycées et des collèges), des sociétés savantes (SMF, SMAI), du département Mathématiques du Palais de la Découverte et de la Cité des Sciences et de l'Industrie.

Les conférences ont été assurées par des mathématiciens de renom, dont l'action pour la diffusion des connaissances est depuis longtemps reconnue :

- *Alain Connes : Professeur au Collège de France*
- *Jean-Pierre Kahane : Professeur émérite*
- *Michel Broué : Professeur à l'université Paris VII*
- *Bernard Larrouturou : Professeur à l'Ecole Polytechnique*
- *Michel Mendès France : Professeur à l'université Bordeaux I*
- *Jean-Marc Steyaert : Maitre de conférences à l'Ecole Polytechnique*

La présence des lauréats de la médaille Fields, Pierre-Louis Lions (professeur à l'université Paris-Dauphine) et Jean-Christophe Yoccoz (professeur à l'université Paris-Sud Orsay) a enfin, sans aucun doute, mis l'accent sur la volonté commune de la communauté scientifique d'établir un dialogue entre science et société.

Près de 2000 personnes ont participé à la manifestation : une grande majorité était constituée d'élèves allant de la classe de 1ère S aux classes préparatoires de Mathématiques Supérieures et Mathématiques Spéciales, mais on a noté aussi la présence des mathématiciens professionnels, qui, intrigués par une initiative, au demeurant fort rare dans ce domaine de recherche, ont assisté de façon très assidue aux conférences.

Une dizaine de classes de collèges (4ème et 3ème) sont venues sur le site, particulièrement réceptives aux animations et aux expositions. De plus, la présence des associations a permis d'ouvrir cette manifestation à un public collégien.

La table ronde "Mathématicien : quels métiers? " avec Pierre-Louis Lions et Jean-Christophe Yoccoz :

Les critères de participation avaient été fixés au préalable : il s'agissait de donner la parole aux jeunes, très sensibles aux questions touchant à la formation et aux métiers de la recherche.

Les 453 participants formaient donc un ensemble homogène, constitué d'élèves allant de la classe de 1ère S à un niveau maîtrise. Dans le but d'ouvrir cette table ronde aux lycées de la banlieue parisienne, souvent tenus à l'écart des manifestations "Paris intra-muros" : ont été ainsi accueillis les lycées Marie Curie (Sceaux, 92), Jean Vilar (Plaisir, 78), Le Rosaire (Sarcelles, 93), et Gustave Monod (Enghien-les-Bains, 95). Cinq lycées parisiens étaient présents : les lycées Lafontaine, Buffon, Louis Le Grand, Jeanson de Sailly, Lakanal.

Notons que, par manque de capacité de l'amphithéâtre Gay-Lussac, plusieurs classes ont vu leur demande de participation refusée. Le débat était animé par

Michèle Chouchan, producteur à France-Culture. Soulignons la facilité avec laquelle Pierre-Louis Lions et Jean-Christophe Yoccoz ont su s'adapter aux préoccupations des lycéens.

Les conférences :

Les 5 conférences se sont déroulées dans l'amphithéâtre Poincaré, proposant en alternance des mathématiques fondamentales et des mathématiques appliquées. Le public, plus large que celui de la table ronde (entrée libre oblige) était composé à moitié de scientifiques et de professionnels, et à moitié de lycéens. Le niveau requis, nécessaire à une bonne compréhension, était celui d'une fin de lycée - 1er cycle universitaire. La participation massive à ces conférences est attribuable pour une part au renom des intervenants, mais elle est essentiellement dûe au caractère exceptionnel de la manifestation. Cet état de fait a été très souvent souligné par les chercheurs eux-mêmes, mais aussi par les enseignants en mathématiques, très heureux d'agrémenter leurs cours.

Les Projections audiovisuelles/ Exposés :

Grâce à l'image, deux aspects des mathématiques ont été présentés au public : les maths "en train de se faire" ("L'analyse de Fourier" et La musique des sphères"), et les acteurs de cette science. "Humaniser" le travail scientifique est en effet un moyen incontestable de créer un lien plus étroit entre le public et la science, de la rendre plus conviviale. Les mathématiques ne sont plus alors synonymes uniquement de formules compliquées, elles prennent un visage humain. Cette programmation dans l'amphithéâtre Stourdzé a été largement suivie par un public varié, regroupant collégiens, lycéens mais aussi chercheurs, enseignants de mathématiques et professionnels de l'audiovisuel scientifique.

Une expérience a ensuite été menée : celle de laisser à Pierre-Louis Lions et Jean-Christophe Yoccoz l'initiative de commenter en voix-off chacun un film, dont le thème coïncidait avec leur domaine de recherche respectif ("Tempête numérique" pour le premier et "La dynamique du lapin" pour le second). Commentaires de très haut niveau, d'autant que les images commentées par Jean-Christophe Yoccoz étaient expérimentales et en cours d'élaboration par Adrien Douady, le "père" de la théorie des systèmes dynamiques...

Les Animations :

D'abord, le forum des associations : Maths pour tous, Les petits débrouillards, Math. en Jeans, le Kangourou des lycées. Son objectif étant de mieux faire connaître les activités proposées par un réseau associatif en pleine expansion, de nombreuses revues pour les jeunes étaient en consultation libre : Tangentes, Quadrature, Maths et Malices, Boom ta Science. La circulation de

nombreux jeunes dans cet espace a été un bon indicateur de l'utilité de cette prise de contact, en direct, avec les associations.

Dans le même espace, Thierry Naudin et André Avril (Cité des Sciences et de l'Industrie) offraient au visiteur la possibilité d'utiliser une borne interactive sur les "Images calculées", un audiovisuel et un logiciel intitulé "Fractales", tandis que Charles Corge et Hélène Prost proposaient un bio-jeu (automate cellulaire) et un jeu de pavage.

Profitant de cette journée pour faire l'assemblée générale des professeurs de mathématiques, le président de l'association Math. en Jeans, Jean-Pierre Boudine, a estimé devoir beaucoup à cette journée pour dynamiser l'action dans laquelle son association s'est engagée depuis 1989. - "Récréations mathématiques" :

Le rôle des problèmes récréatifs dans les Mathématiques, sous forme d'exposés et de manips : c'est ce que Jean Brette et Pierre Audin, du département Mathématiques du Palais de la Découverte, souhaitaient montrer (et démontrer !) au public. De 10h à 18h, une centaine de jeunes (de la seconde à la Terminale) ont participé à ces récréations, véritablement enthousiasmés par cette méthode de vulgarisation mathématique utilisant puzzles, casse-têtes, graphes... A 13h, devant un auditoire d'environ 80 personnes, Jean Brette a partagé ses connaissances sur "les systèmes dynamiques complexes". Plus âgés (souvent en classes préparatoires), les jeunes ont ainsi pu se "rafraîchir" la mémoire, avant de venir écouter Jean-Christophe Yoccoz commenter les images d'un ensemble de Julia. - "Horizons mathématiques" : Cette exposition, conçue par Centre-Sciences (CCSTI d'Orléans), est composée de 60 manips "à faire soi-même". Le succès qu'elle a obtenue jusqu'à présent en France, mais aussi à l'étranger, n'a pas été démenti le jour de "Et vivent les maths ! " : grands et petits se sont prêtés avec plaisir aux expériences qui leur étaient proposées.

A toutes ces animations, s'ajoutait l'exposition intitulée A travers les médailles Fields, les Mathématiques en France spécialement réalisée à cette occasion par le Ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche.(*)

La présentation d'ouvrages scientifiques :

Les sociétés savantes, la SMF et la SMAI offraient à la consultation la totalité des revues de mathématiques françaises (au nombre de 13) et leurs publications. Conjointement, le bureau de l'édition présentait trente ouvrages de mathématiques subventionnés par le ministère de l' Enseignement supérieur et de la Recherche.

Terminons en insistant de nouveau sur le succès de cette manifestation auprès des jeunes lycéens et sur l'importance de telles initiatives pour l'image et le développement futurs des mathématiques.

(*) N.B : L'exposition A travers les médailles Fields : les Mathématiques en France, dupliquée en 50 exemplaires circule dans toute la France. Contact : M.F Morin au 46 34 30 24

Analyse des recrutements 1994

de professeurs et maîtres de conférences de mathématiques

(25ème et 26ème sections du CNU et bilan sur 4 ans)

C. Basdevant, décembre 1994

L'analyse des résultats des concours de recrutements 1994 présentée ci-dessous a été faite à partir de documents fournis par la D.G.A. complétés par des renseignements obtenus directement auprès des établissements (en particulier en ce qui concerne l'origine des professeurs nommés). Ces recrutements sont comparés à ceux de 1991, 1992 et 1993.

Sommaire

Remarques générales – Professeurs
Remarques générales – Maîtres de Conférences
Bilan détaillé – Professeurs
Bilan détaillé – Maîtres de Conférences
Pyramides des âges
- *recrutements PR 92 – 93 – 94 (extérieurs/promotions)*
- *recrutements PR 94 (extérieurs/promotions)*
- *recrutements PR 94 (hommes/femmes)*
- *recrutements PR 94 (province/Ile de France)*
- *recrutements MCF 92 – 93 – 94*
- *recrutements MCF 94 (hommes/femmes)*
- *recrutements MCF 94 (province/Ile de France)*

Professeurs nommés
- *par établissement*
- *par origine*
- *non pourvus & mutations*

Maîtres de Conférences nommés
- *par établissement*
- *par origine*
- *non pourvus & mutations*

Remarques générales – Professeurs

• *Cette année le nombre de postes de professeurs de mathématiques publiés était en forte baisse : 37% de postes en moins, 50% en moins en Ile de France. Cette baisse est due essentiellement à la chute du nombre des créations d'emplois, les créations d'emplois de professeurs en 25° et 26° sections ayant baissé de 53%.*

• *Si les proportions des postes non pourvus (10%) et pourvus par mutation (10%) restent stables, les promotions de maîtres de conférences chutent à 37,5% des recrutements alors qu'elles étaient entre 58 et 62% les années précédentes. Les femmes sont également victimes de cette campagne de recrutement de professeurs : moins de 9% des postes leur sont revenus contre près de 15% l'an passé.*

• *Le nombre d'étrangers recrutés professeurs croît spectaculairement : près de 43% des recrutés viennent de l'étranger, la proportion est de 55,4% si on rajoute les maîtres de conférences de nationalités étrangères promus professeurs. En 3 ans les établissements ont recruté (hors promotions) 77 étrangers : 19 Russes, 10 Allemands, 5 Roumains, 5 Suisses, 5 Américains, 4 Anglais, 4 Canadiens, 4 Italiens ... Cette année les USA et le Canada ont supplanté l'Europe alors qu'ils étaient quasiment absents les années précédentes.*

• *L'âge moyen du recrutement continue à baisser, il est légèrement inférieur à 40 ans. Mais il est de 35,2 ans en Ile de France contre 40,9 en province. Il est le plus élevé pour les promotions locales de MCF (43 ans) et les recrutements venant des pays de l'est (44 ans). Le CNRS, l'Ecole Normale et l'Ecole Polytechnique fournissent les plus jeunes recrutés (33,3 ans en moyenne).*

• *Comme les années précédentes les promotions locales de MCF restent très marginales : moins de 13% des postes, mais 43% des promotions sont locales.*

• *Les grandes universités parisiennes qui les années passées avaient exporté nombre de leurs MCF comme professeurs ne remplissent cette année que 2 postes. Sur les 21 promotions de MCF, 18 vont à des MCF provinciaux.*

• *53% des professeurs recrutés étaient des qualifiés de l'année, 27% des qualifiés de 1993 et 20% des qualifiés de 1992. Toutes disciplines confondues les proportions étaient respectivement pour les professeurs de 43%, 25% et 32%.*

• *Pour 80% des recrutements de professeurs c'est le premier classé qui a été nommé, seuls deux postes sur 56 ont été pourvus avec le troisième ou le cinquième classé. Quatre postes ne sont pas pourvus par absence de propositions par l'établissement, trois par épuisement de la liste des candidats proposés (deux des listes contenait un seul nom, une contenait cinq noms).*

Remarques générales – Maîtres de Conférences

• *Le résultat de cette campagne de recrutement ne diffère pas sensiblement de celui des précédentes. Le nombre de poste publiés restait encore important, mais 29% des postes étaient en Ile de France cette année contre 20% l'an passé, ceci traduisant le nombre plus important de vacances à Paris dues à des promotions en 1993.*

• *La proportion des femmes recrutées qui était passée en deux ans de 20,3% à 26,9% a de nouveau baissé sérieusement cette année et se situe à 17%.*

• *L'âge moyen du recrutement en Ile de France qui était de 3 ans inférieur à celui en province a remonté cette année, celui de province ayant légèrement baissé, l'écart n'est plus que d'environ 7 mois (30,5 ans en Ile de France contre 31,1 ans en province).*

• *69% des MCF recrutés étaient des qualifiés de l'année, 21% des qualifiés de 1993 et 10% des qualifiés de 1992. Toutes disciplines confondues les proportions étaient respectivement pour les MCF de 66%, 21% et 13%.*

• *Pour 78,5% des recrutements MCF c'est le premier classé qui a été nommé, dans 90,6% des cas c'est le premier ou le second. Sur les cinq postes non pourvus, quatre l'ont été par épuisement de la liste établie par l'établissement, un par absence de proposition de l'établissement.*

• *Nous ne sommes malheureusement toujours pas en mesure d'analyser la provenance des nouveaux recrutés, ni même leur nationalité.*

Postes de Professeurs - bilan détaillé

Postes parus

année	1991	1992	1993	1994
nombre parus	93	105	111	70
non pourvus	2	10	10	7
nombre pourvus	91	95	101	63
âge moyen pourvus		41,5	40,8	40,4

Les postes pourvus se décomposent en mutations et recrutements :

Postes pourvus

mutations	13	13	13	7
âge moyen mutations		44,5	43,6	45,8
recrutements	78	82	88	56
âge moyen recrutements	41,5	41	40,3	39,8

Les recrutements se décomposent en promotions de maîtres de conférences et recrutements extérieurs :

Recrutements

promotions de MCF	49	48	51	21
âge moyen promotions	43,3	41,2	41,6	41,5
recrutements extérieurs	29	34	37	35
âge moyen extérieurs	38,5	41,7	38,7	38,7

Les promotions se partagent entre recrutement local (même établissement), régional (changement d'établissement dans la même région) et "grandes mobilités" (changement de région) :

Promotions de MCF

promotions locales	21	21	9
âge moyen promotions locales	43,2	41	43
promotions régionales	12	15	5
âge moyen promotions régionales	40,3	41	40,2
promotions avec grande mobilité	15	15	7
âge moyen mobilité	39,3	43	40,5

Les recrutements extérieurs se décomposent suivant l'origine du candidat (origine scientifique et non pas nationalité) :

Recrutements extérieurs

année	1991	1992	1993	1994
extérieurs venant de France	16	6	12	11
âge moyen France	35,2	39	37,4	33,3
dont CNRS	12	5	10	7
venant de l'étranger	13	28	25	24
âge moyen étranger	42,6	41,1	39,3	41,2

dont :

Europe	3	10	15	5
âge moyen Europe	43	38,7	38,7	40
pays de l'Est	8	10	8	9
âge moyen Est	43,2	44,7	41,6	44
autres pays	2	8	2	10
âge moyen autres pays	33,5	39,8	34,5	39,4

La répartition entre hommes et femmes est la suivante :

Hommes / Femmes

recrutements hommes	64	74	75	51
âge moyen hommes		41,1	39,6	39,9
recrutements femmes	14	8	13	5
âge moyen femmes		40,7	44,5	38,8
mutations hommes		12	12	5
mutations femmes		1	1	2

Répartition Ile de France / Province

	Ile de France				Province			
	1991	1992	1993	**1994**	1991	1992	1993	**1994**
recrutements	14	13	20	**11**	64	69	68	**45**
âge moyen	*35,1*	*39,1*	*39,2*	***35,2***	*42,8*	*41,4*	*40,7*	***40,9***
mutations	4	7	5	**2**	9	6	8	**5**
âge moyen		*48,4*	*41,2*	***42,5***		*40*	*45,2*	***47,2***
Total	18	20	25	**13**	73	75	76	**50**
âge moyen		*42,4*	*39,6*	***36,3***		*41,3*	*41,2*	***41,5***

Répartition entre les sections 25° (Mathématiques) et 26° (Mathématiques appliquées)

	25°	**26°**	**25° - 26°**	**Total**
Postes **publiés** 1992	31	44	30	105
1993	26	51	32†	111
1994	**15**	**27**	**28††**	**70**
recrutements 1992	27	29	26	82
1993	21	38	27†	88
1994	**15**	**19**	**22††**	**56**
mutations 1992	3	7	3	13
1993	3	8	2	13
1994	**0**	**2**	**5**	**7**
non pourvus 1992	1	8	1	10
1993	2	5	3	10
1994	**0**	**6**	**1**	**7**

Les classements

Les classements Les classements de recrutements de Professeurs des établissements comprenaient 206 noms, correspondant à 126 personnes physiques.

2 personnes ont été classées 6 fois – parmi elles une a été nommée

6 personnes ont été classées 4 fois – parmi elles 5 ont été nommées
14 personnes ont été classées 3 fois – parmi elles 6 ont été nommées
24 personnes ont été classées 2 fois – parmi elles 13 ont été nommées
80 personnes ont été classées une seule fois - 31 ont été nommées

*Postes Maîtres de Conférences – bilan détaillé**

Postes parus

année	1991	1992	1993	1994
nombre parus	123	131	166	161
non pourvus	3	6	7	5
nombre pourvus	120	125	159	156

Les postes pourvus se décomposent en mutations et recrutements :

Postes pourvus

mutations ou détachements	9	6	14	5
recrutements	111	119	145	1514
âge moyen recrutements	32,2	31,4	31,2	31

La répartition entre hommes et femmes est la suivante :

Hommes / Femmes

recrutements hommes	90	91	106	125
âge moyen hommes		31,3	31,4	31
recrutements femmes	23	28	39	26
âge moyen femmes		31,6	30,8	30,5

Répartition Ile de France / Province

	Ile de France				Province			
	1991	1992	1993	**1994**	1991	1992	1993	**1994**
recrutements	30	26	27	**46**	84	83	118	**105**
âge moyen		*28,7*	*28,8*	***30,5***		*32,6*	*31,8*	***31,1***
mutations	3	1	3	**1**	6	5	11	**4**
Total	33	27	30	**47**	90	88	128	**109**

* Cette étude ne prend pas en compte les quelques transformations d'emplois d'assistants publiés en 1994

Répartition entre les sections 25° (Mathématiques) et 26° (Mathématiques appliquées)

	25°	26°	25° - 26°	Total
Postes **publiés** 1992	49	57	25	131
1993	44	73	49[1]	166
1994	**34**	**74**	**53**[2]	**161**
recrutements 1992	45	50	24	119
1993	39	64	42[3]	145
1994	**33**	**66**	**52**[4]	**151**
mutations 1992	1	5	0	6
1993	5	3	6[5]	14
1994	**0**	**4**	**1**	**5**
non pourvus 1992	3	2	1	6
1993	0	6	1	7
1994	**1**	**4**	**0**	**5**

Les classements

Les classements de recrutements de MCF des établissements comprenaient 704 noms, correspondant à 282 personnes physiques.

une personne a été classée 11 fois, elle a été nommée

2 personnes ont été classées 10 fois, elles ont été nommées

3 personnes ont été classées 9 fois, elles ont été nommées

2 personnes ont été classées 8 fois, elles ont été nommées

6 personnes ont été classées 7 fois – parmi elles 5 ont été nommées

11 personnes ont été classées 6 fois – parmi elles 9 ont été nommées

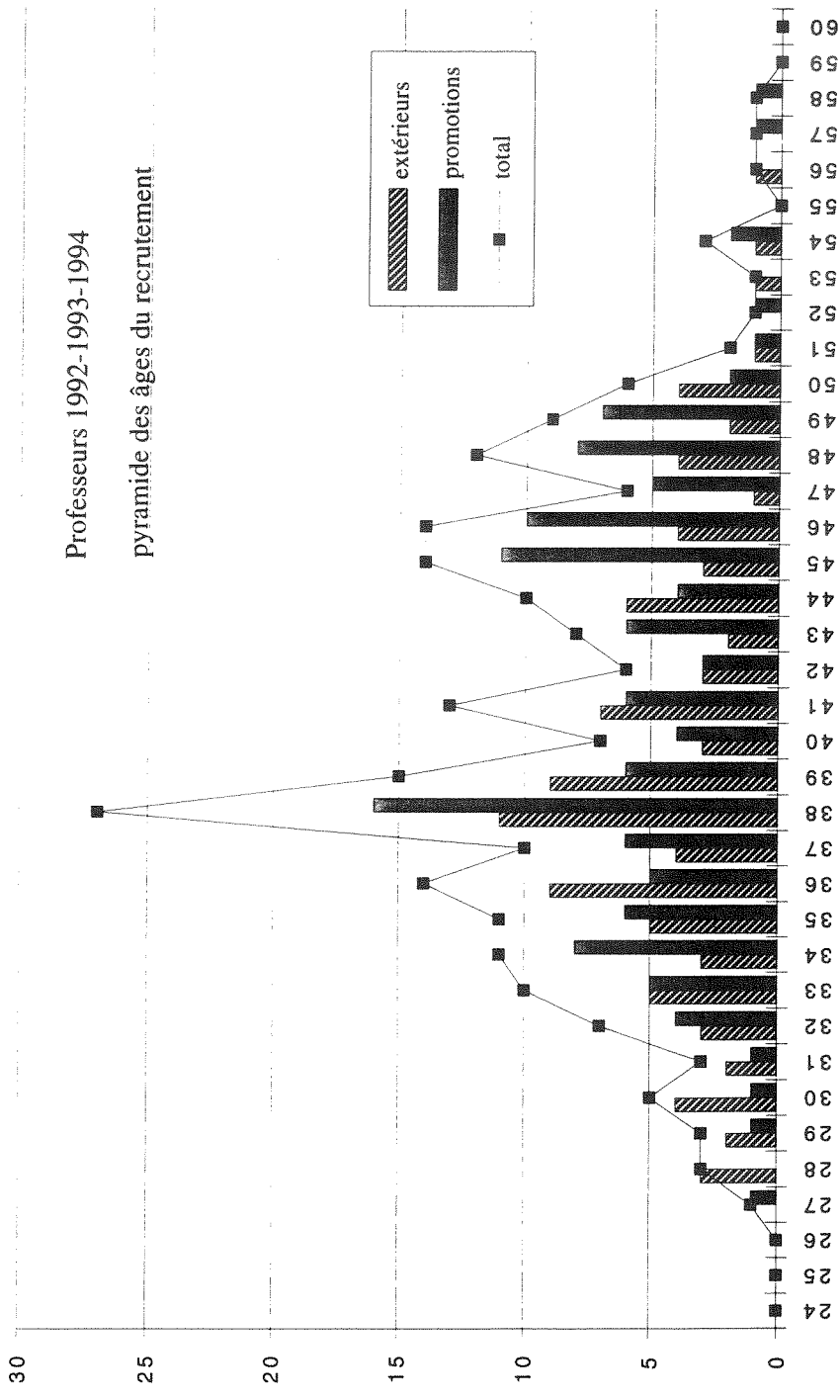
14 personnes ont été classées 5 fois – parmi elles 8 ont été nommées

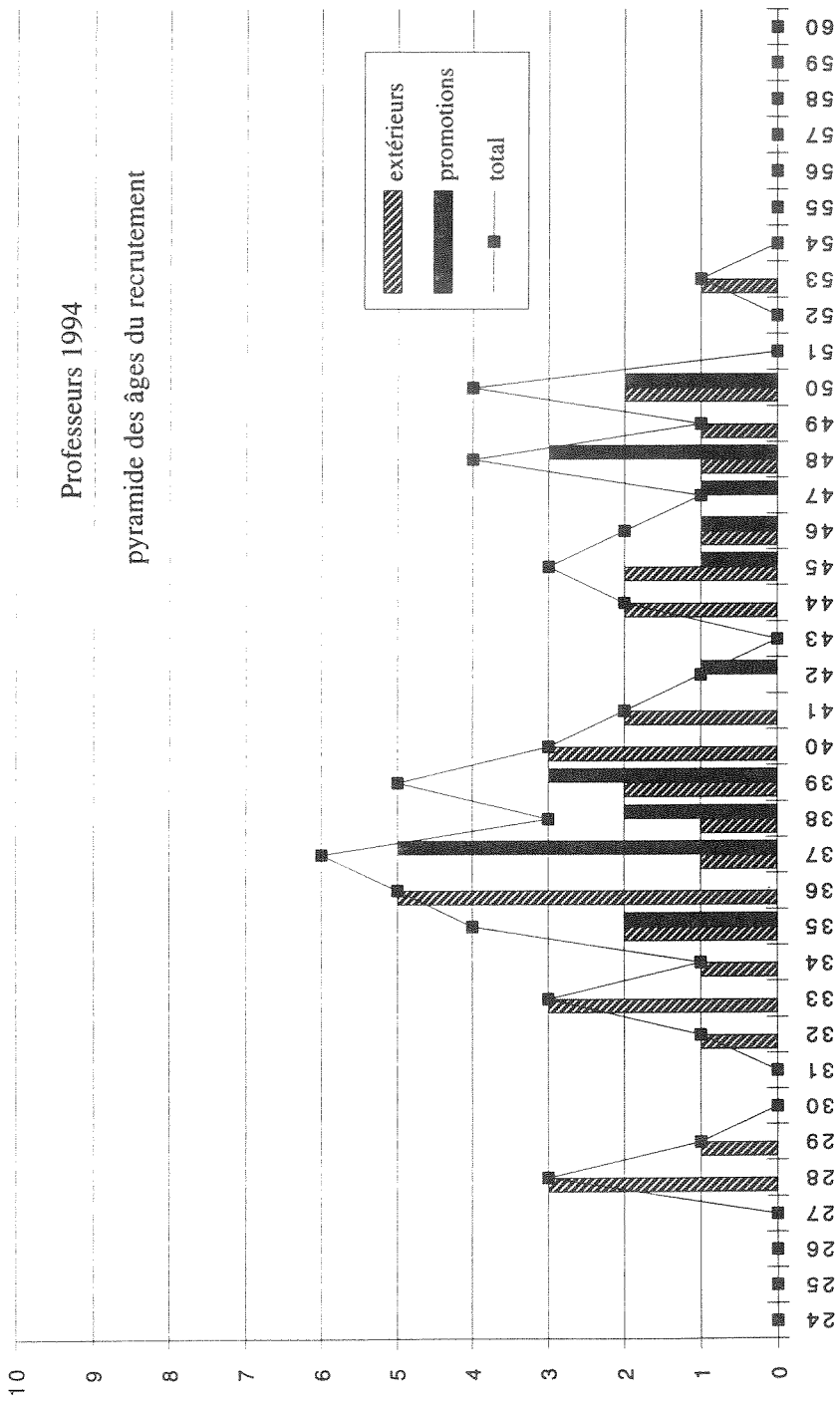
25 personnes ont été classées 4 fois – parmi elles 15 ont été nommées

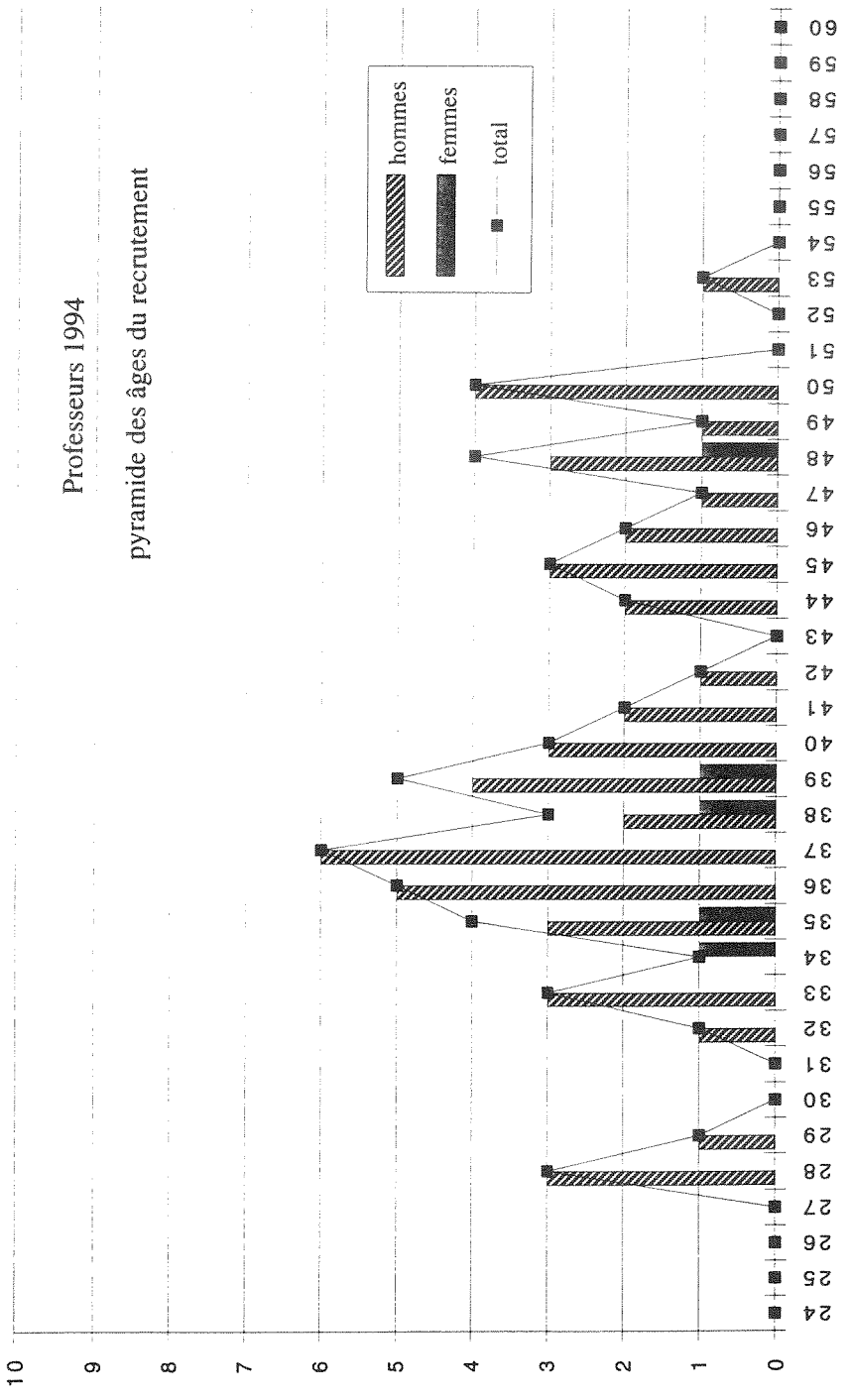
35 personnes ont été classées 3 fois – parmi elles 23 ont été nommées

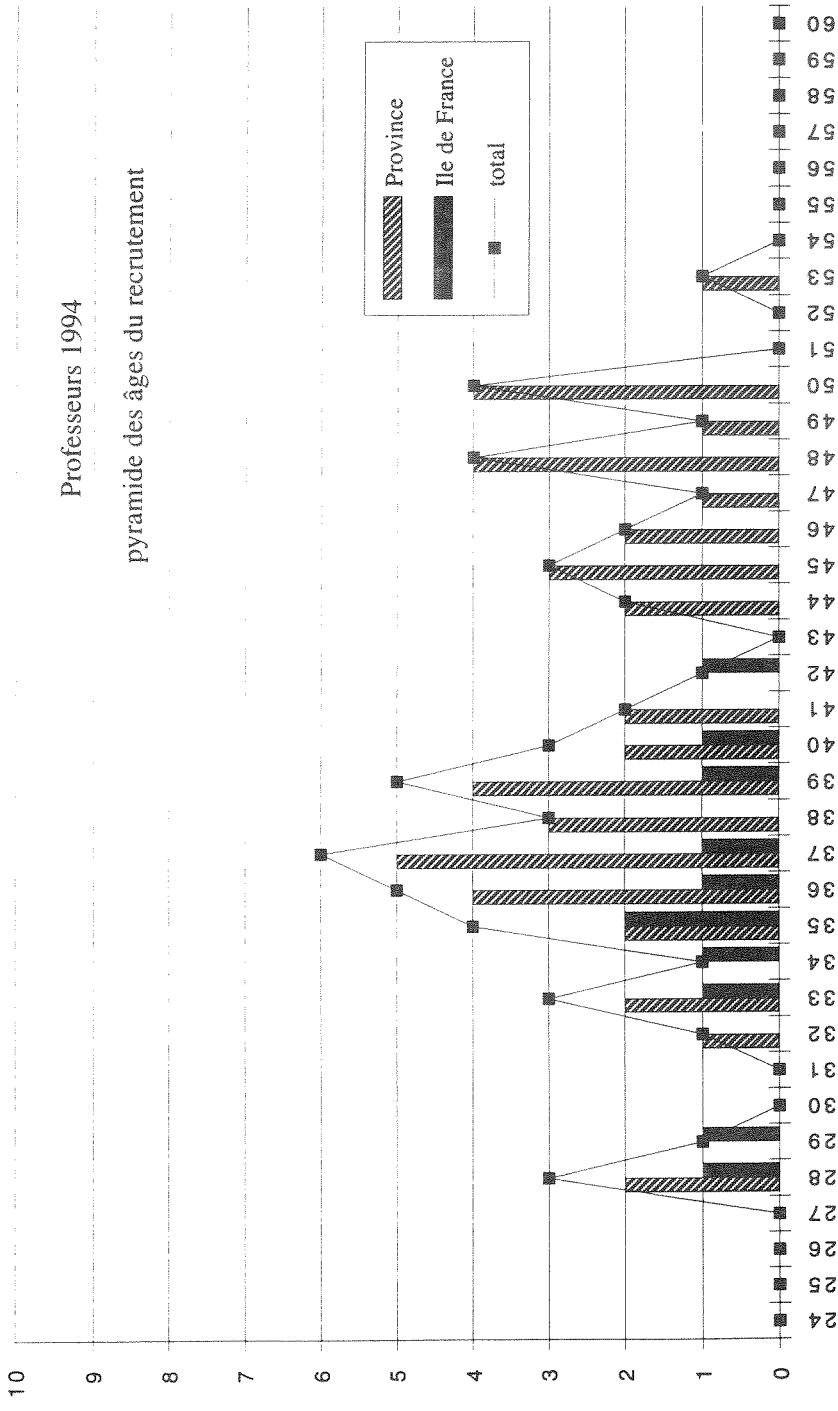
64 personnes ont été classées 2 fois – parmi elles 34 ont été nommées

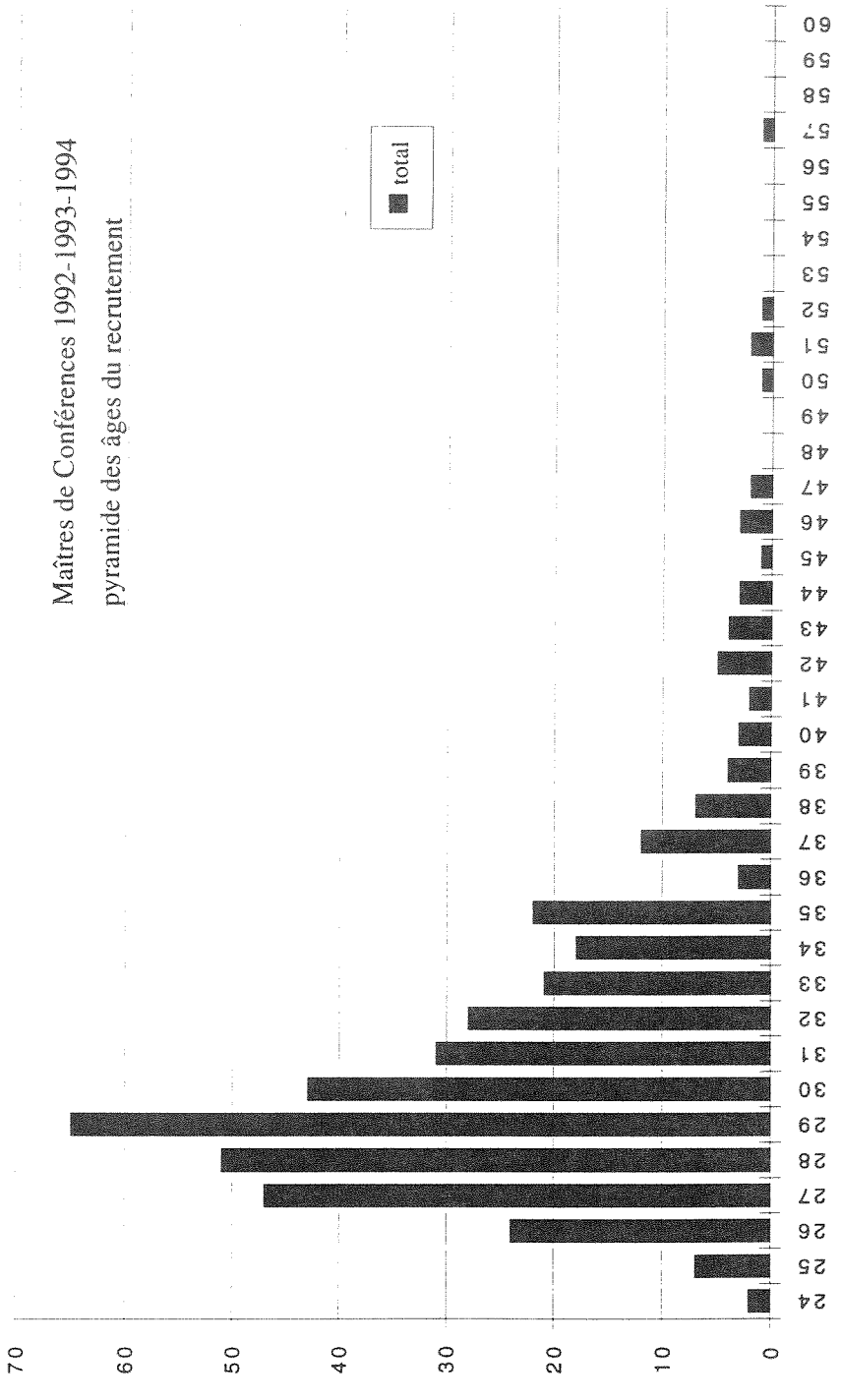
119 personnes ont été classées une seule fois fois – 47 ont été nommées

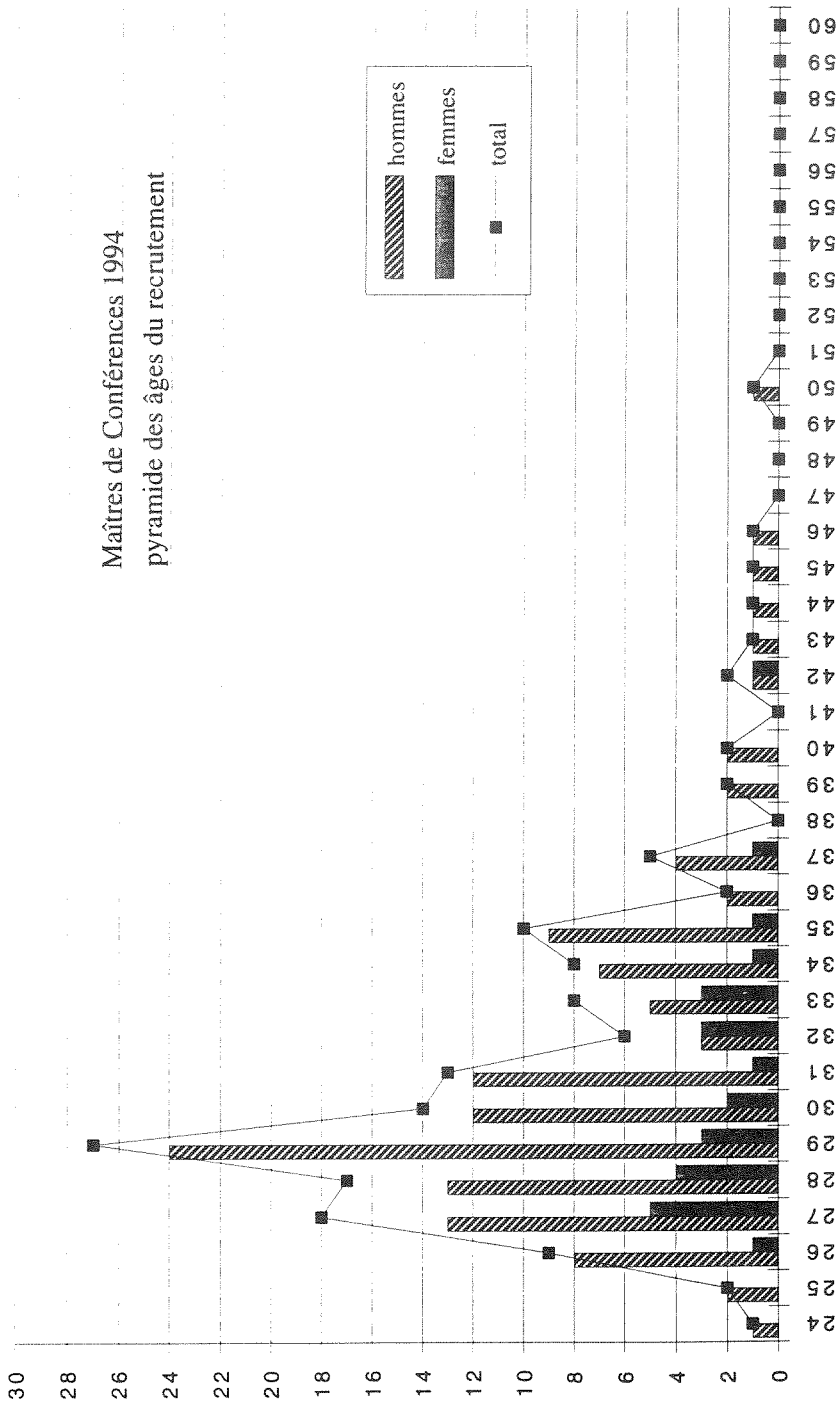

Professeurs 1992-1993-1994
pyramide des âges du recrutement
extérieurs
promotions
total
30
25
20
15
10
5
0
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60

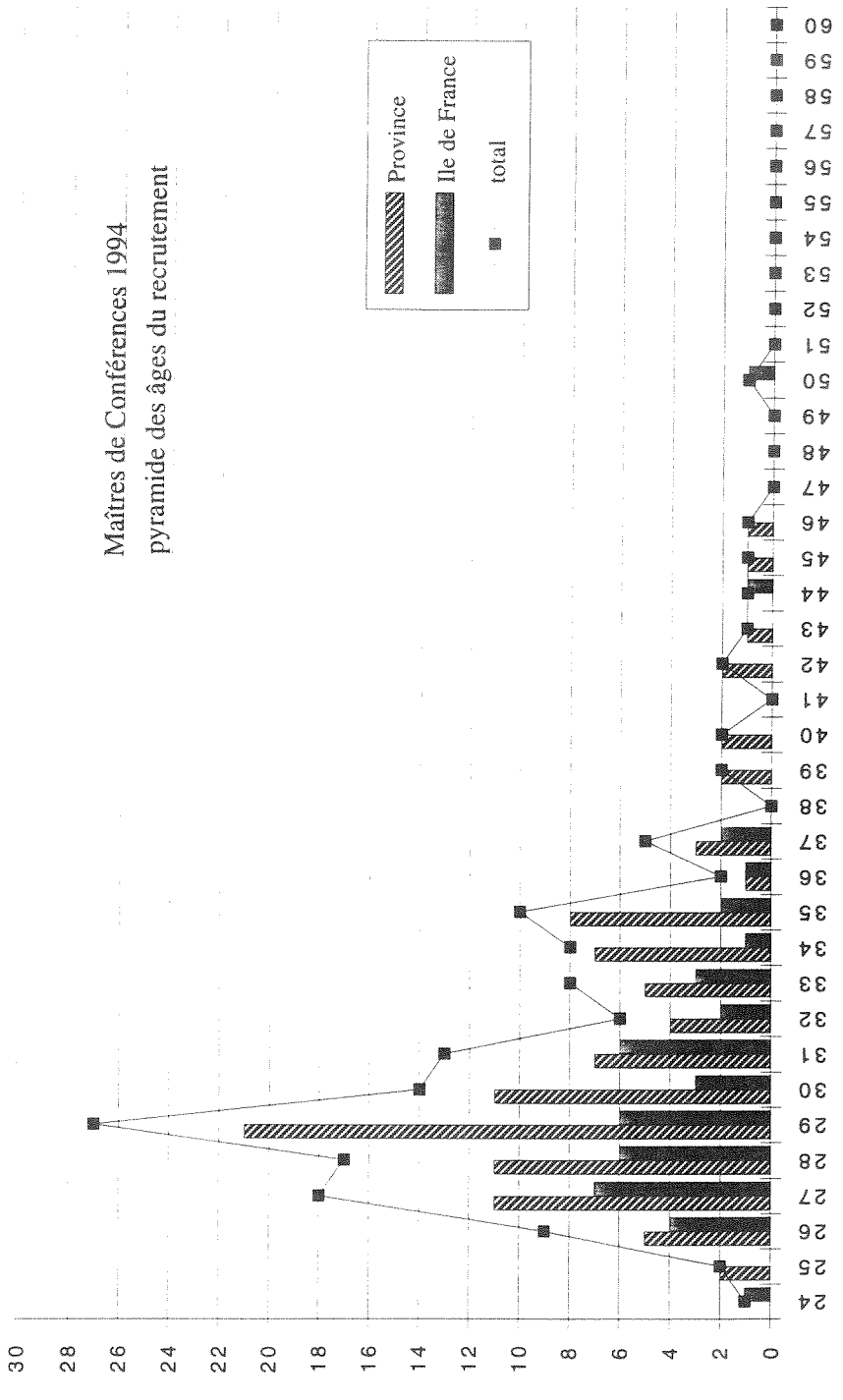

Professeurs 1994
pyramide des âges du recrutement
extérieurs
promotions
total
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60


Professeurs 1994
pyramide des âges du recrutement
hommes
femmes
total
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60


Professeurs 1994
pyramide des âges du recrutement
Province
Ile de France
total
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60


Maîtres de Conférences 1992-1993-1994
pyramide des âges du recrutement
total
70
60
50
40
30
20
10
0
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60


Maîtres de Conférences 1994
pyramide des âges du recrutement
hommes
femmes
total
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26
28
30
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60


Maîtres de Conférences 1994
pyramide des âges du recrutement
Province
Ile de France
total
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26
28
30
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60

CompactMath CD-ROM

NEW now available for DOS, WINDOWS and UNIX on one CD-ROM

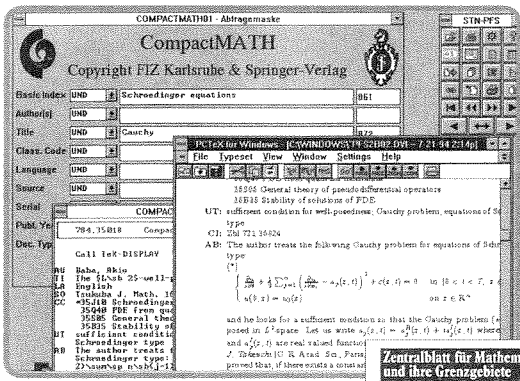
NEW with STN-PFS, the powerful retrieval system

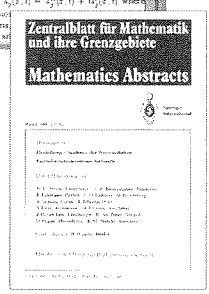
NEW output in ASCII or T_EX

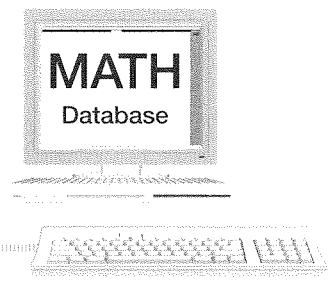
NEW coverage of *Zentralblatt* issues back to 1931

CompactMATH is the latest, fastest and most comfortable-to-use component of the "family":

- *Zentralblatt für Mathematik / Mathematics Abstracts* (print version)
- *MATH Database* (online on STN International)
- *CompactMATH* CD-ROM







FIZ Karlsruhe
STN Service Center Europe

Heidelberger Akademie der Wissenschaften

Springer electronic media

2174.NM/E/1

Springer-Verlag Tiergartenstr. 17, D-69121 Heidelberg, Phone (++49) 62 21 4 87-3 15, Fax (++49) 62 21 4 8 73 66

Rapport sur la deuxième session de l'état de la recherche sur la théorie de jauge

J. C. Sikorav & C. Simpson

Ces sessions sont organisées deux fois par an, sous l'égide de la Société Mathématique de France, avec le soutien de la Mission Scientifique et Technique du Ministère de l'Enseignement Supérieur de la Recherche.

Elles ont pour ambition de répondre au défi que pose l'évolution très rapide de notre discipline, évolution que traduit la technicité croissante de chaque branche comme l'émergence de nouveaux champs d'étude. Ces sessions ont donc pour objectif de maintenir au contact de la recherche "de pointe" le plus grand nombre de mathématiciens, non-spécialistes du sujet exposé. Elles se déroulent dans toute institution d'enseignement et de recherche de France qui accepte de les recevoir, et donc d'assurer l'organisation pratique des journées, avec bien sûr l'appui logistique et financier de la SMF (et du Ministère).

Ces sessions sont dotées d'un Conseil Scientifique, actuellement composé de : E. Bayer, G. Benarous, J. M. Coron, J. P. Demailly, P. Gérard, E. Ghys, C. Moeglin (secrétaire), P. Schapira, C. Soulé.

Les Journées de Théorie de Jauge se sont déroulées les 14-15-16 janvier 1994 (vendredi à dimanche) à l'Université Paul Sabatier de Toulouse. Elles étaient organisées par Jean-Claude Sikorav et Carlos Simpson, membres du Laboratoire de Topologie et Géométrie (URA CNRS 1408), les conférenciers étant en outre Rogier Brussee (Université de Bielefeld) et Dieter Kotschick (Université de Bâle).

Contenu scientifique.

Le thème de ces journées était l'étude des équations de Yang-Mills et plus particulièrement d'(anti-)autodualité sur les variétés différentiables de dimension 4. On sait que cette théorie a connu ces quinze dernières années un développement spectaculaire, marqué notamment par les travaux de Donaldson et Taubes et plus récemment ceux de Kronheimer et Mrowka. Elle a révolutionné l'étude des variétés de dimension 4 et a eu aussi des conséquence en dimension trois (travaux de Floer). Elle a des rapports étroits avec la géométrie algébrique (espaces de modules de fibrés holomorphes), la géométrie symplectique (notamment la théorie des courbes pseudo-holomorphes de Gromov) et la physique théorique, dont elle est en partie issue et qui continue

à la vivifier (travaux de Witten sur la théorie quantique topologique des champs).

Cette théorie s'est jusqu'ici développée surtout en Angleterre et aux Etats-Unis, mais relativement peu en France malgré un contexte a priori favorable à la fin des années 70 : séminaire Douady-Verdier sur les équations de Yang-Mills (entre physique mathématique et géométrie algébrique), travaux de Bourguignon sur l'analyse de ces équations qui sont à la base du développement ultérieur (Uhlenbeck notamment). Bien que le sujet ait maintenant une certaine maturité, de nouvelles voies continuent de s'y ouvrir, et les développements récents font espérer des avancées importantes tant en topologie de petites dimensions qu'en géométrie symplectique. Il semble donc tout à fait justifié de faire aujourd'hui de la publicité pour ce sujet en France.

Le but de ces journées était de présenter certains des résultats obtenus par cette théorie (plus précisément via les polynômes de Donaldson) sur la classification différentiable des variétés de dimension 4, notamment le cas des surfaces complexes et la comparaison avec l'équivalence par déformation. La dernière séance était consacrée au résultat de Kronheimer et Mrowka sur le genre minimal d'une surface plongée à classe d'homologie donnée. On a essayé de donner quelques détails sur les outils utilisés : équation d'anti-autodualité (ASD) sur les connexions, théorème de compacité d'Uhlenbeck et phénomène de bulles, surfaces complexes, fibrés holomorphes stables, comparaison entre les constructions riemanniennes et algébro-géométriques...

Programme.

Il y a eu en tout 9 exposés d'une durée variant entre 1 heure et 1 heure et demie : 3 le vendredi, 4 le samedi et 2 le dimanche matin :

1. *D. Kotschick, Présentation et survol : topologie des variétés de dimension 4, forme d'intersection, classification topologique de Freedman, théorèmes de Donaldson sur les formes d'intersection réalisables, introduction aux invariants polynomiaux de Donaldson.*

2. *J.-C. Sikorav, Les connexions ASD et leurs espaces de modules. Introduction des équations et espaces de modules des solutions sur des variétés fermées. Exemple de S^4*

3. *J.-C. Sikorav, Structure locale des espaces de modules : espaces de Sobolev, ellipticité et régularité des solutions, calcul de l'indice, orientabilité, théorème de compacité faible d'Uhlenbeck.*

4. *D. Kotschick, Les polynômes de Donaldson : compléments sur la compacité de l'espace des modules, théorème des métriques génériques d'Uhlenbeck, classe fondamentale de l'espace des modules, définition des invariants et premier théorème d'annulation*

5. *R. Brussee, Surfaces algébriques complexes : notions de base, classification birationnelle d'Enriques-Kodaira, surfaces de type général, inégalité de*

Miyaoka-Yau, surfaces elliptiques et autres exemples.

6. *C. Simpson, Connexions ASD et fibrés stables : variétés kählériennes, fibrés vectoriels holomorphes, stabilité, bijection entre fibrés holomorphes stables et connexions ASD sur une surface algébrique , isomorphisme entre les espaces de modules.*

7. *R. Brussee, Interprétation algébro-géométrique des polynômes de Donaldson : définition des polynômes de Donaldson algébriques via les espaces de modules des fibrés stables, comparaison avec les invariants "riemanniens", structure algébrique de la compactification d'Uhlenbeck, théorème de non-annulation, calculs explicites pour les surfaces elliptiques.*

8. *D. Kotschick, Structures différentiables exotiques : méthodes "topologiques" de calcul des polynômes de Donaldson, sommes connexes et recollements plus généraux, homologie de Floer pour les sphères d'homologie de dimension 3, applications.*

9. *C. Simpson, Le genre minimal d'une surface plongée dans une variété de dimension 4 : travaux de Kronheimer et Mrowka, invariants de Donaldson sur le complémentaire de la surface, paramètre de monodromie et dimension des espaces de modules.*

Conclusions.

Ces journées ont attiré une large audience : environ 120 personnes, dont la moitié extérieures à Toulouse, parmi lesquels de nombreux participants étrangers. Signalons qu'outre les exposés ces journées ont été l'occasion de nombreuses rencontres et discussions, et échanges de prépublications.

Du point de vue financier, le fonctionnement a été tout à fait satisfaisant. Le plus gros du budget (d'un total de 100 kF TTC) a servi à payer des frais de mission aux participants : séjour pour la plupart des extérieurs (payé directement par nous), repas de midi (idem), un certain nombre de voyages (sur présentation des billets et d'ordres de mission sans frais). Pour cela nous avons utilisé la subvention du Ministère de la Recherche, versée par la S.M.F. peu avant les journées, et le financement complémentaire de l'ex-D.R.E.D., arrivée 6 mois après. Entre-temps, notre laboratoire a fait les avances nécessaires.

Remerciements.

Ils vont bien sûr d'abord à la S.M.F., et notamment à A. Beauville, C. Moeglin, P. Schapira et Mlle Ropartz. Puis à J.-L. Joly, de l'ex-D.R.E.D. L'administration déléguée Midi-Pyrénées du CNRS nous a aussi donné une aide utile. Enfin, ces journées ont bénéficié du soutien crucial du Laboratoire de Topologie et Géométrie, et nous voudrions particulièrement remercier la secrétaire du laboratoire, Mme Panabiere, qui s'est occupée de tous les aspects pratiques de ces journées.

La Commission pour le Développement et les Echanges de l'Union Mathématique Internationale

Pierre Pansu

La présentation ci-dessous de la Commission pour le Développement des Echanges et du Comité National Français de Mathématiciens fait suite à la présentation de l'UMI dans la Gazette précédente (n°62).

La Commission pour le développement et les Echanges (C.D.E.) est un organe de l'Union Mathématique Internationale dont le rôle est d'apporter une aide financière aux mathématiques et aux mathématiciens et mathématiciennes des pays en voie de développement.

Elle le fait à travers deux programmes. L'un, de soutien aux individus (bourses destinées à couvrir partiellement des frais de voyage); l'autre, de soutien (partiel) à des conférences organisées par des pays en voie de développement.

Politique générale concernant les demandes individuelles

La C.D.E. apporte un soutien pour des visites de mathématiciens possédant l'équivalent d'un PhD. C'est le laboratoire d'acceuil qui doit couvrir les frais d'hébergement. A cause de l'étroitesse de son budget, la C.D.E. ne peut retenir les demandes pour des stages de formation (même au niveau PhD) ni pour participation à une conférence (même pour les conférenciers invités).

Les mathématiciens des pays développés ne sont retenus que si la visite a lieu dans un pays en voie de développement et est de longue durée (au moins deux mois).

La C.D.E. ne soutient que des mathématiciens travaillant au coeur des mathématiques.

Les demandes individuelles doivent être faites au moins 6 mois à l'avance et adressées sur papier libre au Secrétaire de la C.D.E. à l'adresse indiquée ci-dessous. Elles devront comporter un CV, une liste de publications, un programme de recherche et une lettre d'invitation du laboratoire d'acceuil indiquant que ce dernier s'engage à payer les frais d'hébergement.

Si une subvention est accordée, le bénéficiaire devra en faire état dans ses publications et envoyer à la C.D.E. un rapport scientifique sur sa visite.

Politique générale concernant les conférences

La C.D.E. ne soutient que des conférences organisées dans des pays en voie de développement et ouvertes à tout mathématicien actif sans restriction de nationalité. Ces conférences doivent s'adresser à une audience régionale ou internationale. Le soutien apporté par la C.D.E. doit servir à couvrir des frais de voyage ou d'hébergement de conférenciers ou de particpant de pays en voie de développement. La C.D.E. ne retient que des conférences tournées vers la Recherche et ne peut, faute d'un budget suffisant, soutenir les écoles de formation.

La C.D.E. ne fournit jamais le financement principal d'un colloque. Elle n'apporte au mieux qu'un appoint, de l'ordre de 2000 dollars.

Les organisateurs doivent addresser leur demande au moins 9 mois à l'avance sur papier libre au Secrétaire de la C.D.E. à l'adresse indiquée ci-dessous. La demande devra comporter les informations suivantes : comité d'organisation ; thèmes et objectifs ; organisation (conférences plénières/sessions parallèles) ; noms des conférenciers invités (préciser lesquels se sont déjà engagés et titre de leur exposé ; budget prévisionnel (organismes ayant été sollicités, à quelle hauteur, préciser les subventions déjà obtenues).

Si une subvention est accordée, les organisateurs devront en faire état dans les actes du colloque et envoyer à la C.D.E. un rapport scientifique.

Les demandes doivent être adressées à :

C.D.E.
c/o Le secrétaire, Pierre Bérard
Institut Fourier
Université de Grenoble 1
B.P. 74
F-38402 St Martin d'Hères cedex
Fax : +33-76514478
E-mail : pberard@fourier.grenet.fr

Annexe : Composition de la C.D.E. de 1995 à 1998 :

Président : *R. Rebolledo (Chili)*
Secrétaire : *P. Bérard (Grenoble)*
Membres : *A.A. Ashour (Le Caire), C.H. Clemens (Utah, U.S.A.), Kung Ching Chang (Pekin), C. Camacho (Rio de Janeiro), J. Mawhin (Louvain), M. Morimoto (Univ. Sophia, Japon)*
Membres de droit : *M.S. Narasimhan (ancien président), D. Mumford (président de l'U.M.I.), J. Palis (Secrétaire de l'U.M.I.).*

Le Comité National Français de Mathématiciens

Pierre Pansu

Lorsque, en 1952, l'Union Mathématique Internationale (U.M.I.) est renée de ses cendres, la France a été un des premiers pays membres. En France, l'organisation adhérente est officiellement l'Académie des Sciences. Pour associer plus largement les mathématiciens français au fonctionnement du Congrès International des Mathématiciens, un comité national a été créé, conformément aux directives de l'U.M.I.

Le Comité National français de Mathématiciens (C.N.F.M.) est une association loi 1901, qui compte au plus 23 membres.

14 d'entre eux sont désignés, pour 4 ans, par l'Académie des Sciences (4 délégués), la Section 01 du Comité National de la Recherche Scientifique (4 délégués), la Société Mathématique de France (4 délégués) et la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (2 délégués). 9 autres membres peuvent être cooptés.

L'U.M.I. demande à ses comités nationaux :

– de voter sur l'adhésion de nouveaux pays à l'U.M.I. ;

– de s'exprimer sur le choix du pays ou aura lieu le prochain Congrès International des Mathématiciens ;

– de réunir des fonds pour couvrir les frais des conférenciers invités au Congrès International des Mathématiciens ;

– de former (et de supporter financièrement) une délégation pour l'assemblée générale qui a lieu tous les 4 ans ;

– de proposer des candidats pour les trois comités de l'U.M.I. : Comité Exécutif, Commission pour le Développement et les Echanges, Commission Internationale pour l'Enseignement des Mathématiques. Ces comités sont renouvelés lors de l'assemblée générale quadriannuelle ;

– de diffuser dans leur pays l'information en provenance de l'U.M.I. ;

– d'intervenir lorsque la liberté de circulation de scientifiques est menacée ;

– de l'aider dans ses tâches annexes : réalisation de l'annuaire "World Directory of Mathematicians", collecte de dons en faveur de la Commission pour le Développement et les Echanges.

Pour accomplir ces tâches statutaires, le C.N.F.M. reçoit de la DAGIC une subvention annuelle de 10 kF.

Le C.N.F.M. rend quelques services réguliers à la communauté mathématique française :

– Répartition de la subvention annuelle du Ministère des Affaires Etrangères

pour la participation de mathématiciens français à des colloques internationaux à l'étranger (via la Commission des Colloques et Congrès Internationaux, C.C.C.I.). Très souvent, le C.N.F.M. doit faire l'avance de la subvention aux mathématiciens concernés ;

– expertise auprès du Ministère des Affaires Etrangères (Bureau des Congrès) ;

– tous les quatre ans, obtention d'une subvention pour aider un maximum de mathématiciens français à participer au Congrès International ;

– collaboration à la réedition de textes mathématiques en langue française (notamment, oeuvres complètes).

Enfin, le C.N.F.M. a rendu ces dernières années des services ponctuels. Il a reçu et effectué des dons subventions qu'elles attendaient. Technologie, il a assuré la gestion de la Chaire Lagrange : invitation d'un professeur italien (Ambrosetti, de Pisa), publication de son cours à Paris 9, versement d'une bourse à un stagiaire post-doctoral (G. Pareschi).

Annexe : Composition du Comité National français de Mathématiciens au 17 octobre 1994.

Membres désignés par l'Académie : *Th. Aubin (Paris 6), J.-M. Bismut (Paris 11, Vice-Président), H. Brézis (Paris 6), P. Malliavin (Paris 6),*

Membres désignés par le C.N.R.S. : *M. Brion (E.N.S. Lyon), F. Campana (Nancy), J.-Y. Charbonnel (Paris 7), J.-L. Loday (Strasbourg),*

Membres désignés par la S.M.F. : *P. Arnoux (Marseille, secrétaire), R. Langevin (Dijon), J.-M. Lemaire (Nice), P. Pansu (Paris 11, président),*

Membres désignés par la S.M.A.I. : *M. Esteban (Paris 9, trésorier), J.-F. Le Gall (Paris 6).*

Membres cooptés : *P. Bérard (Grenoble), G. Gonzales-Sprinberg (Grenoble), C. Laborde (Grenoble), J.-L. Lions (Collège de France).*

les services informatiques du CIRM.

Par sa fonction d'organisation de colloques internationaux, le CIRM met à la disposition des congressistes des moyens informatiques perfectionnés. En plus des bases de données classiques constituées dans les bibliothèques de mathématiques, le CIRM a créé la première publication mathématique électronique en diffusant régulièrement les résumés des colloques. Avec l'INRIA de Sophia-Antipolis, nous avons été à l'origine de l'utilisation du logiciel **Wais** *d'interrogation de bases de données en organisant, par exemple, des stages de formation pour les bibliothécaires de mathématiques.*

Nous avons également développé sous diverses applications les informations concernant le Centre, les colloques, les bases de données... Il nous a semblé utile de présenter l'ensemble des serveurs et services informatiques mis à la disposition de la communauté mathématique par le CIRM.

De façon générale les services informatiques du CIRM sont disponibles sur la machine **cirm.univ-mrs.fr** *qui est l'unique adresse permettant de les obtenir :*

- **wais : //cirm.univ-mrs.fr/nom-de-la-base ?** *: pour les bases Wais*
- **http : //cirm.univ-mrs.fr** *: pour le serveur WWW*
- **ftp : //cirm.univ-mrs.fr** *: pour le serveur FTP*

Les bases Wais

• **cirm-books** *: Ouvrages de la bibliothèque, cette base comprend des notices bibliographiques enrichies de mots-clés pour les livres, thèses et rapports de recherche repertoriés.*

Maintenance des informations : saisie continue et rétrospective par le personnel bibliothèque.

Mise à jour : bimestrielle, semi-automatique.

• **cirm-books-ht** *: Version hyper-texte, navigable par mots-clés, auteurs et éditeur, de la base* **cirm-books**. *Accès intéressant uniquement par Mosaic ou un client WWW.*

• **cirm-col** *: Périodiques de la bibliothèque, cette base donne l'état des collections de revues auxquelles la bibliothèque est, ou a été, abonnée.*

Maintenance des informations : par le bibliothécaire responsable des périodiques.

Mise à jour : hebdomadaire, automatique.

• **cirm-papers** *: Résumés des colloques tenus au CIRM, cette base fournit une présentation de chaque colloque depuis 1992 avec une fiche descriptive pour chaque exposé, fourni par le conférencier lui-même. C'est la première forme de publication électronique régulière et la seule de ce type.*

Maintenance des informations : par la secrétaire responsable des colloques.

Mise à jour : bimestrielle, partiellement automatique.

• **smf-annuaire** *: Annuaire des membres de la Société Mathématique de France.*

Maintenance des informations : extrait du fichier adhérents S.M.F.

Mise à jour : annuelle, manuelle.

Le serveur WWW

Opérationnel depuis Novembre 93, il permet d'obtenir :

• *Une présentation générale du CIRM avec des indications pratiques (accès, organisation d'un colloque, inscriptions,...), en français et en anglais, ainsi que la liste des colloques en cours, prévus ou en projet.*

Maintenance des informations : par la responsable des colloques.

Mise à jour : hebdomadaire, automatique.

• *L'accès aux bases Wais du CIRM, tant celles en format texte que la base hyper-texte des ouvrages* **cirm-books-ht**.

• *Une passerelle WWW-Wais (***waisform***) qui offre, en plus d'une recherche Wais classique dans plusieurs bases, la possibilité de sélectionner les documents à récupérer et leur rapatriement en une seule fois pour avoir un seul résultat de recherche documentaire. Cette passerelle a été mise à disposition et elle est utilisée, entre autres, par la Médiathèque de Grenoble, le Centre de Mathématiques de l'Ecole Polytechnique, l'Ecole des Hautes Etudes à Marseille et le Centre de BioInformatique de l'INSERM-Villejuif qui l'ont adaptée à leurs besoins propres.*

• *Des liens vers des serveurs utiles aux chercheurs et documentalistes :*

— *La liste des bases Wais mathématiques françaises*

— *La liste des serveurs WWW mathématiques français*

— *La liste des serveurs mathématiques européens*

— *Les informations de l'A.M.S.*

— *Les informations de Springer-Verlag*

• *Accessoirement, des informations sur Marseille et le Campus de Luminy.*

Services divers

• **FTP** *: le serveur ftp comprend, outre les compte-rendus des colloques en formats dvi et Postscript dès leur parution, divers services d'usage local ou général (cours, conférences, documents,...).*

• **cirminfo/cirminsc** *: les informations générales sur le CIRM (en français et en anglais) peuvent être obtenues par envoi d'un message (vide, sans Subject :) à* **cirminfo@cirm.u niv-mrs.fr** *; de même pour les fiches d'inscription à* **cirminsc@cirm.univ-mrs.fr**.

Maintenance des informations : par la responsable des colloques.

Mise à jour : hebdomadaire, automatique.

• **biblos** *: liste de diffusion pour les bibliothèques de mathématiques, qui permet l'échange d'informations ou de questions; adresse* **biblos@cirm.univ-mrs.fr**.

Maintenance des informations : par le responsable informatique sur demande à **root@cirm.univ-mrs.fr**.

Développements en cours ou prévus

Parmi les projets qui seront mis en oeuvre ou expérimentés dans les mois ou années à venir on peut citer :

• *Création d'un champ donnant la localisation des ouvrages sur les rayons : complément du type d'ouvrage, il fournira une aide aux usagers directs de la bibliothèque.*

• *Inscriptions automatiques : comme cela à déjà été mis en oeuvre pour le Congrès International de Mathématiques Berlin 1998 (***http : //icm98.zib-berlin.de/***), possibilité pour les participants aux colloques de remplir directement leur fiche d'inscription ; ceci nécessite l'usage d'un client WWW acceptant les formulaires, type Mosaic 2.0.*

• *Numérisation et transmission de documents : un équipement* ad-hoc *permettrait de réaliser une transmission rapide des documents entre le CIRM et d'autres centres de recherche ou bibliothèques.*

• *Passage hyper-texte des documents colloques : la base* **cirm-papers**, *qui est pour l'instant simplement du texte source TEX, devrait être mise sous une forme plus pratique, associant à la fois les avantages "livre" (possibilité de feuillet er) et les avantages "base" (possibilité de rechercher), tout en profitant pleinement de la qualité TEX.*

• *Recherches par champs : le passage sous serveur free-wais-sf, après restructuration des bases Wais et tests, devrait permettre des recherches documentaires plus sélectives et précises.*

• *Automatisation systématique des mises à jour : pour que les informations soient tout à fait fiables il faudrait qu'elles soient entièrement maintenues par les personnels qui en ont la charge, les divers serveurs étant alors mis à jour automatiquement.*

LUCIENNE FÉLIX (1901-1994)

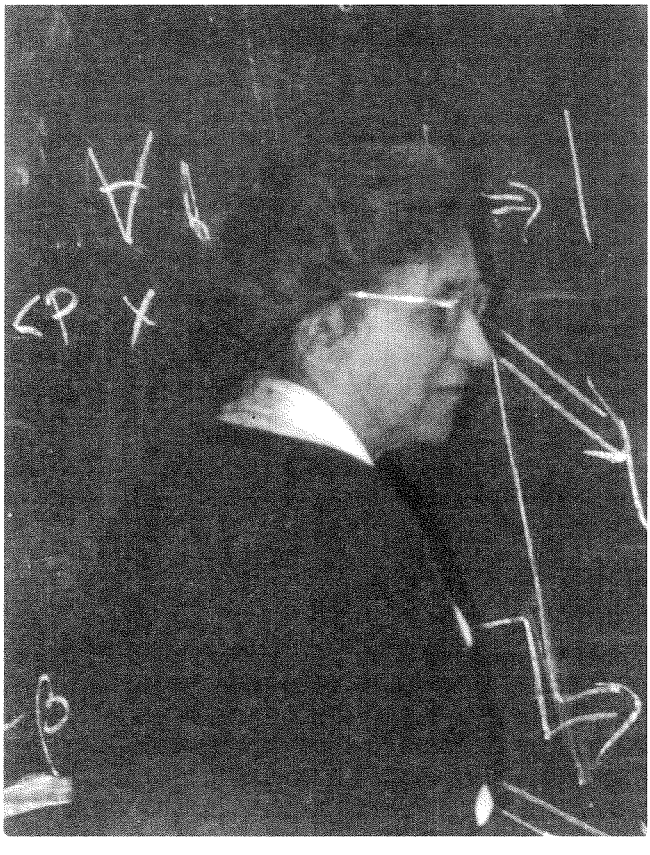
Notre société a perdu le 23 septembre dernier un de ses membres les plus anciens et les plus fidèles qui a joué tant en France que plus tard dans de nombreux pays étrangers un rôle de pionnier pour diffuser les mathématiques actuelles et leurs structures, dans les divers niveaux de l'enseignement à partir du plus élémentaire et faire mieux connaître leur puissance et leur unité à tous les enseignants.

Née le 15 mars 1901 à Nancy, Lucienne Félix est à 17 ans très éprouvée avec sa famille par la disparition aux armées de son frère Roger, qui entré très jeune et premier à l'Ecole Normale Supérieure s'annonçait brillant mathématicien. Elle entre à Sèvres en 1920, passe le CAES en 1922, est reçue première à l'agrégation des sciences mathématiques en 1923. Après une première période dans l'enseignement secondaire au lycée de Lille (préparation à l'ENS des jeunes filles) de 1923 à 1929, puis au lycée Hoche de Versailles de 1929 à 1931, elle est de 1929 à 1937 l'assistante d'Henri Lebesgue à Sèvres et y réfléchit avec lui en profondeur aux rapports entre la recherche qui se crée et l'enseignement qui se fait. Elle a précisé dans plusieurs ouvrages tout ce qu'elle devait à son vénéré maître. En retour elle a beaucoup contribué à faire connaître ses oeuvres sur l'enseignement de notre discipline.

En 1937, elle est nommée professeur de mathématiques spéciales au lycée de jeunes filles de Versailles (classe repliée à Orléans en 1939-40). Victime des lois racistes de Vichy elle est révoquée de 1941 à 1944. Pour lui fournir une activité conforme à son talent, Henri Lebesgue lui demande de rédiger ses "leçons sur les constructions géométriques" professées au Collège de France en 1931-32, 1932-33 et 1940-41, dans un but de formation des enseignants. Mis à l'abri, ce texte sera publié en 1950, il vient d'être réédité. En 1944, elle est internée avec son père au camp de Drancy et échappe d'extrême justesse à la déportation sans issue en Allemagne en août 1944. Bien que réintégrée alors, elle ne retrouve un poste, au lycée La Fontaine, qu'en 1946, victime d'administrateurs à courte vue et rancuniers. Elle y prendra sa retraite en 1966 après avoir reçu les insignes de Chevalier dans l'ordre du mérite.

De 1950 à 1960, elle est chargée d'interrogations à la Sorbonne où elle fréquente régulièrement les douze mathématiciens qui vont en dix-sept conférences organisées conjointement par la SMF et l' APMEP initier les professeurs parisiens à la mathéma- tique d'aujourd'hui. C'est elle qui en assure la rédaction et la publication afin que les provincieux puissent aussi en profiter.

Elle est, avec Caleb Gattegno, la fondatrice en 1950 de la "Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques", bientôt présidée par Gustave Choquet et dont le rôle actif se pour-



Lucienne Félix

-suit de nos jours par l'organisation de colloques annuels lieux de rencontre entre mathématiciens, didacticiens et praticiens de tous les pays.

Ses trois premiers ouvrages : "L'aspect moderne des mathématiques" (1957), "L'exposé moderne des mathématiques" (1958) et "Mathématique moderne Enseignement Elémentaire" (1960), connaissent un très bon succès et sont traduits en plus de huit langues. Elle publie des manuels pour l'enseignement secondaire (5e, 4e, 3e, Terminales) où elle concrétise ses idées originales. Elle s'intéresse aussi aux petits, comme en témoignent "Les cent problèmes du Petit Poucet", "Dans les Jardins de Monsieur Fève" (1962), et "Première mathématique" (1972). Elle collabore à la mise au point des "livres du problème" par l'IREM de Strasbourg. Elle écrit avec une collègue linguiste une "grammaire française structurale".

Comme souvent pour les pionniers l'importance de ses travaux est mieux connue et reconnue à l'étranger qu'en France. A partir de 1950 elle participe à de nombreux congrès internationaux et est invitée par des universités ou sociétés d'enseignants du monde entier : Europe de l'Ouest et de l'Est, Amérique du Nord, Centrale et du Sud, Israël. Elle s'y fait de multiples amis et y publie les articles les plus variés où éclatent son ingéniosité communicative et son dynamisme entrainant.

Elle apporte une forte contribution au grand mouvement de réflexion et de rénovation des années soixante en publiant de nouveaux ouvrages : "Mesures et nombres réels", "Dialogues sur la géométrie" (1971), et son hommage "Message d'un mathématicien : Henri Lebesgue" (1971).

Elle a consacré ses deux dernières années à rassembler et à rédiger ses souvenirs et ses expériences d'enseignement dans un ouvrage que Guy Brousseau et André Deledicq sont en train de publier.

Elle menait une vie presque spartiate mais ne ménageait jamais ses efforts pour aider ceux qu'elle aimait et soutenir avec générosité les causes qui lui tenaient à coeur. Elle a toujours combattu l'oppression. Elle a participé au mouvement d'aide aux mathématiciens dissidents de l'URSS et par son ouvrage "La science au Goulag" (1981), elle a fait connaître le drame des charashkas dans l'Europe de l'Est.

Nous ne l'oublierons pas.

Paul-Louis Hennequin

Louis Doustaing

LOUIS DOUSTAING (1960-1994)

Après avoir passé sa thèse à l'Université Paris 7 sous la direction de F. Norguet intitulée "comportement des singularités de classes de cohomologie par intégration sur les cycles analytiques, il est nommé Maître de Conférence à l'Université Nancy 1 en octobre 1991.

Il s'est beaucoup investi dans un cours de Licence de logique et algorithmique destiné aux futurs candidats au CAPES. Il travaillait dans mon équipe pour sa recherche. Un article en collaboration avec Jon Magnusson (Reykjavik) et moi-même vient de paraître en décembre dernier au journal de Crelles. Il réfléchissait ces derniers temps sur des généralisations des résultats de sa thèse.

Il a été élu au conseil de la Société Mathématique de France en 1993 et il est entré immédiatement au bureau comme trésorier adjoint. Outre cette fonction il a beaucoup aidé le secrétariat de la SMF pour les problèmes de TEX (Gazette, nouveau format Astérisque) et il travaillait aussi à la préparation de l'annuaire 95.

Il était passionné par la vidéo; il a, entre autres, filmés les conférences des Congrès européens de juillet 1992.

Actif, organisé, efficace et discret, d'humeur toujours égale, il était en permanence prêt à rendre service. Les relations avec Louis Doustaing étaient d'autant plus agréables que sa gentillesse était assortie d'un indéniable sens de l'humour.

Daniel Barlet

NICOLAAS H. KUIPER (1920-1994)

NICOLAAS H. KUIPER s'est éteint le 12 décembre 1994 à Heteren (Pays-Bas). Membre de l'Académie des Sciences des Pays-Bas, directeur de l'Institut des Hautes Etudes Scientifiques de 1971 à 1985, il avait fait partie du comité exécutif de l'Union Internationale des Mathématiciens de 1970 à 1974. C'était aussi un très fin géomètre, dont nous évoquerons certains travaux dans un prochain numéro. Nous prions ses proches de recevoir nos sincères condoléances.

Marc Chaperon

LIVRES

LIVRES REÇUS

Arithmetic of quadratic forms
Yoshiyuki Kitaoka
Cambridge Tracts in Mathematics no.106, Cambridge University Press, 1993.

Ce livre de 268 pages fournit une introduction aux formes quadratiques qui fait des définitions et aborde les résultats les plus récents. Il couvre en particulier la théorie des réseaux, la formule de Siegel et certains résultats utilisant les produits tensoriels de formes quadratiques définies positives. Il est conseillé aux étudiants en 3ème cycle, ou aux chercheurs qui veulent se faire une idée de ce sujet.

Polynomial invariants of finite groups
D. J. Benson
London Mathematical Society LNS 190

Soit G un groupe fini agissant linéairement sur un espace vectoriel V sur un corps K. La théorie des invariants cherche à décrire les polynômes sur V invariants par cette action de G. Ce livre donne en une synthèse d'une centaine de pages les résultats les plus classiques. On y trouve par exemple des preuves des théorèmes de Hilbert-Noether (l'anneau des invariants est engendré par un nombre fini d'éléments), de Hochster-Eagon (cet anneau est Cohen-Macaulay si l'ordre de G est premier à la caractéristique de K), de Watanabe (cet anneau est de Gorenstein si et seulement si G est inclus dans $SL(V)$), de Nakajima (caractérisant les anneaux d'invariants qui sont factoriels) et de Shephard-Todd (caractérisant les anneaux d'invariants qui sont des anneaux de polynômes). Ce livre est un complément intéressant à un autre ouvrage sur le sujet ("Invariant theory" de T.A. Springer, LNM 585, publié en 1977) sans oublier le monument classique de H. Weyl ("The classical groups", Princeton Univ. Press, 1953).

Dictionnaire des Mathématiques
Alain Bouvier, Michel George, François Le Lionnais
Presses Universitaires de France, 4ème édition mise à jour et augmentée, 1993.

La première édition a paru en 1979. Rappelons que ce dictionnaire contient le vocabulaire de toutes les mathématiques, des mots les plus simples rencontrés à l'école et au collège jusqu'aux termes de recherche. Les noms propres y figurent aussi, ainsi que quelques tables numériques en appendice. Cette dernière édition a été imprimée juste après l'annonce (1993) par A. Wiles de sa démonstration du théorème de Fermat. A la page "Fermat", il est fait référence à ces travaux.

Surveys in combinatorics
Keith Walker (rédacteur)
London Math. Soc., Lecture Note Series 187, Cambridge University Press, 1993.

Ce volume contient des exposés des conferenciés invités à la "British Combinatorial Conference". Ces exposés recouvrent plusieurs domaines

de l'analyse combinatoire actuellement à la pointe de la recherche, notamment la théorie des graphes, la cryptographie et les géométries finies. Ce receuil devrait intéresser à la fois les mathématiciens et les informaticiens.

COMPTES RENDUS

Infini et inconscient, Essai sur Georg Cantor

Nathalie Charraud

Anthropos Economica.

Ce livre est consacré à l'oeuvre mathématique et philosophique de Georg Cantor et à sa personnalité. Il présente un équilibre remarquable entre une présentation soignée, rigoureuse, des idées mathématiques et philosophiques de Cantor et de leur impact sur les mathématiques de son époque et une description du drame subjectif qu'il a vécu.

Le point de départ des recherches de Cantor est la théorie des fonctions, qui l'amène à l'étude topologique de la droite réelle. La grande question qu'il veut résoudre est celle de la nature du continu, dont il est amené à distinguer les aspects proprement topologiques des aspects liés à sa puissance. Il montre ainsi que la droite, le plan , l'espace ont tous la puissance du continu, par une construction que commente ainsi son ami Dedekind "Mais pour remplir les lacunes, vous êtes obligé d'introduire dans la correspondance une discontinuité à donner le vertige, qui réduit tout en atomes, telle que toute partie continûment connexe, si petite qu'elle soit, de l'un des domaines a une image complètement déchirée, discontinue". Cantor répond "Je suis de votre avis que si l'on impose à la correspondance d'être continue, on ne peut plus alors mettre en correspondance que des quantités à un nombre égal de dimensions; et que, de cette manière, le nombre de dimensions indépendantes constitue un invariant qui pourrait conduire à la définition du nombre de dimensions d'une variété continue". La preuve rigoureuse de ce qu'il avance là ne sera donnée que bien plus tard par Brouwer.

Ce vertige créé par une droite ainsi déchirée, Cantor tente de le réduire en concentrant son étude sur les cardinaux. Il est amené à montrer que le dénombrable et le continu n'ont pas la même puissance. Sa conjecture principale qu'on connait maintenant comme l'hypothèse du continu consiste à affirmer que la première puissance après le dénombrable est le continu.

Il y a en tout cas plusieurs infinis distincts, dont les relations sont loin d'être évidentes. On mesure mal maintenant le caractère révolutionnaire attaché à cette affirmation à l'époque. Cantor est vite amené à engendrer encore de nouvelles puissances. Il justifie ainsi sa démarche "Je ne vois vraiment pas ce qui pourrait nous retenir dans cette activité créatrice de nouveaux nombres, aussitôt qu'il apparaît que pour le progrès de la science l'introduction d'une nouvelle, parmi les innombrables classes de nombres, est devenue souhaitable ou même indispensable; et la dernière éventualité

me semble se produire effectivement en théorie des ensembles, peut être même aussi dans un domaine encore plus étendu; du moins sans cette extension je ne peux aller de l'avant, avec elle j'atteins toute sorte d'inattendu".

Pour imposer ses idées, Cantor affronte ces collègues mathématiciens, notamment Kronecker dont les conceptions finitistes s'opposent violemment à sa théorie et qui lui mettra des batons dans les roues sur le plan universitaire, mais aussi les théologiens qui situent Dieu en l'infini considéré comme unique. Pour Cantor la place de Dieu est tout simplement repoussée plus loin, au-delà de tous les nombres transfinis. Les paradoxes vont justement mettre en évidence que cette place est inconsistante.

Longtemps à la recherche d'une reconnaissance qui se révèle pleine de dangers au moment où il l'atteint enfin, ce qui déclenche une première crise, Cantor est ainsi plus tard confronté à un drame plus profond encore, dont il ne se remettra pas. Alors qu'il débarrasse ses oeuvres de toute référence philosophique ou religieuse, pour produire des textes rigoureusement mathématiques, il est confronté aux paradoxes et à l'échec de son programme. Il échoue sur la question du continu dont il ne parvient pas à montrer qu'il est la première puissance après celle du dénombrable, il échoue aussi à montrer sans axiome ad hoc que tout ensemble peut être bien ordonné. Il assiste à l'émergence de l'axiomatique de la théorie des ensembles dont l'étude rendra relative et complexe la vérité qu'il croyait définitive.

Cantor est quelqu'un qui va jusqu'au bout. Resté classique par sa conviction que la vérité des mathématiques est absolue, voire que Dieu lui-même les révèle à lui, il ouvre pour nous les voies de la modernité. Lui même ne parviendra pas à franchir le pas. Il faudra du temps pour aller plus loin que lui, pour renverser la perspective. Plusieurs décennies seront nécessaires pour que le problème de l'hypothèse du continu se révèle finalement indécidable, grâce au travail de P. Cohen et à la technique du forcing.

Cette mise à jour dans sa production scientifique de nouvelles vérités certes mais aussi de limitations inattendues, de difficultés ou d'échecs a chez Cantor un caractère implacable. "C'est le drame, le drame subjectif que coûte chacune de ces crises. Ce drame est le drame du savant. Il a ses victimes, dont rien ne dit que leur destin s'inscrit dans le mythe de l'Oedipe. Disons que la question n'est pas très étudiée. ... Cantor, je ne vais pas dresser un palmarès de ces drames allant parfois jusqu'à la folie, où des noms de vivants viendraient bientôt." (J. Lacan, Ecrits, La science et la vérité). Il est frappant de constater que l'intérêt de Lacan pour Cantor ne vas pas au psychotique mais bien au grand scientifique, à l'origine du tournant décisif de notre discipline au début du 20 ŝiècle et que c'est dans la démarche créatrice du savant qu'il entrevoit un au-delà de l'Oedipe.

Nathalie Charraud réussit à décrire une mathématique vivante, une recherche exigeante qui va jusqu'au bout. On y voit un géant qui se bat, avec l'infini; on y voit une mathématique incarnée, passionnée, pleine de

surprises, libre certes mais aussi contrainte par sa logique interne. On ne triche pas avec les mathématiques.

Marie-Françoise Roy
Université Rennes 1

Microlocal analysis for differential operators

A. Grigis & J. Sjøstrand

Cambridge University Press/ London Mathematical Society Lecture Note Series 196

Les auteurs présentent une introduction à l'analyse microlocale dans le cadre des équations aux dérivées partielles linéaires, son domaine d'origine.

Soit $A = \sum_{|\alpha| \leq m} a_\alpha(x)\partial_\alpha$ *un opérateur différentiel linéaire d'ordre* m *sur un ouvert de* $\mathbf{R}^n$ *et* $a(x,\xi) = \sum_{|\alpha| \leq m} a_\alpha(x)(i\xi)^\alpha$ *son symbole (total). On peut alors écrire* $Au(x) = \int e^{i(x,\xi)} a(x,\xi)\hat{u}(\xi)d\xi$ *où* $\hat{u}$ *est la transformée de Fourier de* u. *Cette formule a encore un sens pour une grande classe de fonctions* a *avec des propriétés voisines de celles d'un polynôme de degré* m *— dans cet ouvrage les symboles de type* (ρ, δ) *— et les opérateurs ainsi obtenus sont appelés opérateurs pseudo-différentiels. En fait, ces opérateurs sont une sous-classe des opérateurs Fourier intégraux, qui sont définis par un noyau-distribution* $A(x,y) = \int\int e^{i\varphi(x,y,\theta)} a(x,y,\theta)d\theta$ *où la phase* φ *et l'amplitude* a *satisfont des conditions convenables et l'intégrale est une intégrale oscillante. Pourquoi introduire de tels opérateurs? D'abord, quelques mots sur leurs propriétés. Les opérateurs pseudo-différentiels sont stables par composition, par adjonction et il existe un calcul symbolique. Ils sont aussi stables par conjugaison par un difféomorphisme (et même mieux, comme nous le verrons plus loin) et on peut les définir sur une variété. Seul le symbole principal—le terme homogène de degré* m*—peut être défini globalement et c'est une fonction sur le fibré cotangent. De même que les opérateurs différentiels sont locaux (ils n'augmentent pas le support), les opérateurs pseudo-différentiels sont pseudo-locaux (ils n'augmentent pas le support singulier). En d'autres termes, le noyau-distribution d'un opérateur pseudo-différentiel est* C^∞ *en dehors de la diagonale et sa singularité sur la diagonale est controlée par son symbole principal qui permet en particulier de définir le microsupport singulier de l'opérateur, notion-clé due à Hörmander de la microlocalisation. Celle-ci consiste en effet à localiser l'opérateur au niveau de l'espace des phases au lieu de l'espace de configuration. Le rôle du fibré cotangent et de sa structure symplectique s'impose encore plus nettement pour l'intégrale oscillante* $\int e^{i\varphi(x,\theta)} a(x,\theta)d\theta$. *Par exemple la phase définit une sous-variété lagrangienne qui contient le microsupport singulier et il est naturel d'étudier les intégrales oscillantes (ou les opérateurs Fourier intégraux) attachés à une sous-variété lagrangienne donnée. Les opérateurs Fourier intégraux se composent bien, de plus les opérateurs pseudo-différentiels sont stables par conjugaison par un opérateur Fourier intégral (en particulier par une transformation canonique). Venons-en aux applications. Le cas le plus simple est celui d'un opérateur elliptique : le symbole est inversible et le calcul symbolique permet la construction d'une parametrix, c'est-à-dire un in-*

verse modulo les opérateurs régularisants (qui sont exactement les opérateurs pseudo-différentiels d'ordre $-\infty$). Dans les autres cas, on étudie le microsupport singulier du noyau à l'aide du symbole principal et on en déduit des résultats sur la propagation des singularités. Les opérateurs Fourier intégraux trouvent leur origine dans la construction d'une parametrix asymptotique pour le problème de Cauchy strictement hyperbolique (une généralisation due à Lax et Maslov de la méthode WKB).

Le but des auteurs est de donner un accès rapide à ce sujet et d'en faire comprendre les mécanismes de base. Ils soulignent que les deux principes fondamentaux sont simplement l'intégration par parties et la méthode de la phase stationnaire; ils mettent plus en avant que la plupart de leurs prédécesseurs l'usage de ce dernier outil, qu'ils introduisent dans le deuxième chapitre, le premier étant consacré aux espaces de symboles et aux intégrales oscillantes. Ils supposent que le lecteur est familier avec la théorie des distributions et en particulier la transformation de Fourier et qu'il a les connaissances de base de l'analyse fonctionnelle et de la géométrie différentielle. Les éléments de géométrie symplectique nécessaires sont développés au fur et à mesure. Il est divisé en 12 chapitres, accompagnés de très nombreux exercices qui consolident la compréhension du sujet, illustrent ou complètent la théorie. La rédaction est un bel équilibre de rigueur et de clarté, le travail du lecteur étant plus sollicité vers les derniers chapitres. Ce petit livre (150 pages) remplit parfaitement son but et tient une place de choix à côté du traité [1] de L. Hörmander.

[1] L. Hörmander, *The analysis of linear partial differential operators* III et IV, Vol.274-275, Sringer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1985.

Jean Renault
Université d'Orléans

Exact controllability and stabilization. The multiplier method.

Vilmos Komornik,
Masson / John Wiley, 1994, 168 p.

Ce livre est divisé en deux parties. Dans la première, on étudie la contrôlabilité exacte à la frontière d'équations du second ordre modélisant des systèmes vibrants en mécanique des milieux continus. La méthode de base est celle dite des multiplicateurs, dans l'esprit des travaux de Jacques-Louis Lions et Lop-Fat Ho. L'auteur y expose entre autres ses résultats sur l'optimalité du temps de contrôle, et des estimations fines dans cette direction sont obtenues par des méthodes d'analyse harmonique vectorielle. La deuxième partie est consacrée au problème, lié au précédent, de la stabilisation uniforme sur les bornés en énergie au moyen d'un opérateur frontière de type dissipatif (sytème en boucle fermée). On utilise alors les espaces fonctionnels et les inégalités de la première partie pour construire des fonctionnelles de Liapounov adaptées.

Alain Haraux
C.N.R.S., Université Paris 6