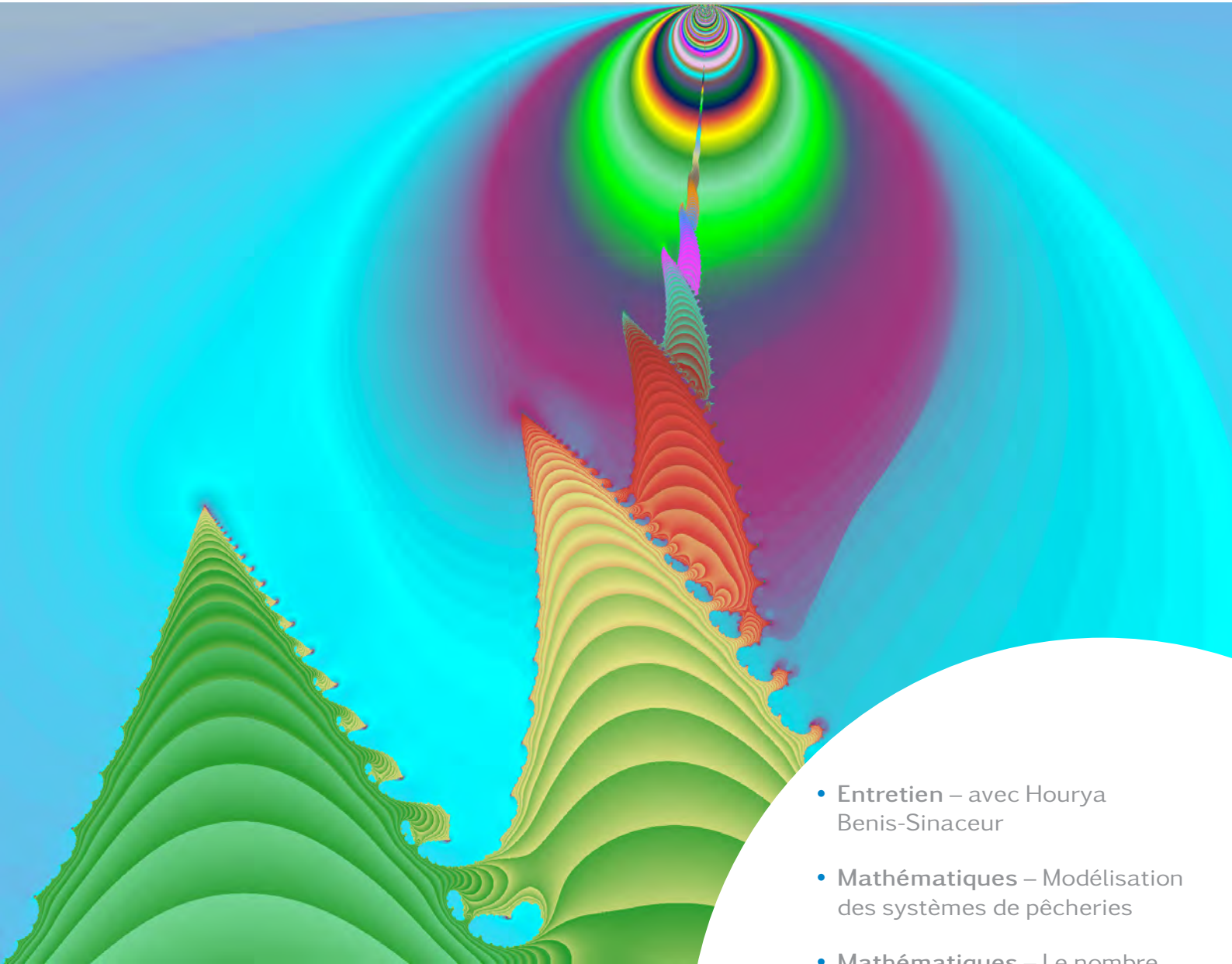


la Gazette

de la Société Mathématique de France



- **Entretien** – avec Hourya Benis-Sinaceur
- **Mathématiques** – Modélisation des systèmes de pêcheries
- **Mathématiques** – Le nombre d'or et la topologie quantique
- **Information** – La formation mathématique à la Une

Comité de rédaction

Rédacteur en chef

Damien GAYET

Institut Fourier, Grenoble
damien.gayet@univ-grenoble-alpes.fr

Rédacteurs

Mikael DE LA SALLE

Université de Lyon
delasalle@math.univ-lyon1.fr

Christophe ECKÈS

Archives Henri Poincaré, Nancy
eckes@math.univ-lyon1.fr

Sophie GRIVAUX

Université de Lille
grivaux@math.univ-lille1.fr

Charlotte HARDOUIN

Université de Toulouse
charlotte.hardouin@math.univ-toulouse.fr

Pauline LAFITTE

École Centrale, Paris
pauline.lafitte@centralesupelec.fr

Mylene MAÏDA

Université de Lille
mylene.maida@univ-lille.fr

Gabriel RIVIÈRE

Université de Nantes
Gabriel.Riviere@univ-nantes.fr

Secrétariat de rédaction :

SMF – Claire ROPARTZ
Institut Henri Poincaré
11 rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris cedex 05
Tél. : 01 44 27 67 96 – Fax : 01 40 46 90 96
gazette@smf.emath.fr – <http://smf.emath.fr>

Directeur de la publication : Fabien DURAND

ISSN : 0224-8999



À propos de la couverture. La figure est une illustration tirée de la dynamique d'une application polynomiale dans $\mathbb{C}^2$. Elle représente une tranche de l'espace des phases par un plan complexe passant par un point fixe « semi-parabolique », situé à l'intersection des régions concentriques en haut de l'image. Les régions verte puis jaune puis rouge etc. En bas de l'image sont des points situés dans le bassin d'attraction de l'infini. La couleur dépend du nombre d'itérations nécessaires pour atteindre un voisinage de l'infini. (crédit : Shigehiro Ushiki).

N° 172

Éditorial

Les psychologues ont les planches de Rorschach, nous avons maintenant les couvertures de la *Gazette*. Ne vous inquiétez donc pas si vous voyez dans cette nouvelle couverture une procession inquiétante de cochenilles géantes ou une noria de tanks coincés par une logistique défaillante (certes, si cette image ne vous évoque que « des pixels de couleurs diverses », alors peut-être faut-il vous inquiéter ?). Mais trêve de psychologie de comptoir : la couverture représente une coupe d'un système dynamique holomorphe de deux variables complexes. Elle est un hommage graphique à Nessim Sibony, l'un des fondateurs de ce domaine, et pour lequel la *Gazette* publie un carnet. Au fil des témoignages touchants, fins, parfois amusants, les lectrices et lecteurs qui ne le connaissaient pas découvriront le formidable mathématicien à l'humour pince-sans-rire qu'était Nessim Sibony.

Dynamique toujours, avec le premier article de mathématique de notre *Gazette* d'avril. Et comme on ne fait pas les choses à moitié dans la finesse, il s'agit de poissons ! Non, nous ne publions pas l'un de ces canulars à la Sokal, mais un très sérieux et agréable article, tout en progression tranquille, plongeant dans le maelström écologico-économique de l'halieutique. Si vous voulez savoir comment transformer un cycle infernal de type proie-prédateur, avec un important risque au passage d'extinction des poissons, en un point fixe stable, symbole de pêche durable, alors lisez l'article. Si vous êtes vegans, oui vous avez une réponse plus simple au problème.

Le second article de mathématiques décrit un pont incroyable (pour les profanes) entre deux concepts aux antipodes de la géométrie : le théorème des quatre couleurs et le groupe modulaire. Étonnamment, l'auteur de ce très bel article parvient à nous faire comprendre ce pont, de la construction de ses piliers à la pose, parfois soudaine et surgie de nulle part (la faute à ces physiciens !), de son tablier. Vous y croiserez de drôles de personnages, un IBM 360, Birkhoff (que faisait donc ce dynamicien dans cette galère ?), un nombre de couleurs égal à 3,618..., ainsi qu'une *étrange coïncidence* qui s'acoquine à quelques *secrets*.

D'autres ponts, vous en traverserez avec une nouvelle interview passion-

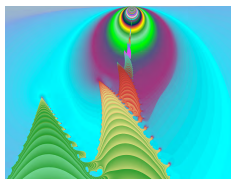
nante de la philosophe et historienne Hourya Benis-Sinaceur. De la fillette non francophone de Casablanca à la célèbre professeure de la Sorbonne, vous parcourrez la vie intellectuelle et académique de l'un des piliers en France de la philosophie des mathématiques. On y découvrira ou croisera une demande d'inscription secrète au lycée Fénelon, l'influence de Simone de Beauvoir, de Suzanne Bachelard, de Georges Canguilhem et même de Paul Éluard, une plongée dans l'œuvre de Bolzano (après un apprentissage express de l'allemand!), bien sûr l'importance fondamentale de Jean Cavailles, ou encore les *deux façons de concevoir la philosophie des mathématiques*.

Après les conséquences funestes de la dernière réforme du lycée, verra-t-on encore des profils de femme philosophe possédant un bac+5 en mathématiques, comme Hourya Benis-Sinaceur ? Un article placé en rubrique information retrace les aventures rocambolesques de la SMF au sein de l'impitoyable microcosme politique et médiatique autour de cette réforme qui a fait chuter le nombre de lycéennes à choisir les mathématiques comme spécialité. La lutte de nos collègues sur ce double front est vraiment passionnante et, vue de nos tranquilles laboratoires, très singulière. Vous pourrez lire les textes d'autres collègues œuvrant pour la communauté : pour l'accès libre à la connaissance (Mathdoc), pour la diffusion des mathématiques dans le secondaire (Kits), pour la réduction de nos émissions de carbone (Labos 1point5), pour comprendre pourquoi les chargés de recherche ne veulent plus devenir professeurs d'université (Conseil scientifique de l'INSMI).

Cette *Gazette* se termine par une dynamique recension d'un livre de sociologie qui explique pourquoi les filles et les enfants des classes populaires ont plus tendance que les autres à prendre leurs distances avec les sciences à partir du collège. Si vous aimez voir vos préjugés malmenés par des études précises et de terrain, je vous le conseille fortement.

Sophie Grivaux quitte le comité, après six ans d'un excellent et intense travail pour la *Gazette*. Toute l'équipe de la *Gazette* s'associe à moi pour la remercier chaleureusement. Nous vous souhaitons par ailleurs une bonne *Gazette*, un heureux printemps, et bien sûr de belles mathématiques.

Damien GAYET



N° 172

Sommaire

SMF	5
Mot du président	5
MATHÉMATIQUES	11
Modélisation des systèmes de pêcheries – <i>A. MOUSSAOUI</i>	11
Le nombre d'or et la topologie quantique – <i>J. MARCHÉ</i>	21
ENTRETIEN	31
Un entretien avec Hourya BENIS-SINACEUR	31
DIFFUSION DES SAVOIRS	39
Activités de diffusion mathématique : appel à contributions – <i>I. CHATTERJI et al.</i>	39
INFORMATION	46
La formation mathématique à la Une – <i>M. GUENAI</i>	46
<i>Mathdoc</i> , des projets et des défis pour la communauté mathématique – <i>É. MIOT</i>	55
<i>Labos 1point5</i> : transformer la recherche collectivement pour réduire son impact sur l'environnement – <i>E. CARCIOFI</i>	58
À propos du conseil scientifique de l'INSM – <i>R. CARLES</i>	61
CARNET	67
En hommage à Nessim SIBONY	67
LIVRES	77



N° 172

Mot du président

Chères lectrices et lecteurs de la Gazette,

Les 16, 17 et 18 mars 2022 nous avons célébré les 150 ans de la SMF à l'Institut Henri Poincaré. Je me permets de vous livrer les quelques mots que j'ai eu l'honneur de prononcer en ouverture de ces journées.

Chers ami.e.s des mathématiques,

La SMF est une œuvre collective qui a su traverser les époques en participant activement aux évolutions du milieu de la recherche et de l'enseignement. Une association ne peut pas exister aussi longtemps sans une forte adhésion de la communauté. Je remercie donc cette communauté, toutes les adhérentes et tous les adhérents, les membres des conseils d'administration et bureaux successifs ainsi que les présidents depuis la création de la SMF.

C'est grâce à cette communauté que nous nous retrouvons ici aujourd'hui. Je remercie également nos partenaires et interlocuteurs récurrents que sont l'INSM, l'IHP, Animath, ainsi que le Ministère de l'Éducation nationale de la Jeunesse et des Sports et le Ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de l'Innovation.

Il est important également de mentionner toutes les associations et sociétés savantes amies avec lesquelles nous coopérons régulièrement, je pense à la SMAI, la SFds, l'APMEP, la CFEM, Femmes et Mathématiques, j'en oublie.

Toutes et tous ont joué et jouent un rôle structurant fondamental pour l'évolution de notre écosystème.

Un peu d'histoire sur cette structuration. Rappelons que la création de la SMF, en 1872, a fait suite à la guerre de 1870 et au constat du manque de structuration scientifique de la France, notamment l'absence de réelles structures universitaires. Son premier président fut Michel Chasles.

La Société Française de Physique fut ensuite créée en 1873. Puis vint le tour de l'IHP en 1928 au lendemain de la Grande Guerre, pour les mêmes

raisons, sous l'impulsion d'Émile Borel qui fut le président de la SMF en 1905.

Cet institut a pris le nom d'Henri Poincaré, président à deux reprises de la SMF, président de la SFP et de la Société Astronomique de France.

J'en profite pour remercier l'IHP de nous accueillir dans ses locaux.

Depuis sa création la SMF a pour objet l'avancement et la propagation des études de mathématiques pures et appliquées. C'est l'article premier de ses statuts. Néanmoins son rayon d'action s'est considérablement élargi au fil des années. D'abord très concentrée sur la communauté des chercheurs, la notion de propagation s'est étendue à tous les publics et à tous les sujets touchant les mathématiques.

Ces journées ont été bâties pour refléter les activités principales de la SMF.

Il y a évidemment la recherche en mathématiques, dont les exposés des collègues seront les témoins. Je les remercie chaleureusement au passage.

En matière de diffusion de ces travaux, il n'est pas inutile de rappeler que la SMF est à l'origine de la création du CIRM. Créé en 1981, internationalement et unanimement apprécié, la SMF en est l'une des trois tutelles avec l'INSM (CNRS) et Aix-Marseille Université. C'est un fleuron de la diffusion et du partage des travaux mathématiques.

La SMF a depuis une vingtaine d'années considérablement étoffé ses activités de diffusion vers le grand public avec ses cycles de conférences, son concours SMF Junior, et plus récemment en prenant à sa charge la gestion du programme MATHC2+ pour les élèves de collèges et de lycées. Remerciements au passage Animath, partenaire éminent et fondamental dans le développement de cette activité. Les spectacles qui auront lieu en soirée témoigneront de cette volonté de faire découvrir les mathématiques contemporaines au plus grand nombre et sous des angles non académiques.

Chaque journée est ponctuée par une table ronde qui nous donnera l'occasion de réfléchir à des sujets fondamentaux pour notre communauté. Le thème général de ces tables rondes est :

À quoi sert la SMF ?

En raison d'une longue histoire de défense des droits humains au sein de la communauté mathématique française, il nous est apparu fondamental d'en parler. Nous avons à l'esprit des cas individuels récents de collègues mathématiciennes et mathématiciens comme ceux de Leila Soueif, Tuna Altinel (qui sera présent à la table ronde) et Azat Miftakhov. Plus anciens comme ceux de Ibni Oumar Mahamat Saleh, Léonide Pliouchtch ou Maurice

Audin. Nous avons également à l'esprit quelques défenseurs emblématiques de ces droits comme Laurent Schwartz et Michel Broué qui sera présent à cette table ronde. Il est légitime de se demander si la SMF ne sort pas de son rôle en relayant les actions des comités de soutien à ces collègues et en émettant des communiqués dénonçant les situations dans lesquelles elles et ils se trouvent. L'article 2 des statuts de 1872 répond partiellement à cela : « Aucune discussion ne peut avoir lieu sur des objets étrangers aux mathématiques. » Cet article a disparu dans les nouveaux statuts de 2019.

Les événements récents, l'agression injustifiable et abjecte de l'État russe sur le peuple ukrainien, nous amène à nous ré-interroger : face à tous ses morts innocents, devons-nous, la SMF, prendre position et dépasser le cadre des mathématiques ou bien déclarer que ne s'agissant pas de la promotion des mathématiques, la SMF ne doit pas émettre de position ?

C'est une question difficile bien que dérisoire face à tant de cruauté. Le soutien, l'aide, la coopération universelle entre mathématiciens et mathématiciennes a toujours existé même pendant les guerres passées et n'est pas en contradiction avec l'article 2 cité plus haut. Ainsi, le Bureau de la SMF, réuni la semaine passée, a ainsi émis l'avis suivant :

« La SMF exerce ses compétences dans le domaine des mathématiques dont la promotion est son objet social. Aussi, si la SMF condamne sans réserve l'agression russe et la guerre en Ukraine qui en résulte, elle souhaite œuvrer principalement en promouvant la solidarité avec les collègues ukrainiens touchés par la guerre. La situation des collègues russes ou biélorusses qui, en raison de leur prise de position contre cette guerre, sont menacés dans leur pays est aussi prise en considération. La SMF va donc tâcher de recenser les besoins, en particulier en termes d'accueil, de les transmettre au ministère de l'enseignement supérieur, de la recherche et de l'innovation et de proposer d'éventuelles solutions d'accueil et d'aide. »

Une deuxième table ronde concernera l'édition scientifique. Depuis sa création la SMF est un éditeur scientifique publiant avec le plus grand soin des contenus de grande qualité en recherche mathématique. Avec l'avènement des pages web, l'édition scientifique a été complètement bouleversée et s'est considérablement diversifiée. De plus l'injonction, naturelle, prônant l'accès universel aux documents scientifiques oblige la SMF, et le milieu de l'édition scientifique, à revoir leurs modèles économiques autrefois uniquement basés sur l'achat de formats « papier ».

La SMF est résolument engagée dans cette mutation en ayant fait le choix d'aller vers ce que l'on appelle désormais la « science ouverte ». Deux opérations sont en cours de réalisation. La SMF va donner un accès électronique

gratuit à tous ses livres parus avant 2020, sans condition, et elle va fournir aux institutions africaines des abonnements électroniques gratuits.

Cette direction n'est pas sans risque. La SMF a besoin du soutien de la communauté pour mener à bien cette transformation. La table ronde sur l'édition sera l'occasion de dresser un panorama des difficultés qu'il faudra dépasser pour converger vers un modèle préservant la santé financière de la SMF et répondant aux souhaits de science ouverte de la communauté.

La SMF participe à la réflexion et aux évolutions de l'enseignement des mathématiques à tous niveaux. Elle s'appuie sur sa Commission Enseignement et sur les associations amies avec lesquelles elle partage ses réflexions, élabore des analyses, écrit des textes, collecte et relaie des informations. Elle est régulièrement consultée par des missions gouvernementales. Ce fut le cas il y a quelques semaines au sujet de la réforme du lycée, suite à un emballement médiatique provoqué notamment par la publication d'un communiqué collectif au sujet de la place de filles et des maths au lycée. Cette visibilité médiatique alimentée par une activité intense du collectif élargi aux sciences a permis d'inviter la question de la formation en mathématiques des jeunes dans la campagne présidentielle. Cette mobilisation collective et massive semble actuellement faire bouger les lignes dans le champ politique, et se poursuit. Cela représente une énorme quantité de travail, dix textes en deux mois, une mobilisation qui dépasse les mathématiques, vingt-deux sociétés et associations ont participé à ces rédactions, regroupant toutes les mathématiques, une grande partie de l'informatique et de la physique, un peu de biologie. Cela représente également un gros impact médiatique avec pas loin de deux cents relais dans les médias, des interventions au sénat, à l'assemblée, dans les discours de candidature. La SMF milite pour une formation en mathématiques et en sciences, de qualité, pour tous et toutes, de tout genre et toute origine sociale, sur tout le territoire français, pour nos futur.e.s citoyennes et citoyens, pour leur permettre d'acquérir des savoirs solides leur permettant d'appréhender un monde et des carrières en mutations permanentes. Aucune population ne doit être oubliée. C'est un enjeu majeur pour la société. Sur ce sujet, la France ne peut pas se passer d'une réflexion approfondie installée dans un temps indépendant du calendrier politique, qui réunisse tous les acteurs concernés, et désignés de façon collégiale. Faute de quoi nous ne pourrions pas participer aux développements des sciences et technologies du futur. Lors des débats de la table ronde intitulée « Enseignement des mathématiques : où allons-nous ? » seront abordés les aspects historiques, présents et futurs de l'enseignement des mathématiques.

Vous le saviez, sinon j'espère vous avoir convaincu, que malgré ses 150 ans

la SMF est plus que jamais active, dynamique, écoutée et à votre écoute. Il y a encore beaucoup de projets à mettre en place au bénéfice de la communauté mathématique.

Toute participation constructive est la bienvenue.

Pour que nous soyons entendus nous devons être nombreux alors faites savoir qu'il est important d'adhérer à la SMF.

Je vous remercie pour votre écoute.

Ces journées se sont parfaitement déroulées et ont suscité l'intérêt des présentes et présents, je crois. N'hésitez pas à vous faire votre opinion en visionnant les différents éléments du programme sur YouTube. J'ai le sentiment que ce fut un succès. Cela n'aurait pas été possible sans la très forte implication des salariées de la SMF. Je les en remercie.

Le 3 avril 2022

Fabien DURAND, président de la SMF



Modélisation des systèmes de pêcheries

• A. MOUSSAOUI

1. Introduction

Dans le domaine de l'halieutique¹, plusieurs modèles mathématiques ont été développés pour mieux comprendre la dynamique des systèmes de pêcheries² [4, 9, 11, 12]. Ces modèles ont pour objectif la contribution au développement de quelques outils d'aide à la décision dans le contexte de grands défis mondiaux en termes de pêche afin d'assurer un développement durable de la ressource, compromis entre la maximisation des revenus de la pêche et la pérennité des stocks. C'est dans ce contexte que nous présentons ce travail qui se compose de quatre parties organisées comme suit : la première partie rappelle deux modèles halieutiques classiques utilisés pour l'évaluation de la ressource, ces deux modèles peuvent être considérés comme des briques élémentaires pour les modèles multi-sites que nous allons présenter par la suite. La seconde partie s'intéresse à l'étude d'un modèle mathématique d'une pêcherie multi-sites. Les sites correspondent à des dispositifs de concentration des poissons (DCP) qui ne sont rien d'autre que des objets flottants naturels ou construits par l'homme et qui attirent les poissons. Le modèle décrit la variation au cours du temps de la ressource (biomasse de poissons) et de l'effort de pêche sur chacun des sites. L'objectif est d'étudier les effets du nombre de sites sur l'activité totale de la pêche. Ensuite, un modèle bio-économique spatialisé est développé qui vise à analyser les effets possibles de la création des aires marines protégées, sites où la pêche est interdite sur le stock de poissons. Finalement, nous étudions l'évolution d'une population structurée en âge continu avec des taux dépendant de l'âge. La population de poissons est représentée

par une équation aux dérivées partielles du premier ordre structurée en âge et l'effort de pêche est représenté par une équation différentielle ordinaire dans le temps. Nous démontrons que le comportement de la population dépend d'une valeur qui est étroitement liée au taux net de reproduction de la population. Nous terminons par une conclusion qui résume les différents résultats.

2. Modèles classiques en halieutique

Le modèle le plus simple propose une équation logistique pour le stock de poissons avec un terme de capture proportionnel au stock n et à l'effort de pêche E (défini par le nombre de bateaux impliqués dans la pêche ou le nombre d'heures de pêche en mer). Avec ces hypothèses, le modèle s'écrit :

$$\frac{dn}{dt} = rn \left(1 - \frac{n}{K} \right) - qEn \quad (1)$$

avec r et K des valeurs réelles positives, appelées respectivement le taux de croissance intrinsèque de la population et la capacité limite du milieu. Le second terme négatif du second membre de l'équation (1) représente la capture par la pêche avec un taux de capture q appelé « capturabilité » et un effort de pêche maintenu à un niveau constant. Un calcul simple permet de réécrire l'équation (1) sous la forme suivante :

$$\frac{dn}{dt} = \rho n \left(1 - \frac{n}{\Psi} \right)$$

avec $\rho = r - qE$, et $\Psi = K(1 - \frac{qE}{r})$. On retrouve alors un modèle logistique et deux cas se présentent.

1. L'halieutique est la science qui étudie la relation entre l'homme et les populations qu'il exploite par la pêche, elle cherche à améliorer la situation des pêches.

2. La notion de pêcherie se rapporte aux ressources halieutiques d'une zone spécifique de pêche, exploitées par une flottille déterminée.

1. $\rho < 0$, c'est-à-dire $E > \frac{r}{q}$. Le seul équilibre non négatif est l'origine, qui est stable. La population est surexploitée et disparaît.
2. $\rho > 0$, c'est-à-dire $E < \frac{r}{q}$, la pression de pêche est modérée, il y a deux équilibres, l'origine et $\Psi > 0$. L'origine est instable mais $\Psi < K$ est globalement asymptotiquement stable, cela veut dire que toutes les trajectoires autres que l'origine convergent vers cet équilibre.

Il est également important de prendre en compte les variations de l'investissement dans les modèles de gestion des pêches. Par définition, la rente halieutique est égale à la différence entre la valeur des captures, correspondant à la capture multipliée par le prix unitaire au débarquement p , et le coût de l'effort de pêche. Le coût unitaire c de l'effort de pêche résulte de l'achat du fuel, des salaires des pêcheurs et des différentes taxes. Ainsi, l'effort de pêche augmente si la pêcherie est rentable (rente positive). Symétriquement, en cas de rente négative, il diminue. Sous ces hypothèses, le modèle s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{dn}{dt} = rn\left(1 - \frac{n}{K}\right) - qEn, \\ \frac{dE}{dt} = (pqn - c)E. \end{cases} \quad (2)$$

Ce système est bien connu car il ressemble au modèle prédateur-proie de Lotka-Volterra avec une croissance logistique des proies [9]. Il admet trois équilibres, $(0,0)$, où il n'y a ni poisson ni pêche, un équilibre sans pêche ESP $(K,0)$, aussi bien qu'un équilibre qui permettra un développement durable de la

pêche EPD (n^*, E^*) , avec

$$\begin{cases} n^* = \frac{c}{pq}, \\ E^* = \frac{r}{q}\left(1 - \frac{c}{pqK}\right). \end{cases}$$

Cet équilibre est positif lorsque $pqK > c$, autrement dit lorsque les coûts d'exploitation de la pêcherie sont suffisamment faibles. En utilisant l'analyse de stabilité linéaire, on peut montrer que l'origine $(0,0)$ est toujours un équilibre instable (point selle) et que les deux cas suivants se produisent.

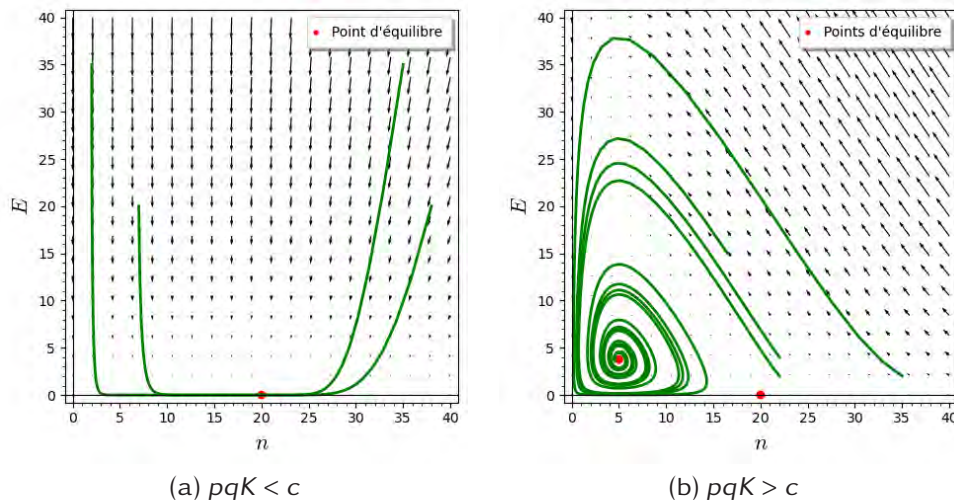
- Si $pqK < c$, l'EPD n'est pas positif, et l'ESP $(K,0)$ est globalement asymptotiquement stable. La pêche n'est pas viable, le modèle prédit l'extinction de la pêche (figure 1a).
- Si $pqK > c$, l'EPD est positif et est globalement asymptotiquement stable, et l'ESP est instable (figure 1b).

Dans ce cas, la pêche est viable et la capture à l'équilibre est donnée par

$$Y^* = qn^*E^* = \frac{rc}{pq}\left(1 - \frac{c}{pqK}\right). \quad (3)$$

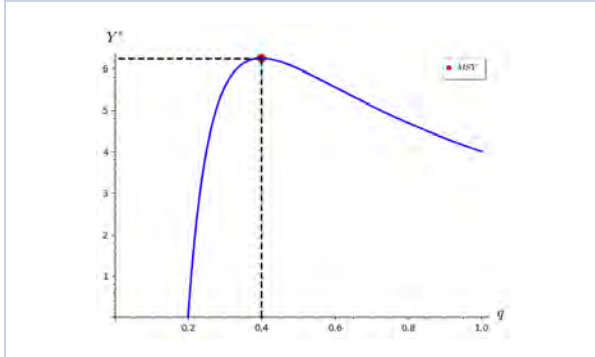
La production maximale équilibrée (fréquemment désignée par son sigle anglais **msy** : **M**aximum **S**ustainable **Y**ield) se définit par la capture maximum, pouvant être soustraite de la population d'une espèce donnée durant une période illimitée sans épuiser la ressource. Considérons tous les paramètres constants, sauf le paramètre de capturabilité q . On voit de l'équation (3) que Y^* est une fonction de q . Y^* atteint la valeur maximale lorsque $q = 2c/pK$, correspondant au **msy**.

FIGURE 1 – Portrait de phase du modèle (2)



Pour cette valeur de q , la capture optimale à l'équilibre est égale à $rK/4$, avec un niveau d'effort amenant la biomasse d'équilibre au seuil $K/2$ (figure 2).

FIGURE 2 – Graphe de la capture à l'équilibre en fonction de q . Pour $r = 0.5$, $K = 20$, $p = 0.1$, $c = 3$. Le MSY est obtenu pour $q = 0.4$.



3. Modèle de pêche multi-sites

Dans la pratique, les bateaux se déplacent entre plusieurs sites de pêche. Chaque site de pêche est en général caractérisé par sa capacité limite et le surcoût d'effort de pêche. Ainsi, les hypothèses de pêche d'homogénéité spatiale, c'est-à-dire l'absence de variation dans l'espace, semblent souvent

trop restrictives. Dans [2], j'ai collaboré avec une équipe de l'IRD à un travail de modélisation mathématique des systèmes de pêcheries. Dans cet article, nous avons considéré un système de pêcheries constitué de plusieurs dispositifs de concentration de poissons (DCP) ou FADs en anglais (Fish aggregating devices). Les DCP sont des objets flottants installés le long de la côte ou en haute mer parce qu'ils attirent les poissons qui y séjournent pendant quelque temps, typiquement quelques jours avant de retourner en haute mer (figure 3). Les pêcheurs visitent régulièrement les DCP où ils pêchent les poissons qui s'y trouvent. Un des problèmes majeurs en halieutique concerne la structure de ces systèmes de pêcheries, par exemple combien de DCP faut-il installer en haute mer pour optimiser la rentabilité de la pêche sans risquer l'extinction du stock exploité? Dans ce travail, il est montré qu'il existe un nombre optimal de DCP à poser pour optimiser la rentabilité de la pêche.

3.1 – Présentation du modèle

Nous considérons la côte comme étant une chaîne linéaire de L sites artificiels DCP. Dans notre modèle, les bateaux de pêche capturent seulement les poissons qui se trouvent autour des DCP. Il n'y a pas de pêche dans la haute mer. Par conséquent,

FIGURE 3 – Poissons agrégés sous un dispositif de concentration de poissons

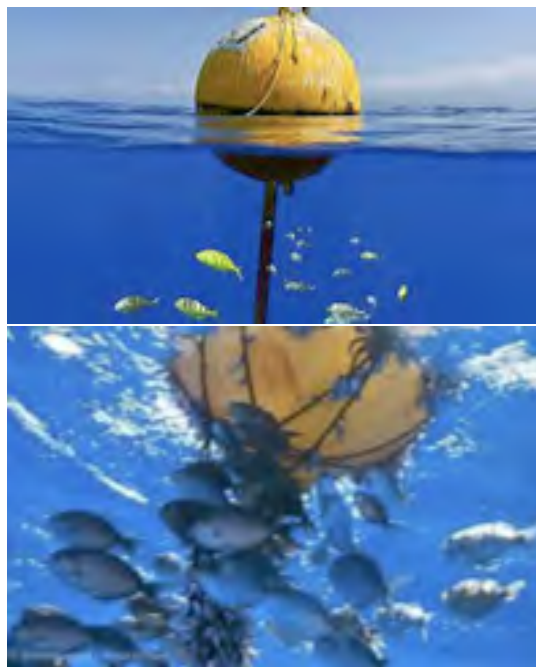
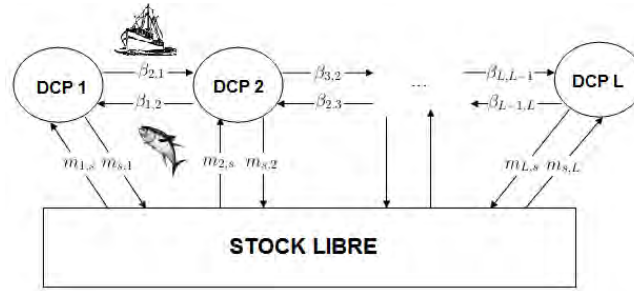


FIGURE 4 – Représentation schématique du modèle de pêche multi-sites étudié. Les poissons se déplacent entre la haute mer et le site i avec un taux m_{is} , tandis que le mouvement des bateaux d'un site i à un autre j se fait avec un taux β_{ji} .



le stock de poissons est divisé en deux parties : un stock non exploité dans la haute mer et un stock exploité se trouvant autour des DCP (figure 4). Le modèle tient compte des mouvements des poissons de la haute mer aux DCP ainsi que des mouvements des bateaux seulement d'un DCP à l'autre afin de capturer les poissons.

Notons $n_s(t)$ et $n_i(t)$ la densité des poissons dans la haute mer et sur le site i à l'instant t , et $E_i(t)$ l'effort de pêche sur le site i à l'instant t , $i \in [1, L]$. Dans la haute mer et les différents sites, la variation naturelle du stock suit une loi logistique. Nous supposons que le système a une capacité limite globale constante K . Nous supposons aussi qu'une proportion $0 < s < 1$ du stock est libre, alors que la proportion restante est liée aux sites. Nous appelons respectivement k_s et k_i , $i \in [1, L]$ la capacité limite de la haute mer et du site i avec

$$k_s = sK \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^L k_i = (1-s)K.$$

Nous supposons que les mouvements des poissons et les déplacements des bateaux se produisent à l'échelle de temps rapide τ , alors que la croissance des poissons et la dynamique de la pêcherie se font à l'échelle de temps lente $t = \epsilon\tau$, avec $\epsilon \ll 1$ étant un petit paramètre sans dimension. Le système suivant décrit l'évolution de la pêcherie à l'échelle de temps rapide :

$$\begin{cases} \frac{dn_s}{d\tau} = \sum_{i=1}^L m_{si}n_i - \sum_{i=1}^L m_{is}n_s + \epsilon r_s n_s \left(1 - \frac{n_s}{k_s}\right), \\ \frac{dn_i}{d\tau} = m_{is}n_s - m_{si}n_i \\ \quad + \epsilon \left(r_i n_i \left(1 - \frac{n_i}{k_i}\right) - qn_i E_i\right), \\ \frac{dE_i}{d\tau} = \beta_{i,i-1}E_{i-1} + \beta_{i,i+1}E_{i+1} \\ \quad - (\beta_{i-1,i} + \beta_{i+1,i})E_i + \epsilon(-c + pqn_i)E_i. \end{cases} \quad (4)$$

Dans notre modèle, le système est composé de $2L + 1$ équations. Nous utilisons la méthode d'agrégation de variables [1] qui va permettre de réduire la dimension de ce système à deux. La méthode d'agrégation de variables repose sur l'existence de plusieurs échelles de temps, lente et rapide, dans un système dynamique. Il s'agit d'une méthode de réduction de la complexité permettant de construire un modèle global ne gouvernant que quelques variables globales décrivant la dynamique du système à une échelle de temps lente. Cette méthode est bien adaptée pour comprendre de manière analytique l'émergence de comportements globaux à partir de la connaissance des comportements et des mécanismes au niveau local.

Pour cela, on définit les variables globales (ou agrégées) comme suit :

$$n(t) = n_s(t) + \sum_{i=1}^L n_i(t) \quad \text{et} \quad E(t) = \sum_{i=1}^L E_i(t).$$

Autrement dit, n représente la densité totale de poissons et E l'effort de pêche global. Notons qu'à l'échelle de temps rapide ces deux variables globales restent constantes. Pour obtenir le modèle réduit associé au système (4), la méthode consiste à négliger la partie lente du système en posant $\epsilon = 0$, puis on cherche l'équilibre du système rapide. Un calcul simple montre que l'équilibre rapide est donné par (voir [2] pour plus de détails) :

$$n_i^* = \frac{k_i}{K}n, \quad n_s^* = \frac{k_s}{K}n, \quad E_i^* = \frac{1}{L}E. \quad (5)$$

Pour obtenir le modèle agrégé associé au système (4), la méthode consiste à supposer que la dynamique rapide a atteint un équilibre stable et à remplacer cet équilibre rapide par sa valeur dans les équations du système complet, on additionne ensuite les équations de toutes les biomasses d'un

côté et les équations de l'effort de pêche de l'autre côté. On obtient ainsi le modèle agrégé suivant :

$$\begin{cases} \frac{dn}{dt} = rn\left(1 - \frac{n}{K}\right) - QnE, \\ \frac{dE}{dt} = (pQn - c)E, \end{cases} \quad (6)$$

où $r = sr_s + (1-s)r_1$ est le taux de croissance global et $Q = \frac{q(1-s)}{L}$ est la capturabilité globale. Le modèle agrégé (6) est un modèle classique (équivalent au modèle (2)), il admet un équilibre de pêche durable donné par (n^*, E^*) , où

$$n^* = \frac{cL}{pq(1-s)}, \quad E^* = \frac{rL}{q(1-s)} \left(1 - \frac{cL}{pq(1-s)K}\right).$$

Cet équilibre existe lorsque

$$L < \frac{pq(1-s)K}{c} = L_{max}.$$

De plus, il est globalement asymptotiquement stable. La capture à l'équilibre est donnée par :

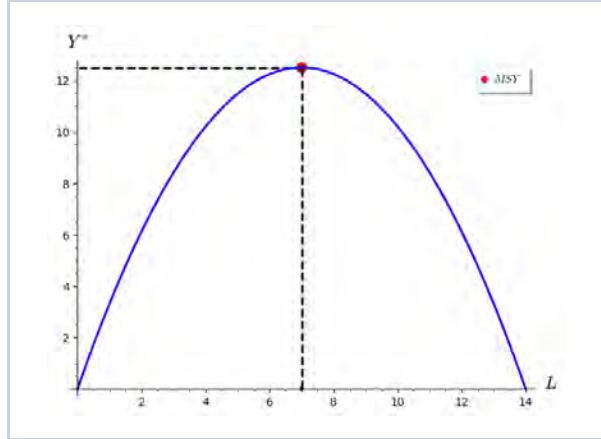
$$Y^* = Qn^*E^* = \frac{rcL}{pq(1-s)} \left(1 - \frac{cL}{pq(1-s)K}\right) \quad (7)$$

La capture à l'équilibre est donc une fonction quadratique du nombre de DCP, passant par un maximum (MSY) égal à $rK/4$ lorsque

$$L = L_{opt} = \frac{pq(1-s)K}{2c} = \frac{L_{max}}{2},$$

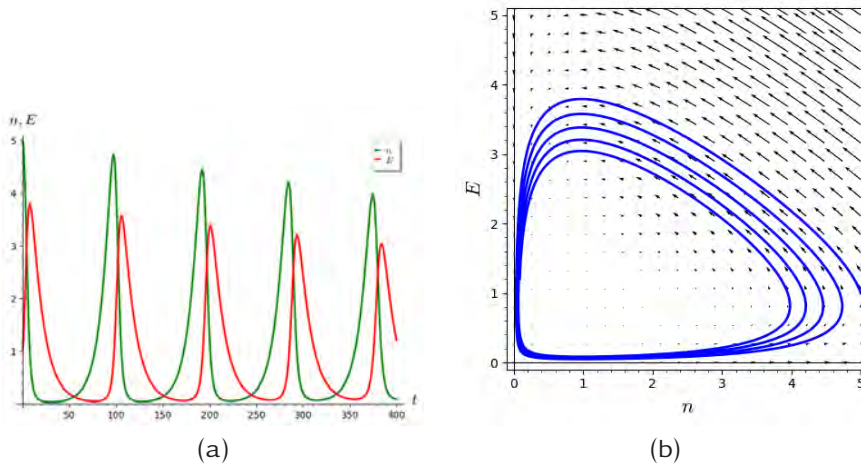
nombre de sites amenant la biomasse d'équilibre au seuil $K/2$ comme l'illustre la figure 5.

FIGURE 5 – Graphe de la capture à l'équilibre en fonction du nombre de DCP. Pour $r = 0.5, K = 100, p = 1, q = 0.6, c = 3$ et $s = 0.3$, le MSY est obtenu si le nombre de sites est égal à 7.



Nous avons généralisé le travail au cas où les bateaux se déplacent en fonction de la densité du stock sur chaque site, en restant plus longtemps sur les sites riches en poissons [8]. Dans ces conditions, nous avons supposé que le taux de départ des bateaux d'un site i dépendait de la densité de poisson sur ce site avec une fonction $\beta(n_i) = \frac{1}{\beta n_i + \beta_0}$. Dans ce dernier cas, le modèle prédit des solutions périodiques associées à un cycle limite. L'existence d'un cycle limite a des conséquences importantes directes sur la viabilité de la pêche. En effet, la densité de poissons et l'effort de pêche peuvent être très proches de zéro (figure 6).

FIGURE 6 – (a) Chroniques du modèle montrant un pic dans la densité des poissons suivi d'un pic dans l'effort de pêche, (b) La trajectoire spirale vers le cycle limite. Pour $K = 100, k_1 = 22, k_2 = 20, k_3 = 28, \beta = 0.05, \beta_0 = 0.04, p = 0.7, q = 0.5, s = 0.3, r = 0.1, c = 0.08$.



Ceci pourrait conduire à une extinction des populations et provoquer une diminution drastique des activités de pêche. Par conséquent, on pourrait essayer de commander le système pour éviter l'apparition d'un tel cycle limite afin de maintenir le système au niveau stable souhaité. Les aires marines protégées sont l'un des meilleurs moyens pour garantir le développement durable.

4. Effets des aires marines protégées sur les ressources halieutiques et les pêcheries

Il est également important de prendre en compte dans les modèles de gestion des pêcheries les aspects économiques, notamment les variations de l'investissement et du prix. On se propose d'étudier dans cette section un modèle de pêche avec prix variable. Le modèle comporte alors trois variables : la biomasse de la ressource n , l'effort de pêche E et le prix de la ressource sur le marché p qui varie selon l'offre et la demande. La demande est une fonction décroissante du prix ce qui signifie que lorsque les prix baissent la quantité demandée augmente et vice-versa. Dans la suite, nous allons considérer une fonction demande linéaire de la forme $P(p) = A - \alpha p$, où A est une constante positive qui représente la demande maximale et α est un paramètre positif. Contrairement au modèle précédent où la capture est proportionnelle au produit de la biomasse de la ressource n par l'effort de pêche E , dans ce modèle, la capture réalisée présente un effet de saturation de la pêche pour une biomasse importante ($\frac{qnE}{n+D}$), où D est une constante positive. Une telle fonction de capture présentant un plateau pour les grandes biomasses de poissons est réaliste car les bateaux ont une capacité de stockage limitée. Avec ces hypothèses, le modèle s'écrit [7] :

$$\begin{cases} \frac{dn}{d\tau} = \epsilon \left(rn \left(1 - \frac{n}{K} \right) - \frac{qnE}{n+D} \right), \\ \frac{dE}{d\tau} = \epsilon \left(\frac{pqnE}{n+D} - cE \right), \\ \frac{dp}{d\tau} = \phi p \left(D(p) - \frac{qnE}{n+D} \right), \end{cases} \quad (8)$$

avec $\epsilon \ll 1$ étant un petit paramètre sans dimension et ϕ une constante positive. Dans ce modèle,

le prix évolue beaucoup plus vite que le reste du système. Sous certaines hypothèses, cela permet de considérer le système de pêche comme un système lent-rapide, à deux échelles de temps, et de l'étudier avec un modèle réduit de dimension deux. Le système réduit associé à ce problème de perturbation singulière est donné par

$$\begin{cases} \frac{dn}{dt} = n \left(r \left(1 - \frac{n}{K} \right) - \frac{qE}{n+D} \right), \\ \frac{dE}{dt} = E \left(\frac{Aq}{\alpha} \frac{n}{n+D} - \frac{q^2}{\alpha} \frac{n^2 E}{(n+D)^2} - c \right). \end{cases} \quad (9)$$

L'étude du modèle réduit permet de montrer sous quelles conditions on peut avoir un équilibre stable de pêche durable. De plus, le changement d'une fonction de capture linéaire par une fonction non linéaire avec effet de saturation a une conséquence importante sur la dynamique de la pêche. Un cycle limite peut également se produire. L'un des principaux résultats de ce travail est de montrer qu'il peut y avoir multi-stabilité avec la coexistence de deux équilibres de pêche, un équilibre de pêche durable et un équilibre de surexploitation. Ces deux équilibres se trouvent de part et d'autre d'une séparatrice dans le portrait de phase (figure (7)). L'équilibre de pêche durable est toujours stable lorsqu'il existe, alors que l'équilibre de surexploitation correspondant à un stock maintenu à un niveau très faible concomitant avec un effort de pêche important et un prix élevé peut être déstabilisé et s'entourer d'un cycle limite stable. Dans le cas d'un cycle limite stable entourant l'équilibre de surexploitation, les trajectoires du cycle limite passent très près de l'origine ce qui pourrait provoquer sous l'effet de petites variations aléatoires du milieu l'extinction du stock de poissons. Il est donc important de rechercher les conditions permettant d'éviter un cycle limite et aller vers une pêche durable sans risque d'extinction pour l'espèce exploitée. Pour ce faire, nous avons étudié les effets possibles de la création des aires marines protégées (AMP), sites où la pêche est interdite sur le stock de poissons. Nous avons considéré une chaîne linéaire constituée de $2L$ sites identiques, entre deux sites de pêche consécutives, il y a une zone protégée (AMP) (figure 8) [7].

FIGURE 7 – Portrait de phase du modèle (9), Il existe une séparatrice. De part et d'autre, les trajectoires tendent soit vers l'équilibre de pêche durable soit vers l'équilibre de surexploitation. Pour $r = 0.9$, $K = 80$, $q = 3$, $D = 40$, $A = 13$, $\alpha = 1$, $c = 1.5$.

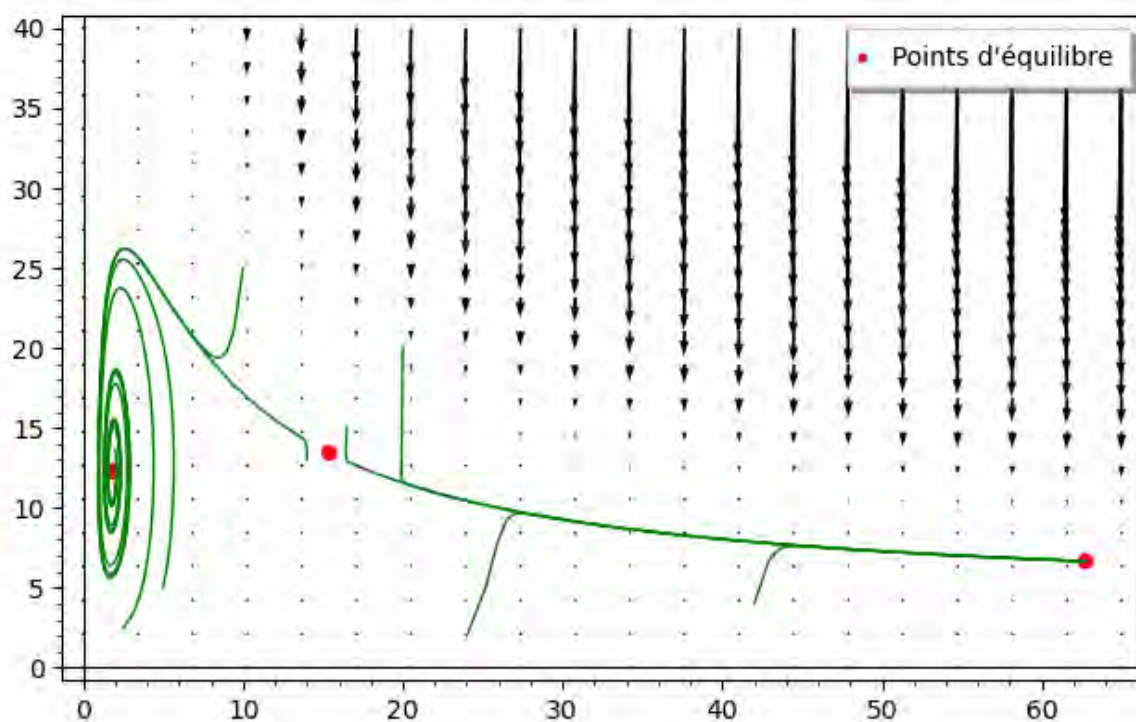
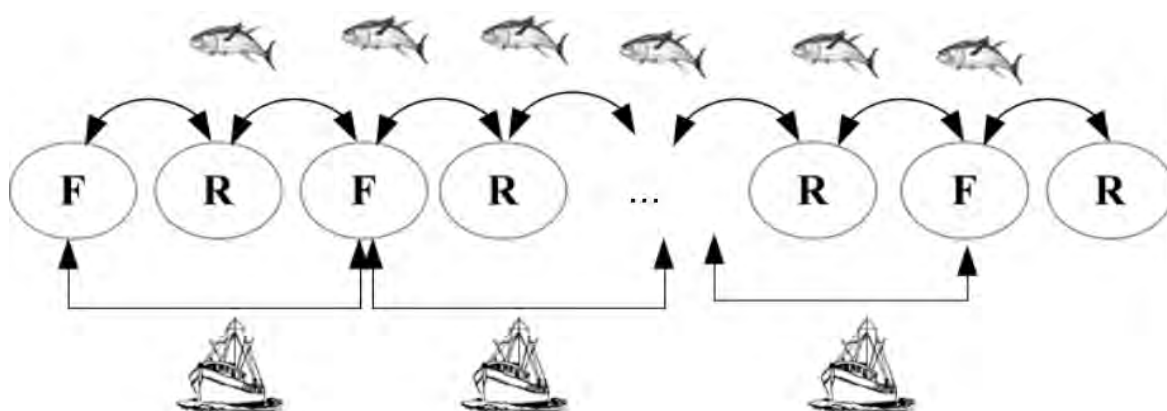


FIGURE 8 – Schéma du système considéré, le système contient $2L$ sites. F désigne un site de pêche et R une réserve.



Le système multi-sites s'écrit sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{dn_i}{d\tau} = mn_{i-1} + mn_{i+1} - 2mn_i + \varepsilon \left(rn_i \left(1 - \frac{n_i}{k} \right) - \frac{qn_i E_i}{n_i + D} \right) & \text{si le site } i \text{ n'est pas une réserve} \\ \frac{dn_i}{d\tau} = mn_{i-1} + mn_{i+1} - 2mn_i + \varepsilon \left(rn_i \left(1 - \frac{n_i}{k} \right) \right) & \text{si le site } i \text{ est une réserve} \\ \frac{dE_i}{d\tau} = \beta E_{i-2} + \beta E_{i+2} - 2\beta E_i + \varepsilon \left(-cE_i + p \frac{qn_i E_i}{n_i + D} \right) & \text{si le site } i \text{ n'est pas une réserve} \\ \frac{dE_i}{d\tau} = 0 & \text{si le site } i \text{ est une réserve} \\ \frac{dp}{d\tau} = \phi p \left(P(p) - q \sum_{i=1}^L \frac{n_{2i-1} E_{2i-1}}{n_{2i-1} + D} \right) & \end{array} \right. \quad (10)$$

où n_i est la biomasse de poissons dans le site i et E_i est l'effort de pêche sur le site i , $i = 1, \dots, 2L$. Les mouvements des bateaux et des poissons entre les sites ainsi que la variation du prix sont supposés être rapides. Après réduction, nous avons obtenu le même modèle agrégé (9) en multipliant D par $2L$. Il est donc important de rechercher les conditions permettant d'éviter un cycle limite. L'étude du modèle réduit a permis de déterminer l'existence d'un nombre optimal d'AMP à installer pour stabiliser la population autour de l'équilibre de pêche durable au lieu d'un cycle limite (figure 9c). Nous avons

constaté qu'après l'installation d'un nombre adéquat d'AMP, les trajectoires quittent le cycle limite et se stabilisent autour d'un équilibre (figure 9c).

5. Modèle de pêche structurée en âge

Dans [6], nous avons considéré un modèle structuré en âge décrivant la dynamique d'une population de poissons exploitée par une flotte de pêche. Comme l'âge du poisson était une variable continue, cela conduisait à une équation aux dérivées partielles du type de McKendrick et von Foerster [10]. La dynamique de l'effort de pêche est régie par une équation différentielle ordinaire dans le temps. Dans ce modèle, l'effort de pêche varie selon le bénéfice net. Ainsi, on considère le modèle stock-effort non linéaire structuré en âge de la forme suivante :

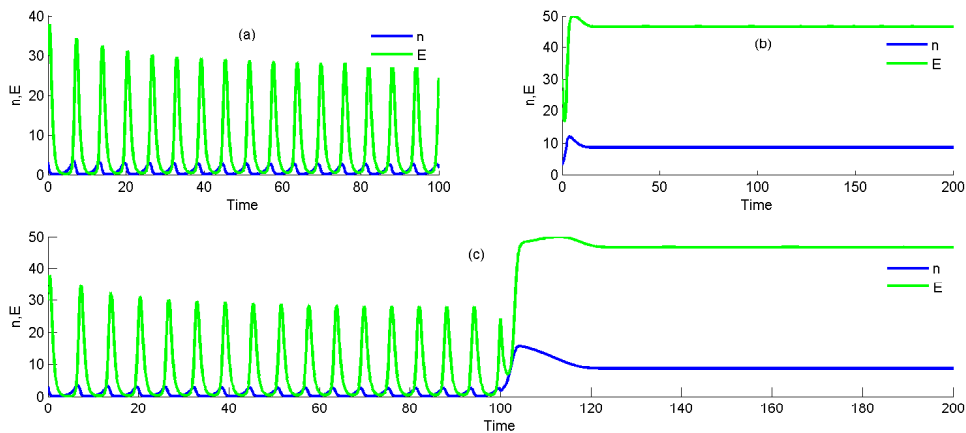
$$\frac{\partial u}{\partial a} + \frac{\partial u}{\partial t} = -\mu(a)u(a, t) - q(a)u(a, t)E(t), \quad (11)$$

$$\frac{dE}{dt} = \left(-c + \int_0^\infty p(a)q(a)u(a, t)da \right) E(t), \quad (12)$$

$$B(t) = \int_0^{+\infty} \beta(a, P(t))u(a, t)da, \quad (13)$$

$$u(a, 0) = \phi(a), \quad E(0) = E_0, \quad (14)$$

FIGURE 9 – (a) Cas d'un cycle limite sans installation de MPAs. (b) Installation de sept MPAs ($L = 7$) depuis le début. (c) Installation de sept MPAs après un temps $t = 100$, ce qui montre comment éviter que cette situation ne devienne catastrophique et, au contraire, la stabilise.



Dans ce modèle, $u(a, t)$ est la densité de poisson d'âge a à l'instant t et $E(t)$ est l'effort d'exploitation à l'instant t . On suppose que les ressources alimentaires pour les poissons sont abondantes, ainsi on peut supposer que les poissons d'une même taille ont le même âge, ceci peut justifier le choix de la structuration en âge. La capture réalisée par unité de temps est supposée proportionnelle à la densité des individus d'âge a et à l'effort de pêche $E(t)$ déployé pendant cette unité de temps, $q(a)$ étant un coefficient (technologique par exemple) d'efficacité de l'effort, aussi appelé la capturabilité. Nous sommes donc amenés à prendre en compte le revenu de la pêche qui dépend de l'âge du poisson. Le coût de l'effort est représenté par un terme cE , où c est un coût unitaire. Le processus de reproduction est donné par l'équation (13) où $\beta(a, P(t))$ dépend de l'âge de l'individu et de la densité totale de la population. La dynamique de la solution de (11)-(14) démarre au temps $t = 0$ avec

$$u(a, 0) = \phi(a) \text{ et } E(0) = E_0,$$

où $\phi(a)$ est une fonction donnée dans $L^1(\mathbb{R}_+)$ et E_0 est une constante positive.

Grâce au théorème du point fixe de Picard-Banach [3], on a démontré l'existence et l'unicité d'une solution positive.

Ensuite, on a examiné le cas où les paramètres du modèle ne dépendent pas de l'âge, ce qui conduit à une paire d'équations différentielles ordinaires. On a défini un seuil pour ce système, semblable à la reproductivité nette en épidémiologie. La notion de reproductivité nette vient de la démographie. Dublin et Lotka ont formalisé son calcul et introduit la notation R_0 [5]. C'est le nombre moyen de prédateurs secondaires engendrés par un prédateur typique pendant sa vie lorsqu'il a été introduit dans une population de proies (à l'équilibre) sans prédateur. En épidémiologie, la reproductivité nette indique le nombre moyen de nouveaux cas d'une maladie qu'une seule personne infectée et contagieuse va générer en moyenne dans une population totalement saine. Dans notre contexte, la reproductivité nette pour une pêcherie sera l'effort de pêche moyen engendré (au sens économique) par un effort de pêche donné pendant sa durée d'existence, lorsqu'il est appliqué à une population de poissons non encore pêchée à l'équilibre démographique. La reproductivité nette nous a permis d'obtenir une condition nécessaire d'existence d'un équilibre positif, autrement dit un équilibre de pêche durable. Quand la reproductivité nette de la pêcherie est inférieure à 1, la pêcherie ne peut persister et l'effort

global de pêche disparaît. Sinon il existe un équilibre de pêcherie durable qui est globalement asymptotiquement stable. Deuxièmement, on a étudié le comportement asymptotique du modèle structuré par âge. Plusieurs équilibres existent : un équilibre d'extinction, un équilibre sans pêcherie (ESP) donné par $(\tilde{P}, 0)$ et un équilibre de pêche durable (EPD). Inspiré par la démographie et l'épidémiologie, on a introduit un seuil R_0 pour le modèle de pêcherie, avec $R_0 = \int_0^\infty \beta(a, 0) \pi_0(a) da$ où $\pi_0(a) = e^{-\int_0^a \mu(s) ds}$. En particulier lorsque $R_0 > 1$, il y a toujours un ESP. On a trouvé que l'équilibre d'extinction est localement stable si $R_0 < 1$ et instable sinon. De plus, on a trouvé que l'ESP est instable si la reproductivité nette de la pêcherie de l'ESP $\tilde{R}_0$ donnée par $\tilde{R}_0 = \frac{\tilde{P} \int_0^\infty p(a) q(a) \pi_0(a) da}{c \int_0^\infty \pi_0(a) da}$ est plus grande que 1. On a étudié la stabilité de l'EPD dans un cas plus simple, où on a fait l'hypothèse que les taux sont constants par rapport à l'âge, et que le taux de naissance prend la forme $\beta(a, P) = \beta(P) e^{-\gamma a}$. On a montré que l'EPD est localement asymptotiquement stable sous des conditions additionnelles.

6. Conclusion

Nous nous sommes penchés dans cette contribution sur quelques applications de mathématiques à la pêche. Des outils ont été utilisés, pour formaliser les systèmes de pêche en prenant en compte les processus de migration et de déplacement des bateaux ainsi que la croissance des poissons et le rendement de la pêche. La première partie considère un système de pêcherie multi-sites, les sites correspondant à des DCP. L'analyse mathématique de ce modèle a permis de montrer la stabilité des équilibres, condition nécessaire à la pérennité de la population, elle a en outre mis en évidence l'existence d'un nombre optimal de DCP à poser, qui maximise les captures à l'équilibre. On constate très nettement que rajouter un déplacement densité dépendant enrichit le système : avec les mêmes hypothèses, on peut obtenir des comportements très différents. La dernière partie de cette contribution présente une double caractéristique. D'une part, c'est un outil théorique qui permet d'analyser de manière théorique l'impact d'une exploitation halieutique sur la biomasse d'un écosystème et sur la production qui en est issue. D'autre part, ce modèle est un outil de diagnostic permettant d'analyser des situations particulières, et débouchant généralement sur des prévisions et des recommanda-

tions de gestion. L'analyse du modèle a permis d'obtenir quelques résultats intéressants. Nous avons démontré que si la reproductivité nette de la pêche est supérieure à 1, alors il existe un équilibre de pêche durable qui est stable. Cela peut arri-

ver par exemple si les coûts sont plus faibles ou si le prix est assez élevé. Les résultats présentés dans cette contribution sont susceptibles d'avoir des implications importantes dans le domaine de la conservation des espèces.

Références

- [1] P. AUGER et al. « Aggregation of variables and applications to population dynamics ». In : *Structured population models in biology and epidemiology*. Springer, 2008, p. 209-263.
- [2] P. AUGER et al. « Optimal number of sites in artificial pelagic multisite fisheries ». *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences* **67**, n° 2 (2010), p. 296-303.
- [3] H. BREZIS. « Analyse fonctionnelle ». *Théorie et applications* (1983).
- [4] C. W. CLARK. « Bioeconomic modelling and fisheries management » (1985).
- [5] J. A. P. HEESTERBEEK. « A brief history of R_0 and a recipe for its calculation ». *Acta biotheoretica* **50**, n° 3 (2002), p. 189-204.
- [6] A. MOUSSAOUI. « Sur un modèle de dynamique de populations structuré en âge: application en halieutique. » *Surveys in Mathematics & its Applications* **13** (2018).
- [7] A. MOUSSAOUI et P. AUGER. « A bioeconomic model of a fishery with saturated catch and variable price: Stabilizing effect of marine reserves on fishery dynamics ». *Ecological Complexity* **45** (2021), p. 100906.
- [8] A. MOUSSAOUI, P. AUGER et C. LETT. « Optimal number of sites in multi-site fisheries with fish stock dependent migrations ». *Mathematical Biosciences & Engineering* **8**, n° 3 (2011), p. 769.
- [9] J. D. MURRAY. « Mathematical biology: I. An introduction. Interdisciplinary applied mathematics ». *Mathematical Biology*, Springer (2002).
- [10] F. R. SHARPE et A. J. LOTKA. « L. A problem in age-distribution ». *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* **21**, n° 124 (1911), p. 435-438.
- [11] V. L. SMITH. « On models of commercial fishing ». *Journal of political economy* **77**, n° 2 (1969), p. 181-198.
- [12] S. TOUZEAU. « Modeles de contrôle en gestion des pêches ». Thèse de doct. 1997.



Ali MOUSSAOUI

Département de Mathématiques, faculté des Sciences, université de Tlemcen, Algérie
ali.moussaoui@univ-tlemcen.dz

Ali Moussaoui est professeur au laboratoire d'analyse non linéaire et mathématiques appliquées qu'il dirige. Il est Lauréat du prix Maurice Audin (2020). Le domaine de recherche d'Ali Moussaoui concerne les mathématiques appliquées aux sciences biologiques et médicales.

L'auteur remercie la relectrice Hélène Eynard-Bontemps pour la relecture attentive de ce manuscrit, ses commentaires judicieux et ses suggestions précieuses ainsi que Pierre Auger, directeur de recherche émérite à l'IRD. Il tient aussi à remercier le rédacteur en chef de la *Gazette* pour son invitation à écrire cet article.

Le nombre d'or et la topologie quantique

• J. MARCHÉ

La topologie quantique naît avec les travaux de Jones, Kauffman puis Witten à la fin des années 80 : elle associe à des objets de dimension 3 (nœuds, 3-variétés) des « invariants » numériques qui sont relativement faciles à définir mais dont il est difficile de percer le sens topologique.

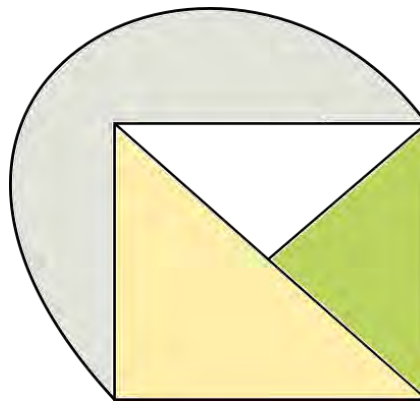
Bien que ces théories soient relativement récentes, on peut en trouver des racines plus lointaines, et c'est ce que cet article propose d'explorer. En partant des problèmes de coloriage de graphes, on entreprend ici une promenade dans le monde de la topologie quantique en se concentrant sur un seul exemple – lié au nombre d'or – mais qui en représente toute la complexité et le mystère.

1. Invariants des graphes planaires

1.1 – Le polynôme chromatique

Un des théorèmes mathématiques les plus diffusés vers le grand public est le théorème des 4 couleurs. À juste titre : son énoncé est simple, ancien (1852) et sa démonstration, une des premières assistée par l'ordinateur (1976), est historique. Manifestement, ce théorème continue d'inspirer les mathématiciens qui espèrent encore en trouver une preuve conceptuelle, entièrement accessible à un être humain. Une des premières approches de ce genre a été proposée par Birkhoff en 1912 (voir [4]) : elle introduit le polynôme chromatique, dont on présente une variante ci-dessous.

Étant donné un graphe G fini et planaire comme sur la figure ci-contre, Birkhoff montre que le nombre de façons de colorier les régions complémentaires de G avec n couleurs de sorte que deux régions adjacentes soient de couleurs distinctes est une fonction polynomiale de n . Comme on peut toujours fixer arbitrairement la couleur d'une région, disons celle qui est non bornée, ce nombre est divisible par n et on l'écrit $nF_G(n)$ pour un certain polynôme F_G , dit polynôme de flot de G . Précisons que G peut contenir des boucles, i.e. des arêtes ayant leurs extrémités confondues.



Il peut aussi contenir des ponts, là où une région devient adjacente à elle-même, auquel cas elle n'admet aucun coloriage. Le lecteur peut s'amuser à vérifier les formules suivantes où $\circ, \infty, \Theta, \circ-\circ$ représentent les graphes planaires correspondant au symbole :

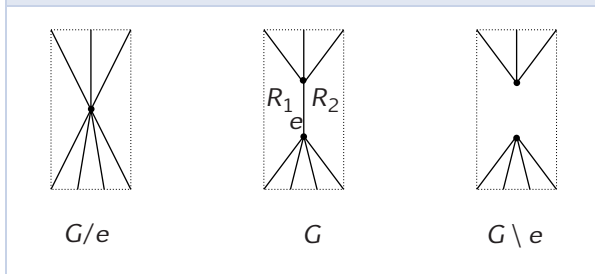
$$F_{\circ}(t) = t - 1, F_{\infty}(t) = F_{\Theta}(t) = (t - 1)^2, \\ F_{\circ-\circ}(t) = (t - 1)(t - 2), F_{\circ-\circ} = 0.$$

Le résultat de Birkhoff est assez peu connu et sa démonstration, très élégante : elle se fait par récurrence sur le nombre d'arêtes de G . Considérons une arête e de G reliant deux sommets distincts : supposons qu'elle sépare le complémentaire de G en deux régions distinctes R_1 et R_2 , si ce n'est pas le cas on aura $F_G = 0$. On considère alors les coloriage des régions complémentaires de G/e , le graphe obtenu en écrasant l'arête e comme sur la figure 1.

Ils sont de deux sortes : ceux pour lesquels les couleurs de R_1 et R_2 sont égales, ce qui correspond à un coloriage de $G \setminus e$, et ceux pour lesquels les couleurs de R_1 et R_2 sont distinctes, ce qui correspond à un coloriage de G . On a donc établi la formule dite de contraction-suppression

$$F_{G/e}(n) = F_G(n) + F_{G \setminus e}(n). \quad (\text{C-S})$$

FIGURE 1 – Un graphe avec une arête contractée et supprimée



Comme $G \setminus e$ et G/e ont une arête de moins que G , on se ramène au cas d'un graphe n'ayant que des boucles. On vérifie facilement les propriétés suivantes.

1. Si G contient un pont, c'est-à-dire une arête qui sépare la composante connexe de G qui la contient en deux composantes connexes, alors $F_G = 0$.
2. Si G contient une boucle e , alors

$$F_G(t) = (t-1)F_{G \setminus e}(t).$$

3. Si G est l'union disjointe de G_1 et G_2 alors $F_G = F_{G_1} F_{G_2}$.

Ces relations permettent de tout calculer, comme le démontre Birkhoff.

Bien sûr, le théorème des 4 couleurs revient à montrer que $F_G(4) > 0$. Birkhoff y a consacré quelques publications tout au long de sa carrière, et Whitney sa thèse. Mais c'est sans doute Tutte qui a le mieux renouvelé cette thématique.

C'est lui qui a introduit en 1954 (voir [12]) la version du polynôme chromatique présentée ici qui a le mérite de généraliser la définition précédente au cas d'un graphe G abstrait (pas forcément planaire). Soit donc G un tel graphe : ses arêtes ne sont pas orientées mais on peut considérer l'ensemble $\vec{E}$ de ses arêtes munies d'une orientation. On définit un n -flot sur G comme une fonction $f : \vec{E} \rightarrow \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ vérifiant

1. $f(-\vec{e}) = -f(\vec{e})$ où $-\vec{e}$ désigne l'arête munie de l'orientation opposée ;
2. $f(\vec{e}_1) + \dots + f(\vec{e}_k) = 0$ si $\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_k$ sont les arêtes incidentes à un même sommet, munies de l'orientation sortante.

Tutte montre que pour G planaire, le polynôme de flot $F_G(n)$ est le nombre de n -flots sur G vérifiant $f(\vec{e}) \neq 0$ pour toute arête orientée $\vec{e}$. Il est facile de faire le lien entre les deux définitions : si G est

plongé dans un plan et qu'on identifie l'ensemble des couleurs à $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, on associe à tout coloriage des régions complémentaires de G un n -flot f où, pour toute arête orientée $\vec{e}$, $f(\vec{e})$ est la différence entre les couleurs des régions situées respectivement à gauche et à droite de $\vec{e}$. On vérifie que tout n -flot est bien associé à un coloriage, unique à une constante près, d'où l'égalité.

1.2 – Évaluation au nombre d'or

Tutte et ses collègues calculent de nombreux polynômes de flot : à l'aide de l'IBM 360, ils observent empiriquement en 1968 que les polynômes chromatiques ont un zéro proche de $\phi + 1$ où $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ est le nombre d'or. Tutte justifie rigoureusement cette observation deux ans plus tard en établissant (voir [3, 13]) :



Théorème 1 (Inégalité d'or). Pour tout graphe planaire trivalent connexe G avec V sommets, on a :

$$0 < |F_G(\phi + 1)| \leq \phi^{3-V}.$$

Un graphe est trivalent si tout sommet est incident à trois arêtes : le lecteur est invité à réfléchir pourquoi le théorème des 4 couleurs se réduit facilement au cas des graphes trivalents. Quand V augmente, ϕ^{3-V} devient très petit, ce qui explique que F_G ait un zéro très près de $\phi + 1$ que Tutte appelle le « zéro d'or ». La preuve est une récurrence de quelques pages, subtile et obscure. La même année (1970), Tutte découvre « l'identité d'or » suivante :

Théorème 2 (Identité d'or). *Pour tout graphe planaire trivalent G avec E arêtes on a :*

$$F_G(\phi + 2) = \phi^E F_G(\phi + 1)^2.$$

À nouveau, la preuve est élémentaire et obscure, et l'interprétation très jolie : comme Tutte a établi avec l'inégalité d'or que $F_G(\phi + 1) \neq 0$, on a aussi $F_G(\phi + 2) \neq 0$. On peut donc colorier les régions complémentaires de G avec $\phi + 2 \approx 3,618\dots$ couleurs !

Y a-t-il une interprétation conceptuelle de ces deux résultats ? Quel rôle joue le nombre d'or dans cette histoire ? Il a fallu attendre l'arrivée de la topologie quantique vingt ans plus tard pour commencer à y voir plus clair. L'inégalité d'or par exemple est une conséquence non triviale de celle de Cauchy-Schwarz.

Beaucoup reste à comprendre toutefois, dans l'article [1] de 2016, Agol et Krushkal proposent la conjecture suivante qui concerne le polynôme de flot dans le cas non planaire : notons $\varphi = 1 - \phi = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ le conjugué de Galois de ϕ . Comme la substitution $\phi \mapsto \varphi$ est un automorphisme du corps $\mathbb{Q}(\phi)$, l'identité d'or est encore vraie (dans le cas planaire) en remplaçant ϕ par φ .

Conjecture 1 (Agol Krushkal). *Soit G un graphe trivalent sans pont avec E arêtes. On a l'inégalité suivante*

$$F_G(\varphi + 2) \geq \varphi^E F_G(\varphi + 1)^2$$

avec égalité si et seulement si G est planaire.

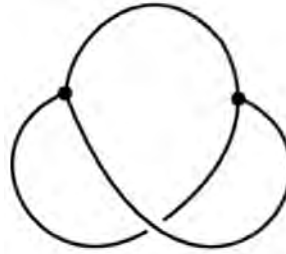
Cette conjecture a été vérifiée numériquement pour des milliers de graphes, et si elle était vraie, elle donnerait un critère de planarité d'un genre nouveau. Elle est pour l'instant complètement ouverte.

2. Les invariants quantiques

2.1 – Des graphes planaires aux nœuds

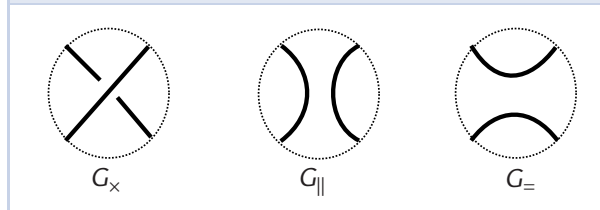
La révolution arrive dans les années 80 avec les percées de Jones, Kauffman puis Witten. On va considérer que G n'est plus un graphe planaire mais un graphe dans l'espace. Précisément on va considérer un graphe *en bande* G tel qu'on l'obtiendrait si on remplaçait les sommets par des disques et les arêtes par des bandelettes. Un tel graphe se représente par un diagramme plan où, en plus des sommets de G , apparaissent des croisements des arêtes. Les bandelettes sont très fines : sur le

diagramme, elles ont l'épaisseur du trait. Voici un exemple :



Pour calculer le polynôme F_G associé à ces diagrammes, on va recourir à une relation locale du même type que la relation (C-S), la relation de Kauffman. Elle s'écrit $F_{G_x} = A F_{G_{\parallel}} + A^{-1} F_{G_{=}}$ où G_x , $G_{\parallel}$, $G_{=}$ diffèrent uniquement dans une boule, tels qu'ils sont représentés sur la figure 2.

FIGURE 2 – La relation de Kauffman



Dans cette expression, apparaît une nouvelle variable, liée à la variable t du polynôme de flot par la relation $-A^2 - A^{-2} = t - 1$. Si, comme on le supposera bientôt $t = \phi + 1$, alors A est une racine primitive dixième de l'unité : cela vient des identités

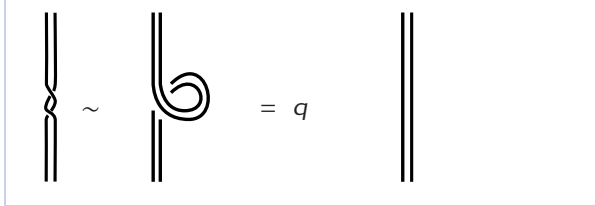
$$\phi = 1 + 2 \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = 1 + q^2 + q^{-2} = -q - q^{-1}.$$

Dans cette expression on a posé $q = A^2 = e^{\frac{6i\pi}{5}}$ (et donc $A = -q^3$) : elle nous servira de racine 5^e de l'unité de référence. On notera $\langle G \rangle = F_G(\phi + 1)$ (abusivement car cette fois F_G est un polynôme en q) et on appellera ce nombre complexe la *valeur* de G . Le lecteur est encouragé à calculer par lui-même la valeur de certains graphes tri-dimensionnels :

$$\langle \bigcirc \rangle = \phi, \quad \langle \infty \rangle = \phi^2, \quad \langle \ominus \rangle = 1, \quad \langle \bigcirc \bigcirc \rangle = -1$$

$$\langle \text{figure 3} \rangle = 1 + 2q^2, \quad \langle \text{figure 3} \rangle = 1 + 2q^{-2}.$$

Un point important dans ces calculs est de bien comprendre que les graphes ont une structure en bande : quand on vrille une bande, la valeur est multipliée par q comme dans la figure 3. Pour le démontrer, il suffit d'appliquer la relation de Kauffman à l'unique croisement de la figure, remplacer le cercle ainsi produit par $-A^2 - A^{-2}$ et simplifier les termes en utilisant $q = A^2 = -A^{-3}$.

FIGURE 3 – Vriller revient à multiplier par q


Une autre observation importante est que la valeur de l'image miroir d'un graphe (qui s'obtient en inversant tous les croisements) s'obtient en remplaçant q par q^{-1} . La correspondance entre les graphes en bande et leurs valeurs est – en tout cas pour l'auteur de cet article – tout à fait mystérieuse. On peine un peu à la calculer, beaucoup à lui trouver un sens. On renvoie le lecteur désireux d'avoir plus de détails au livre très pédagogique [8].

2.2 – La théorie quantique des champs topologique

En 1989, Witten a donné dans [14] une interprétation de la valeur d'un graphe défini ci-dessus en terme de théorie quantique des champs. À certains égards, cela rend le sujet encore plus attirant et ésotérique : dans cette section, on va essayer d'en donner l'idée générale sans rentrer dans les détails. Le lecteur est encouragé à la sauter si les notions utilisées ne lui sont pas familières, sachant que l'on reviendra à des considérations plus mathématiques dans la section suivante.

Supposons cette fois que le graphe G est un nœud plongé dans une variété orientée fermée à trois dimensions M que l'on peut pour l'instant supposer être $S^3 = \mathbb{R}^3 \cup \{\infty\}$. On va décrire une particule vivant dans M et ayant un degré de liberté interne dont le groupe de symétrie est le groupe des rotations SO_3 , par exemple une toupie ou une particule de spin entier. Un champ est décrit par une forme différentielle α sur S^3 à valeurs dans l'algèbre de Lie $\mathfrak{so}_3 = \mathbb{R}^3$. Si on est au point $x \in M$ et qu'on se déplace dans la direction $X \in T_x M$, la particule subit une rotation infinitésimale $\alpha_x(X)$.

Le long d'un nœud G (un graphe avec une seule arête), la particule soumise au champ α subit une rotation notée $\text{Hol}_G(\alpha) \in SO_3$ appelée holonomie que l'on calcule mathématiquement de la façon suivante : si G est paramétré par $\gamma : \mathbb{R}/\mathbb{Z} \rightarrow M$, il existe une unique application $X : \mathbb{R} \rightarrow \mathfrak{so}_3$ vérifiant $X(0) = \text{Id}$ et $X'(t) = \alpha(\gamma'(t))X(t)$. On a alors $\text{Hol}_G(\alpha) = X(1)$.

Cette rotation dépend du point de départ choisi sur le nœud mais pas son angle, noté θ . Pour cette raison, on considérera plutôt la trace de l'holonomie notée $\text{Tr Hol}_G(\alpha) = 1 + 2 \cos(\theta)$.

Le dernier ingrédient à introduire est l'action $CS(\alpha)$ que l'on doit penser comme un lagrangien du calcul des variations : le système physique en équilibre choisira un point critique de cette fonctionnelle, dite de Chern-Simons.

Retardons la discussion concernant cette fonctionnelle : la formule que Witten propose est la suivante

$$\langle G \rangle = \eta^{-1} \int \text{Tr Hol}_G(\alpha) e^{iCS(\alpha)} \mathcal{D}\alpha$$

avec $\eta = \int_{S^3} e^{iCS(\alpha)} \mathcal{D}\alpha$. (1)

Le symbole $\mathcal{D}\alpha$ signifie qu'on intègre sur toutes les 1-formes. Il n'a pas vraiment de sens : il s'agit d'une intégrale de Feynman qui attend toujours d'être définie rigoureusement. Malgré cela, elle donne des intuitions qui se sont toujours révélées justes et l'auteur n'a pas de meilleure interprétation à donner : la valeur d'un nœud est une valeur moyenne de la quantité $\text{Tr Hol}_G(\alpha)$ par rapport à la « mesure » $e^{iCS(\alpha)} \mathcal{D}\alpha$.

Notons en passant qu'on peut généraliser cette formule au cas des graphes trivalents en remplaçant la trace par une opération de « contraction » utilisant la forme trinéaire $(X, Y, Z) \mapsto \langle [X, Y], Z \rangle$ dans laquelle $\langle \cdot, \cdot \rangle$ désigne le produit scalaire usuel sur $\mathbb{R}^3 \simeq \mathfrak{so}(3)$.

Donnons enfin quelques indications sur la définition de l'action de Chern-Simons, bien qu'on ne s'en servira pas plus loin dans cet article. La façon la plus rapide de la définir est une formule :

$$CS(\alpha) = \int_M \langle \alpha \wedge d\alpha + \frac{2}{3} [\alpha \wedge \alpha] \wedge \alpha \rangle.$$

Ce n'est pas la plus éclairante, pour en avoir une compréhension conceptuelle, il faut faire intervenir la théorie des classes caractéristiques et faire un bref passage vers la quatrième dimension.

C'est un fait non trivial que toute variété M de dimension 3 peut être vue comme le bord d'une variété W de dimension 4 ; tout champ α défini sur M peut être prolongé à W . La forme α peut être vue comme une connexion sur le fibré principal $W \times SO(3)$, il est alors naturel d'introduire sa courbure $F_\alpha = d\alpha + \frac{1}{2} [\alpha \wedge \alpha]$ qui est une 2-forme sur W à valeurs dans $\mathfrak{so}(3)$.

D'après la théorie de Chern-Weil, si W est une variété de dimension 4 sans bord et si α est une connexion sur un $SO(3)$ fibré principal quelconque, la 4-forme $\langle F_\alpha \wedge F_\alpha \rangle$ représente une classe caractéristique du fibré (la première classe de Pontryagin), en particulier, on peut normaliser le produit scalaire pour avoir pour toute variété W compacte sans bord de dimension 4 :

$$\int_W \langle F_\alpha \wedge F_\alpha \rangle \in 2\pi\mathbb{Z}.$$

Revenons maintenant au cas où $\partial W = M$, la quantité $CS(\alpha) = \int_W \langle F_\alpha \wedge F_\alpha \rangle$ ne dépend pas de W modulo $2\pi\mathbb{Z}$: en effet, si on se donne une autre variété W' de même bord, on aura

$$\int_W \langle F_\alpha \wedge F_\alpha \rangle - \int_{W'} \langle F_\alpha \wedge F_\alpha \rangle = \int_{W \cup (-W')} \langle F_\alpha \wedge F_\alpha \rangle \in 2\pi\mathbb{Z}.$$

C'est probablement la définition la plus satisfaisante de cette fonctionnelle. On peut aussi constater que ses points critiques sont les connexions plates, celles vérifiant $F_\alpha = 0$.

L'article révolutionnaire de Witten consiste à introduire l'intégrale (1) formellement, et à en dégager suffisamment de propriétés pour la calculer a posteriori. Une conséquence remarquable est que l'on peut même oublier le graphe G et considérer simplement la quantité $\eta = \int_M e^{iCS(\alpha)} \mathcal{D}\alpha$ pour une variété M de dimension 3. On obtient ainsi un invariant topologique des 3-variétés d'un genre nouveau.

Peu de temps après l'article de Witten, Reshetikhin et Turaev ont expliqué comment définir cet invariant rigoureusement à partir d'une présentation par chirurgie. L'idée de base est que dans toute variété M de dimension 3, on peut trouver un entrelacs $L \subset M$ et un entrelacs $L' \subset S^3$ tels que $M \setminus L$ et $S^3 \setminus L'$ soient homéomorphes. L'invariant de Witten de M s'obtient comme une combinaison linéaire astucieuse des valeurs $\langle L'' \rangle$ de tous les sous-entrelacs $L'' \subset L'$.

Pour terminer cette partie « quantique », il est temps de dire qu'on peut définir des invariants de graphes et de variétés de dimension 3 en remplaçant le nombre d'or $\phi = 1 + 2\cos(\frac{2\pi}{5})$ par tout nombre de la forme $1 + q + q^{-1}$ où q est une racine de l'unité d'ordre k . Dans la théorie de Witten, cela revient à multiplier la fonctionnelle de Chern-Simons par un entier k , souvent appelé niveau.

Quand on écrit

$$\langle M \rangle_k = \int e^{ikCS(\alpha)} \mathcal{D}\alpha$$

il est naturel de faire tendre k vers l'infini et espérer un phénomène de type phase stationnaire. Witten en avait bien conscience dès son premier article et a proposé un comportement asymptotique qu'on ne sait pas encore prouver rigoureusement. C'est une variante de la conjecture dite du volume qui est devenue une question centrale dans le domaine de la topologie « quantique ». On renvoie le lecteur intéressé par cet aspect du sujet au très inspirant livre d'Atiyah [2].

3. Graphes sur les surfaces et groupe modulaire

Comme sous-produit de cette théorie quantique des champs topologique, on trouve des objets mathématiques très intéressants, et qu'on ne sait pas construire autrement : des représentations projectives de dimension finie des groupes modulaires des surfaces, précisons.

Si on se donne une surface compacte orientée S de genre g et $x_1, \dots, x_n \in S$ des points distincts, le groupe $\text{Mod}(S, x_1, \dots, x_n)$, dit groupe modulaire, est le groupe des classes d'isotopie d'homéomorphismes de S préservant l'orientation et permutant les points. Deux homéomorphismes f, g sont isotopes s'il existe $H : S \times [0, 1] \rightarrow S$ continue telle que $H(x, 0) = f(x)$, $H(x, 1) = g(x)$ et pour tout $t \in [0, 1]$ l'application $x \mapsto H(x, t)$ est un homéomorphisme préservant l'orientation et permutant les points.

On notera aussi ce groupe $\text{Mod}(S_{g,n})$: c'est un groupe de type fini jouant un rôle central en topologie de basse dimension, et pour lequel de nombreuses questions sont encore ouvertes. Par exemple, on ne sait pas s'il est isomorphe à un sous-groupe de $GL_m(\mathbb{C})$ pour un certain entier m . On se propose de montrer comment en construire des représentations projectives de dimension finie, c'est-à-dire des morphismes (non injectifs) $\rho : \text{Mod}(S_{g,n}) \rightarrow \text{PGL}_m(\mathbb{C})$.

3.1 – Formule de fusion

Avant d'expliquer comment construire ces représentations, revenons sur des propriétés des polynômes de flot.

La relation (C-S) de contraction-suppression et les trois propriétés qui la suivent suffisent à calculer le polynôme de flot de n'importe quel graphe planaire. Rappelons qu'on a noté $\langle G \rangle = F_G(\phi + 1)$.

La structure de la récurrence permettant de calculer la valeur de n'importe quel graphe mérite d'être analysée. Supposons qu'on ait un graphe planaire G qui coupe un cercle en quatre points. On peut appliquer la relation (C-S) à l'intérieur de ce cercle pour simplifier le graphe jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'arêtes entièrement à l'intérieur. On ramène ainsi le graphe intérieur à l'un des trois graphes $G_x, G_{||}, G_=_$ où $G_{||}, G_=_$ sont comme dans la figure 2 et G_x est représenté par un sommet quadri-valent.

On peut faire le même raisonnement à l'extérieur, on obtient trois possibilités pour le graphe à l'intérieur et trois possibilités pour le graphe à l'extérieur. L'ensemble de tous les graphes obtenus en recollant $G_x, G_{||}, G_=_$ à l'intérieur avec $G_x, G_{||}, G_=_$ à l'extérieur est représenté dans la matrice de graphes planaires suivante.

$$\begin{array}{ccc} G_x & G_{||} & G_=_ \\ \left(\begin{array}{ccc} \text{diagram of } G_x \text{ inside circle} & \infty & \infty \\ \infty & \text{diagram of } G_{||} \text{ inside circle} & \circ \\ \infty & \circ & \text{diagram of } G_=_ \text{ inside circle} \end{array} \right) & \begin{array}{l} G_x \\ G_{||} \\ G_=_ \end{array} \end{array}$$

En calculant la matrice des polynômes de flot de ces graphes, on trouve une matrice qui est non inversible précisément pour $t = \phi + 1$. Il y a donc une relation entre ses lignes (ou ses colonnes) que l'on peut écrire graphiquement de plusieurs façons : l'une est symétrique et dit $G_x = \phi^{-1} G_{||} + \phi^{-1} G_=_$. Il y a là un gros abus de notation, il faut comprendre l'égalité comme celle des valeurs des graphes obtenus en substituant G_x par $G_{||}$ et $G_=_$. L'autre relation s'appelle formule de fusion et joue un rôle central dans la suite. Elle s'écrit $G_l = -\phi^{-2} G_{||} + \phi^{-1} G_=_$ mais se comprend mieux avec un dessin où sont représentés les trois graphes $G_l, G_{||}$ et $G_=_$.

FIGURE 4 – Formule de fusion

$$\begin{array}{ccc} \text{diagram of } G_l & = -\phi^{-2} & \left(\begin{array}{c} \text{diagram of } G_{||} \\ \text{diagram of } G_=_ \end{array} \right) + \phi^{-1} \end{array}$$

3.2 – Modules d'écheveaux

Pour un graphe en bande dans $\mathbb{R}^3$, il n'existe qu'un seul invariant qui vérifie la relation de

contraction-suppression de la figure 1, la relation de Kauffman de la figure 2 et la relation de fusion de la figure 4. Il est naturel de se demander si c'est toujours le cas pour un graphe en bande dans une variété de dimension 3 orientée quelconque M . Il sera avantageux de généraliser encore un peu plus en introduisant des points $x_1, \dots, x_n \in \partial M$ munis d'une direction tangente (sous-entendue).

Définition 1. On définit le module d'écheveaux $\text{Sk}(M, x_1, \dots, x_n)$ comme étant le $\mathbb{C}$ -espace vectoriel librement engendré par les classes d'isotopie de graphes en bande $G \subset M$ vérifiant $G \cap \partial M = \{x_1, \dots, x_n\}$ modulo les relations locales de contraction-suppression, de Kauffman et de fusion, plus les deux suivantes qui remplacent les relations de pont et de boucle.

FIGURE 5 – Relations de pont et de boucle

$$\begin{array}{ccc} \text{diagram of bridge relation} & = 0 & \text{diagram of loop relation} = \phi \end{array}$$

Autrement dit, une forme linéaire sur $\text{Sk}(M)$ est la même chose qu'un invariant de graphes en bande dans M vérifiant toutes les relations mentionnées dans la définition précédente. L'unicité d'un tel invariant dans le cas où $M = \mathbb{R}^3$ s'écrit $\text{Sk}(\mathbb{R}^3) \simeq \mathbb{C}$, le générateur étant donné par le graphe vide. Il est instructif de regarder d'autres exemples simples.

Proposition 1. En notant B^3 la boule unité dans $\mathbb{R}^3$ et $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de points distincts de B^3 , on a

$$\dim \text{Sk}(B^3, x_1, \dots, x_n) = F_n$$

où $(F_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ est la suite de Fibonacci définie par $F_0 = 1, F_1 = 0, F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$.

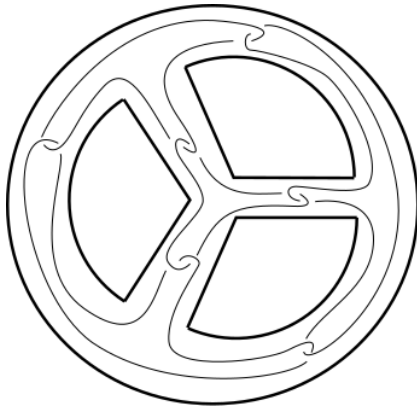
Nous encourageons le lecteur à faire lui-même la preuve pour $n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ car ces cas sont plutôt faciles et instructifs. Le fait que $\text{Sk}(B^3, x_1) = 0$ provient de la relation de pont, le fait que la dimension de $\text{Sk}(B^3, x_1, \dots, x_4)$ soit 2 plutôt que 3 provient de la relation de fusion. Cherchons-en des bases : les générateurs de $\text{Sk}(B^3, x_1, x_2)$ et $\text{Sk}(B^3, x_2, x_2, x_3)$ sont donnés respectivement par un graphe formé par une arête reliant x_1 et x_2 et d'un graphe en forme de Y reliant les trois points marqués. Pour base de $\text{Sk}(B^3, x_1, \dots, x_4)$, on peut prendre les graphes $G_{||}$ et $G_=_$ de la figure 2.

Un autre cas très important de module d'écheveaux est celui d'un corps en anse H_g tel qu'on l'obtient en prenant l'intérieur d'une surface de genre g

plongée de façon standard dans $\mathbb{R}^3$. À homéomorphisme près, cette variété peut être représentée sous la forme $H_g = \Gamma \times [0, 1]$ pour un certain graphe en bande trivalent Γ (non unique).

Tout graphe en bande $G \subset \Gamma \times [0, 1]$ peut être représenté par un diagramme dessiné sur Γ , comme dans la figure 6.

FIGURE 6 – Un entrelacs dans un corps en anse de genre 3

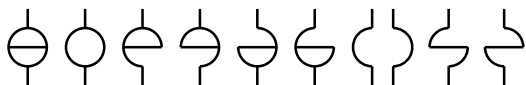


La relation de Kauffman permet de se débarrasser des croisements, la relation de contraction-suppression d'éliminer les sommets de valence dépassant 3 et, plus subtilement, la relation de fusion permet de fusionner deux brins parallèles de sorte qu'au plus une arête de G passe par chaque arête de Γ . À la fin, tout graphe en bande s'exprime comme combinaison de sous-graphes trivalents $\Gamma' \subset \Gamma$, ce qu'on résume dans le résultat suivant :

Proposition 2. Soit Γ un graphe en bande muni de sommets univalents $x_1, \dots, x_n$ et dont tous les autres sommets sont trivalents. L'ensemble des sous-graphes trivalents $\Gamma' \subset \Gamma$ ayant les mêmes sommets univalents forme une base de $\text{Sk}(\Gamma \times [0, 1], x_1, \dots, x_n)$.

Par exemple, la figure 7 montre un exemple de base de $\text{Sk}(H_2, x_1, x_2)$ en prenant comme graphe Γ le premier graphe représenté à gauche.

FIGURE 7 – Base de $\text{Sk}(H_2, x_1, x_2)$



On obtient alors une table des dimensions $\dim \text{Sk}(H_g, x_1, \dots, x_n)$: on laisse le lecteur découvrir toutes les récurrences linéaires qu'il recèle.

	$g = 0$	$g = 1$	$g = 2$	$g = 3$
$n=0$	1	2	5	15
$n=1$	0	1	5	20
$n=2$	1	3	10	35
$n=3$	1	4	15	55
$n=4$	2	7	25	90
$n=5$	3	11	40	145
$n=6$	5	18	65	235

3.3 – Représentations des groupes de tresses

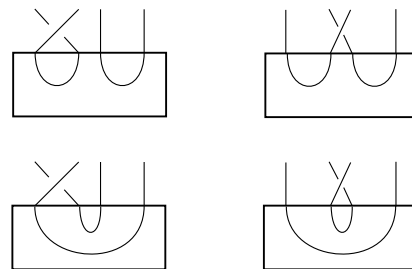
Notons $S = \partial B^3$ la sphère standard et choisissons des points $x_1, \dots, x_n$ dans S . On note $V_{0,n} = \text{Sk}(B^3, x_1, \dots, x_n)$ et on va montrer qu'il s'agit d'une représentation projective de $\text{Mod}(S_{0,n})$, c'est-à-dire qu'on va construire un morphisme

$$\rho : \text{Mod}(S_{0,n}) \rightarrow \text{PGL}(V_{0,n}).$$

Donnons-nous $f : S^2 \rightarrow S^2$ un homéomorphisme préservant l'orientation et permutant les points $x_1, \dots, x_n$. Si on oublie la contrainte de permuter les points, il est connu qu'un tel homéomorphisme f est isotope à l'identité, c'est-à-dire qu'on peut définir une famille continue d'homéomorphismes f_t vérifiant $f_0 = \text{Id}$ et $f_1 = f$. Pour définir $\rho(f)(\Gamma)$ avec Γ un graphe en bande dans B^3 d'extrémités $x_1, \dots, x_n$, il suffit de «déplacer les extrémités» de Γ de la façon décrite par f_t .

Le lecteur peut se guider sur l'exemple suivant de $\text{Mod}(S_{0,4})$ qui est pour l'essentiel engendré par σ_1 et σ_2 consistant à échanger x_1, x_2 et x_2, x_3 respectivement. L'isotopie $(\sigma_1)_t$ consiste à faire passer x_1 devant x_2 . Leur action sur la base $G_{\parallel}, G_{=}$ de $V_{0,4}$ se représente graphiquement comme dans la figure 8.

FIGURE 8 – Représentation de la matrice $\begin{pmatrix} \rho(\sigma_1)(G_{\parallel}) & \rho(\sigma_2)(G_{\parallel}) \\ \rho(\sigma_1)(G_{=}) & \rho(\sigma_2)(G_{=}) \end{pmatrix}$



Ceci nous donne après application directe de la relation de Kauffman la formule

$$\rho(\sigma_1) = \begin{pmatrix} -A^{-3} & A^{-1} \\ 0 & A \end{pmatrix}, \quad \rho(\sigma_2) = \begin{pmatrix} A & 0 \\ A^{-1} & -A^{-3} \end{pmatrix}.$$

Un problème que l'on a feint d'ignorer jusque-là est que dans notre description des modules d'écheveaux, les points marqués étaient munis de vecteurs tangents. De manière équivalente, on a oublié de prendre en compte la structure en bande dans nos dessins. Ce n'est pas si grave puisque l'action de vriller une bande n'importe où multiplie globalement les valeurs par une puissance de q : on a donc au moins obtenu des représentations projectives $\rho : \text{Mod}(S_{0,n}) \rightarrow \text{PGL}(V_{0,n})$.

Celle que l'on vient d'écrire est difficile à reconnaître mais elle est bien connue des géomètres. Le groupe $\text{Mod}(S_{0,4})$ est un produit semi-direct de $\text{PSL}_2(\mathbb{Z})$ par $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^2$, voir [5, Section 2.2.5]. Le groupe $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^2$ agit par symétries axiales sur la sphère et ces dernières n'agissent pas sur $V_{0,4}$. Rappelons la présentation bien connue $\text{PSL}_2(\mathbb{Z}) = \langle u, v \mid u^2 = v^3 = 1 \rangle$ (on a $u = \sigma_1\sigma_2$ et $v = \sigma_1\sigma_2\sigma_1$). Comme la représentation ρ vérifie l'identité supplémentaire $\rho(u^{-1}v)^{10} = 1$, l'image de ρ est un groupe triangulaire de paramètres $(2, 3, 10)$. On peut penser à notre représentation comme l'uniformisation de la courbe modulaire dans laquelle on a remplacé le cusp par un point conique d'angle $\frac{\pi}{5}$.

Cette étrange coïncidence n'est que la pointe de l'iceberg : on peut montrer que la représentation de $\text{Mod}(S_{0,5})$ est l'holonomie d'une surface hyperbolique complexe introduite par Hirzebruch dans [7] qui s'interprète aussi comme la compactification de Deligne-Mumford $\mathcal{M}_{0,5}$ dans laquelle tous les diviseurs de bord ont une structure conique d'ordre 5.

3.4 – Le cas du genre supérieur

Il est toujours plus difficile de comprendre le groupe $\text{Mod}(S_{g,n})$ quand $g > 0$. On va essayer d'en donner une idée en se limitant au cas $n = 0$ pour simplifier.

La clé se trouve dans le module d'écheveaux $\text{Sk}(S_g \times [0, 1])$ que l'on notera dorénavant $\text{Sk}(S_g)$. Ce n'est pas aussi facile de trouver une base que dans les cas précédents cependant, cet espace vectoriel de dimension finie est muni de structures supplémentaires dont on va tirer parti.

Tout d'abord c'est une algèbre où le produit de deux graphes en bande G_1, G_2 consiste à empiler l'un au-dessus de l'autre. Formellement, c'est

la réunion $\Phi_1(G_1) \cup \Phi_2(G_2)$ avec $\Phi_1(x, t) = (x, t/2)$ et $\Phi_2(x, t) = (x, (1+t)/2)$. Ensuite, c'est une représentation de $\text{Mod}(S_g)$ où un homéomorphisme $f : S_g \rightarrow S_g$ agit sur $G \in \text{Sk}(S_g)$ par $G \mapsto \tilde{f}(G)$ avec $\tilde{f}(x, t) = (f(x), t)$. Cette action préserve bien la structure d'algèbre.

La propriété clé de cette algèbre est la suivante.

Proposition 3. *Supposons que S_g soit le bord d'un corps en anse H_g . Le morphisme naturel $\Psi : \text{Sk}(S_g) \rightarrow \text{End}(\text{Sk}(H_g))$ défini par $\Psi(G)(\Gamma) = G \cup \Gamma$ est un isomorphisme.*

Notons que, comme dans le cas du genre nul, on a fait dans la définition de Ψ un abus de notation en identifiant $H_g \cup S_g \times [0, 1]$ avec H_g à l'aide d'un voisinage tubulaire du bord. Cette proposition implique en particulier que $\text{Sk}(S_g)$ est isomorphe en tant qu'algèbre à $M_k(\mathbb{C})$ avec $k = \dim \text{Sk}(H_g)$. D'après le théorème de Skolem-Noether, pour tout $f \in \text{Mod}(S_g)$, il existe $\rho(f) \in \text{GL}(\text{Sk}(H_g))$ tel que pour tout $x \in \text{Sk}(S_g)$ on ait :

$$\Psi(f(x)) = \rho(f)\Psi(x)\rho(f)^{-1}.$$

L'élément $\rho(f)$ est unique à multiplication près par un scalaire, cela nous donne la représentation ρ désirée.

Bien sûr, avec cette définition moins directe que dans le cas $g = 0$, il est plus difficile de calculer explicitement l'image des générateurs de $\text{Mod}(S_{g,n})$ mais c'est quand même faisable. Une propriété fondamentale des représentations ainsi construites est la suivante : les groupes modulaires sont engendrés par des twists de Dehn T_γ le long de courbes simples $\gamma \subset S \setminus \{x_1, \dots, x_n\}$. On peut montrer que $\rho(T_\gamma)$ est toujours diagonalisable, avec deux espaces propres associés aux valeurs propres 1 et q , presque comme une réflexion complexe. En particulier, $\rho(T_\gamma)^5 = \text{Id}$.

Regardons le cas de $g = 1$ pour lequel on a l'isomorphisme $\text{Mod}(S_1) = \text{SL}_2(\mathbb{Z})$. Les twists de Dehn correspondent aux matrices conjuguées à $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Leur image est d'ordre 5 et la représentation $\rho : \text{SL}_2(\mathbb{Z}) \rightarrow \text{PGL}(V_{1,0})$ se factorise par $\text{PSL}_2(\mathbb{Z}/5\mathbb{Z})$ où elle devient injective. Les spécialistes auront reconnu le groupe A_5 et la représentation ρ réalise ce groupe comme celui des isométries du dodécaèdre.

Pour $g \geq 2$, on ne sait pas grand chose sur l'image des représentations quantiques. Ce qu'on peut dire c'est qu'elles préservent un réseau arithmétique (i. e. elles prennent leurs valeurs dans $\text{PGL}_k(\mathbb{Z}[q])$) et qu'elles préservent une

forme (pseudo-)hermitienne. Si on ne peut pas espérer qu'elles soient toujours l'holonomie de structures géométriques sur des espaces de modules de courbes, on peut se demander quel est leur sens géométrique en général.

4. Conclusion

Comme le lecteur qui est arrivé jusqu'ici l'aura compris, le but de cet article est moins de présenter des recherches récentes que de raconter quelques mathématiques qui, bien qu'elles ont maintenant une trentaine d'années, sont encore peu connues et méritent une petite place au panthéon des maths. Si toutes ces choses ont été beaucoup étudiées de-

puis trente ans, c'est surtout dans le sens de la généralisation. Comme on l'a indiqué dans la section 2.2, on peut déjà introduire un paramètre k , mais on peut aussi remplacer le groupe SO_3 par n'importe quel groupe de Lie compact. Un formalisme qui englobe tout cela est celui des catégories modulaires, on renvoie pour cela le lecteur motivé au livre [11]. Pour ceux qui veulent plutôt prolonger la promenade, on renvoie aux articles d'exposition [10, 6]. Pour une construction auto-contenue des seules représentations quantiques liées à SU_2 , on peut consulter [9].

Ces généralisations évoquées, rappelons que même l'exemple le plus simple qui est développé ici a encore beaucoup de secrets à révéler et mérite bien de nouvelles recherches.

Références

- [1] I. AGOL et V. KRUSHKAL. « Tutte relations, TQFT, and planarity of cubic graphs ». *Illinois J. Math.* **60**, n° 1 (2016), p. 273-288.
- [2] M. ATIYAH. *The geometry and physics of knots*. Lezioni Lincee. [Lincei Lectures]. Cambridge University Press, Cambridge, 1990, p. x+78.
- [3] G. BERMAN et W. T. TUTTE. « The golden root of a chromatic polynomial ». *J. Combinatorial Theory* **6** (1969), p. 301-302.
- [4] G. D. BIRKHOFF. « A determinant formula for the number of ways of coloring a map ». *Ann. of Math. (2)* **14**, n° 1-4 (1912/13), p. 42-46.
- [5] B. FARB et D. MARGALIT. *A primer on mapping class groups*. **49**. Princeton Mathematical Series. Princeton University Press, Princeton, NJ, 2012, p. xiv+472.
- [6] L. FUNAR. « On mapping class group quotients by powers of Dehn twists and their representations ». In : *Topology and geometry - A collection of essays dedicated to Vladimir G. Turaev*, ed. A. Papadopoulos. European Mathematical Society Publishing House, Berlin, 2021, p. 273-308.
- [7] F. HIRZEBRUCH. « Arrangements of lines and algebraic surfaces ». In : *Arithmetic and geometry, Vol. II*. Vol. 36. Progr. Math. Birkhäuser, Boston, Mass., 1983, p. 113-140.
- [8] W. B. R. LICKORISH. *An introduction to knot theory*. **175**. Graduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York, 1997, p. x+201.
- [9] J. MARCHÉ. « Introduction to quantum representations of mapping class groups ». In : *Topology and geometry - A collection of essays dedicated to Vladimir G. Turaev*, ed. A. Papadopoulos. European Mathematical Society Publishing House, Berlin, 2021, p. 273-308.
- [10] G. MASBAUM. « Quantum representations of mapping class groups ». In : *Groupes et géométrie*. Vol. 2003. SMF Journ. Annu. Soc. Math. France, Paris, 2003, p. 19-36.
- [11] V. G. TURAEV. *Quantum invariants of knots and 3-manifolds*. **18**. De Gruyter Studies in Mathematics. Third edition [of MR1292673]. De Gruyter, Berlin, 2016, p. xii+596.
- [12] W. T. TUTTE. « A contribution to the theory of chromatic polynomials ». *Canad. J. Math.* **6** (1954), p. 80-91.
- [13] W. T. TUTTE. « On chromatic polynomials and the golden ratio ». *J. Combinatorial Theory* **9** (1970), p. 289-296.
- [14] E. WITTEN. « Quantum field theory and the Jones polynomial ». *Comm. Math. Phys.* **121**, n° 3 (1989), p. 351-399.

Julien MARCHÉ



Sorbonne université
marchjulien@gmail.com

Julien Marché, professeur à Sorbonne université, est spécialiste de topologie de basse dimension et de théorie quantique des champs topologique.

L'auteur souhaite remercier Gregor Masbaum, Gabriel Rivière, Maxime Ingremeau et Jean-Baptiste Meilhan pour leur lecture attentive et leurs précieux conseils.



Un entretien avec Hourya BENIS-SINACEUR

Propos recueillis par Emmylou Haffner et Karine Chemla

Spécialiste de philosophie et d'histoire des mathématiques, Hourya BENIS-SINACEUR a consacré ses travaux principaux aux mathématiques et à la logique des XIX^e et XX^e siècles. Elle s'est notamment intéressée aux fondements des mathématiques et de la logique, aux origines de la théorie des modèles et de l'algèbre réelle, ainsi qu'aux œuvres de philosophes de la tradition d'histoire et philosophie des sciences dans laquelle s'inscrivent des auteurs comme Jean Cavaillès¹.

Tu es arrivée à Paris en 1959 pour entrer en classes préparatoires au lycée Fénélon. Peux-tu nous parler de ton parcours, de ce qui t'a amenée de Casablanca à Paris ?

Je suis née à Casablanca à un moment où le Maroc était encore sous protectorat français. Ma famille appartenait à une classe élevée de la société marocaine, à la fois gardienne des traditions et ouverte sur le monde. Mon père était un homme d'affaires, importateur de thé vert de Chine et du Japon, d'argenterie anglaise, de soieries et brocarts lyonnais. Sa première langue était naturellement l'arabe, mais il parlait couramment le français, l'ayant appris par l'usage, et utilisait un anglais commercial dans ses correspondances et dialogues avec les Chinois, les Japonais et les Anglais. L'éducation de ses enfants lui importait beaucoup. Mu par une idée émancipatrice, il m'inscrivit au lycée de jeunes filles de Casablanca, où je fis mes études de la maternelle au baccalauréat. Peu de jeunes musulmanes accédaient à ce privilège, 5 par classe de 35. Je le revois encore me conduisant pour la première fois vers ce lieu dont je ne soupçonnais pas l'existence. Quand il me laissa entre les mains de la maîtresse, je me retrouvai brutalement plongée dans un environnement totalement opaque pour moi qui ne comprenais pas un mot de français : à

la maison nous parlions exclusivement l'arabe. Désormais, je vécus dans deux univers, deux langues, deux cultures : l'arabe à la maison, le français à l'école. Après un début rendu douloureux par la conscience de tout ce qui m'échappait faute de comprendre la langue : les consignes de la maîtresse, les jeux et les conciliabules des autres petites filles à la récréation, francophones en grande majorité, je m'attachai à tout ce que je découvrais, étranger d'abord, puis simplement inconnu, et enfin familier. Et j'aimais cette possibilité de tant et tant découvrir. Je fis aisément les classes du collège et du lycée. J'étais à partir de la Seconde dans une section C, avec français, latin, arabe et mathématiques. En Première, j'obtins le deuxième prix de composition française au Concours général, le premier prix n'ayant pas été décerné (1958). C'était la première fois qu'une jeune fille marocaine remportait ce prix de français. Cela fit quelque bruit autour de moi : ma dissertation fut publiée en première page du journal *Le Monde* et l'Ambassade de France à Rabat s'intéressa à mon sort, m'offrant une bourse si je poursuivais mes études en France. Mon professeur de français me parla du concours d'entrée à l'École normale supérieure et des classes de khâgne et d'hypokhâgne qui y préparent. C'était, avec ces noms barbares, comme si je découvrais Sirius ! Et Sirius était d'autant plus éloignée que traditionnellement à l'époque les jeunes filles étaient promises au mariage plutôt qu'à l'étude aride. Mais en Terminale, la chance me sourit de nouveau : j'obtins le premier accessit de philosophie au Concours général de 1959. Décidément l'étude me requérait. J'écrivis secrètement au lycée Fénélon ma demande d'admission en classes de Lettres supérieures (hypokhâgne) sur une simple feuille de papier blanc. La réponse, que je guettais chaque jour dans notre boîte aux lettres, arriva ; elle était positive et m'in-

1. Voir aussi : Emmylou Haffner, *Hourya Benis-Sinaceur*, 100 et un livres, Institut du monde arabe, Casablanca : Centre Culturel du Livre, 2020, <https://www.imarabe.org/fr/actualites/l-ima-au-jour-le-jour/2020/la-chaire-de-l-ima-met-a-disposition-son-projet-encyclopedique>

diquait la date de la rentrée. Je la montrai alors à mon père, insistant timidement mais sans relâche pour qu'il accepte de constituer mon dossier avec les documents qu'il pouvait seul obtenir, comme un extrait d'acte de naissance et autres. Pour mes parents, c'était une décision très dure à prendre : à l'époque très, très peu de jeunes filles marocaines musulmanes quittaient le Maroc pour des études en France. Moi qui avais deux frères qui faisaient leurs études en France, je ne voyais pas de différence entre les garçons et moi : à travail égal, droits égaux, telle était ma pensée spontanée. D'une certaine façon, je ne faisais que poursuivre la visée émancipatrice des militantes pour l'indépendance du Maroc et le geste de mon père m'inscrivant à l'école française pour recevoir une instruction complémentaire de celle que je recevais à la maison en arabe les jours de congé scolaire. Mais bien sûr, j'avais conscience de la fatalité qui transformait des jeunes filles en épouses et ménagères accomplies, et je voulais me soustraire à ce destin. Je croyais en la liberté que la lecture de quelques œuvres de Jean-Paul Sartre, Simone de Beauvoir et Paul Éluard avait fortifiée dans mon esprit. Je crois que mon père ne m'en voulut pas vraiment de l'avoir mis devant le fait accompli. Il se constitua en intercesseur auprès de ma mère, qui réfléchissait depuis un moment aux demandes de plusieurs prétendants et ne voulait pas entendre parler de Paris, cette ville de perdition ! Mais moi, je ne voulais pas entendre parler de mariage. La séparation avec ma mère, mes frères et sœurs, mes tantes, mes oncles, ma famille nombreuse, fut aussi douloureuse pour moi qu'elle le fut pour ma mère à qui l'on avait forcé la main. Mon père m'accompagna à Paris où il avait pris soin d'opter pour un régime d'internat – externalisé au Foyer des lycéennes de la rue du Docteur Blanche, dans le 16^e arrondissement, bien loin de la rue de l'Éperon où se situait le lycée Fénelon et de la bibliothèque de la Sorbonne. Un style de vie radicalement nouveau commençait pour moi. Voilà résumées les circonstances dans lesquelles s'est effectuée pour moi la jonction du lycée Fénelon à Paris au lycée de jeunes filles de Casablanca. Si j'ai donné quelques détails, c'est pour signifier un arrachement qu'avait rendu possible un succès scolaire imprévu, un déracinement dont je n'allais avoir pleinement conscience que plus tard, insensiblement.

Tu intègres à l'ÉNSJF en 1962. Qu'est-ce que cela a représenté pour toi de pouvoir mener tes études dans cette école ?

Les années à Fénelon ne furent naturellement pas une promenade de santé. Mais j'étais plus affectée,

moi qui avais voulu à tout prix venir à Paris, par les conditions matérielles de mon installation (le climat, la dureté du régime d'internat, l'isolement) que par les difficultés proprement intellectuelles, qui étaient cependant loin d'être nulles, puisque j'avais inconsidérément décidé de commencer en hypokhâgne l'étude du grec. En 1962, je fus reçue à titre étranger au Concours Lettres de l'École normale supérieure de jeunes filles du boulevard Jourdan. J'avais gagné mon pari, ma fierté était sauvée. J'étais heureuse de l'atmosphère plus détendue et moins concurrentielle de l'École, de la mixité entre littéraires et scientifiques, des cours de nos enseignants, Jules Vuillemin et Claude Imbert, des livres de la bibliothèque à portée de main, d'une certaine liberté dans nos choix intellectuels. Malgré tout, j'étais un peu en marge car, pensant retourner dans mon pays après l'agrégation, j'avais refusé la proposition de la Surveillante générale d'entamer les démarches pour la nationalité française. J'étais donc élève à titre étranger et en 1966, j'obtins l'agrégation de philosophie à titre étranger. Mes premières années d'enseignement le furent à titre d'associée, ce qui signifiait concrètement d'être sous-payée. C'est seulement en 1976 que je demandai et obtins la nationalité française. Ce qui n'était pas sans inconvénient, car alors je perdais les diplômes acquis à titre étranger, nouvelle occasion d'être sous-évaluée dans l'échelle de rémunération.

Ton histoire était assez exceptionnelle, à l'époque. Comment as-tu ressenti le fait d'être femme à Casablanca ? À Paris ? En histoire et en philosophie des mathématiques ?

Dans une société patriarcale ce n'est pas un avantage d'être fille puis femme. Mais, du moins dans mon milieu, on ne peut pas parler univoquement de soumission des femmes au sens brutal où l'on a coutume de l'évoquer à propos des sociétés musulmanes. En fait c'est une question d'espace : les femmes étaient maîtresses incontestées chez elles, mais ne travaillaient pas au dehors. Leur pouvoir était domestique. Elles sortaient seulement pour se rendre chez des amies ou faire des achats dans les magasins. La frontière fut brouillée par la lutte pour l'indépendance, à laquelle beaucoup de femmes participèrent activement. Certains acquis réduisirent l'asymétrie sans modifier l'équilibre entre masculin et féminin. C'est à mon père que j'ai adressé mes argumentations en faveur d'un départ pour Paris. En même temps, comme je l'ai montré dans mon cas, les femmes pouvaient être plus conservatrices que les hommes, ce qui était

d'ailleurs une conséquence de leur confinement à la sphère domestique. Comme je voulais absolument échapper au sort féminin commun, je me sentais un peu à part et j'avais besoin de me sentir à part pour plaider ma cause, avec toute la patience nécessaire. La compréhension de mon père me paya de retour. Elle était exceptionnelle, puisque sur les cinq jeunes marocaines musulmanes de mes classes de Première et de philosophie, je suis la seule à avoir quitté le Maroc pour étudier en France ou ailleurs. À Paris, je dois dire que je travaillais sans attention particulière à ma condition de femme, dont je supportais pourtant les inconvénients. Tout me paraissait possible au pays des droits de l'homme. Je ne songeai pas à revendiquer une pensée féminine. À tort ou à raison, je considérais les mathématiques, la philosophie et la littérature comme des productions de l'esprit humain, sans division entre sujets masculins et sujets féminins. Ce sont les conditions de production qui diffèrent et défavorisent très réellement les femmes. Or dans ma sphère d'action, je ne me sentais ni inférieure ni infériorisée. Orgueil, inconscience ou mépris des matérialités ? Disons que je m'intéressais surtout à des objets théoriques abstraits et beaucoup moins à leur soubassement sociologique, dont je reconnais néanmoins le grand intérêt dans une perspective politique.

Pourquoi t'es-tu dirigée vers la philosophie ? Puis vers la philosophie des mathématiques en particulier ?

À l'origine, j'étais une littéraire bonne en mathématiques. La littérature a joué un grand rôle dans les fantasmes qui ont alimenté mon désir de liberté. Je suis entrée dans la philosophie par les romans de Tolstoï, de Dostoïevski, de Stendhal et de Balzac, par les œuvres de Sartre, de Camus et de Simone de Beauvoir aussi bien que par les poésies de Gérard de Nerval, de Baudelaire et de Rimbaud. Existentialiste ou pas, il s'agissait d'une philosophie connectée au vécu et liée à l'imaginaire. En classes préparatoires, je découvris avec Platon, Descartes et Kant de grands systèmes et avec Kierkegaard la philosophie du vertige et de l'angoisse. Pour dépasser ma perplexité devant cette discordance, je me promis d'arpenter ces nouveaux continents. À

l'École normale, Vuillemin nous fit un cours sur l'infini mathématique et cita les *Paradoxien des Unendlichen* (1851)² de Bernard Bolzano d'une manière qui incitait à aller y regarder de près. Ce fut une sorte de révélation : il existait donc une philosophie des mathématiques, et elle pouvait donner la maîtrise de questions ayant défié la pensée depuis l'Antiquité. Bolzano répondait à Aristote. Je décidai donc de me remettre aux mathématiques en m'inscrivant à la faculté des sciences de Paris et d'apprendre l'allemand pour pouvoir aborder l'ouvrage de Bolzano. Dès que je fus capable de déchiffrer cette nouvelle langue, dont je découvrais le rythme dans la poésie de Rainer Maria Rilke, je me plongeai dans l'œuvre de fondation de l'analyse réelle de Bolzano, l'auteur des *Paradoxien* qui valorisait l'héritage de Leibniz contre celui de Kant. Les cours de mathématiques que je suivais à la faculté des sciences me fournissaient les outils d'une compréhension technique de ses ouvrages : le *Binomische Lehrsatz* [Théorème du binôme] (1816), le *Rein analytischer Beweis* [dont le titre entier est « *Rein analytischer Beweis des Lehrsatzes, daß zwischen je zwei Werthen die ein entgegengesetztes Resultat gewähren, wenigstens eine reelle Wurzel der Gleichung liege* » (Prag, 1817)]³, la *Funktionenlehre* [Théorie des fonctions] (rédigée en 1830-35, publiée en 1930⁴), etc. On peut dire que c'est avec l'œuvre de Bolzano que je m'installai dans la philosophie des mathématiques ; c'est d'ailleurs sur elle qu'a porté mon premier article publié. Je trouvai ainsi de quoi satisfaire mon aspiration à une rigueur de pensée, que j'avais d'abord nourrie par l'amour littéraire du mot précis, et que je maximisais désormais par la pratique mathématique. Dire beaucoup en peu de mots rapproche les mathématiques de la poésie.

Tu as également beaucoup travaillé en histoire des mathématiques, et tu défends une approche qui joint l'histoire et la philosophie des mathématiques. Pourquoi ?

Avec l'exercice des mathématiques, j'ai tout de suite développé un goût pour leur histoire comme à un axe de l'aventure humaine. Dans la mesure où l'on parvient à en constituer des séquences à partir de

2. *Les Paradoxes de l'infini*, Traduction française par H. Benis-Sinaceur, Paris, Éditions du Seuil, 1993.

3. Démonstration purement analytique du théorème : entre deux valeurs quelconques qui donnent deux résultats de signes opposés se trouve au moins une racine réelle de l'équation, traduction française J. Sebestik, *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, T. XVII, 1964, p. 129-164, https://www.persee.fr/doc/AsPDF/rhs_0048-7996_1964_num_17_2_2325.pdf

4. Herausgegeben und mit Anmerkungen versehen von Karel Rychlik. In : *Bernard Bolzanos Schriften*, herausgegeben von der Königlich Böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften, Bd. 1, Prag 1930 ; repr. in *Gesamtausgabe*. Herausgegeben von E. Winter & alii, Band II, A,10,1.

documents et de textes, l'histoire fournit des faits datés. Et les faits c'est une matière première indispensable à la réflexion. Bien sûr, la manière dont on constitue une histoire n'est ni neutre, ni totalement objective : des inflexions et des corrections sont apportées sans cesse, et elles piquent la curiosité et renouvellent les perspectives. En fait, l'histoire des mathématiques est une histoire des idées mathématiques. Et celles-ci sont mêlées d'idées philosophiques. Or il est passionnant de suivre, modifier ou tracer à neuf un chemin idéal. Pour cette fois, je n'aurai pas la modestie de nier que j'en ai défriché quelques-uns.

Tu es reconnue comme une grande spécialiste des travaux du philosophe résistant Jean Cavaillès, et tu as participé à la renaissance de la Société des Amis de Jean Cavaillès⁵. Peux-tu nous dire comment tu es arrivée à lui, ce que ses travaux signifient pour toi et pour ton approche de l'histoire et de la philosophie des mathématiques ?

La première fois que j'ai entendu parler de Jean Cavaillès c'est par Suzanne Bachelard, qui l'avait connu et dont je suivais le séminaire à l'Institut d'histoire des sciences et des techniques de la Sorbonne. Cavaillès était réputé un auteur profond et incompréhensible. Je m'attaquai directement et sans armes à son livre-testament, *Sur la logique et la théorie de la science* (1947). Je n'y compris goutte, mais je sus que son auteur avait quelque chose à voir avec *Nuit et brouillard*, le film que je vis à mon arrivée à Paris et qui me révéla les horreurs dont on n'avait pas idée au Maroc, car le sultan Mohammed V avait refusé d'obtempérer aux ordres de Vichy et déclaré sous sa protection ses sujets juifs. Je commençai donc à apprendre l'histoire de France, non pas celle de Clovis ou de Louis XIV, mais celle de son plus proche passé. Pas glorieux en général ! Mais il y avait eu les Résistants. Et parmi les Résistants de la première heure, Jean Cavaillès, penseur, rebelle les armes à la main, fondateur avec Emmanuel d'Astier de la Vigerie et rédacteur du journal *Libération*. Inconsciemment j'associai la lutte pour la libération de la France à la lutte pour l'indépendance du Maroc. Jean Cavaillès incarna pour moi les valeurs que m'avait enseignées l'école de la République. En même temps, puisque Cavaillès avait jeté les bases d'une philosophie mathématique, je n'allais pas reculer devant les énigmes de

ses écrits. Les deux livres issus de ses thèses comportent plus de flashs historiques que son testament philosophique. Pour les comprendre, il faut au moins connaître l'essor des mathématiques entre 1850 et 1930. Ayant fait quelques incursions dans cette période, je m'appliquai à l'étudier de plus près, et je pus approcher la manière dont Cavaillès en avait restitué des éléments sous un prisme philosophique. Je crois que j'attachais, et j'attache toujours, une grande importance au fait que Cavaillès ne voulait pas construire un système philosophique mais comprendre philosophiquement les tours et détours de la pratique mathématique. Comme on l'a dit, l'histoire est le laboratoire du philosophe. Sans doute y a-t-il deux façons de concevoir la philosophie des mathématiques. Une première façon consiste à se saisir de questions surgies dans la pratique mathématique, à un moment de son histoire, et à les développer de manière philosophiquement autonome et générale. Une seconde façon, moins ambitieuse mais aussi moins abstraite, est de ne pas désertier le terrain de la pratique et de l'histoire. Curieuse pour les idées mais aussi soucieuse de la lettre des textes, je travaille de cette seconde façon. Ainsi je me situe dans la tradition française d'histoire et philosophie des sciences initiée par Léon Brunschvicg, le maître de Cavaillès. N'oublions pas que j'eus pour professeurs, à la Sorbonne, Georges Canguilhem et Suzanne Bachelard, ainsi que Gilles-Gaston Granger comme directeur au CNRS et, à l'ÉNS, Jules Vuillemin qui se rattachait à Cavaillès bien qu'il n'épousât pas ses vues sur le rapport de la philosophie à l'histoire.

Tu as aussi bien sûr beaucoup travaillé sur l'algèbre réelle et ses liens avec la logique, ce qui a notamment mené à des collaborations avec des mathématicien-ne-s. Comment vois-tu, avec le recul, ces deux facettes de ton expérience ?

Je ne me souviens plus du premier titre sous lequel j'ai déposé mon projet de thèse à la Sorbonne en 1979 sous la direction de Jean-Toussaint Desanti, qui m'offrit, à cette occasion, les deux tomes du traité de E. W. Hobson : *The Theory of functions of a real variable and the theory of Fourier's series* (1921), dont il s'était lui-même servi. Mais le sujet que Roger Martin m'a aidée à délimiter concernait bien l'analyse réelle, l'infini et le continu. À cette date, j'avais terminé ma licence de mathéma-

5. La société des amis de Jean Cavaillès a été créée en 1947, pour perpétuer la mémoire de J. Cavaillès. Elle est aujourd'hui encore engagée dans la promotion de la philosophie des sciences et des œuvres de Cavaillès et d'Albert Lautman (1908-1944). Voyez <https://cavaillès.hypotheses.org>

tiques à Paris 6 et Paris 7. En algèbre, j'avais suivi le cours de Gabriel Sabbagh, qui donnait des aperçus de liens avec la logique. Sabbagh encouragea mon intérêt pour la théorie des modèles et, dirigée par lui, j'obtins en 1977 un DEA de logique mathématique. Je profitais des lumières des membres de l'équipe de logique mathématique de Paris 7 (Gabriel Sabbagh, Françoise Delon, Max Dickmann, etc.). J'étudiais le livre de Wilfrid Hodges, *Logic* (1977), concomitamment avec celui de C. C. Chang et H. J. Keisler, *Model Theory* (1973). La théorie des modèles m'introduisit à la théorie des corps réels clos et ma curiosité pour l'histoire, conjuguée à ma connaissance de l'allemand, me conduisit à sa source : je découvris les deux mémoires publiés en 1926 et 1927 par Emil Artin et Otto Schreier, ignorés en France tandis qu'ils faisaient partie du bien commun en Allemagne. Artin et Schreier introduisaient l'algèbre réelle, c'est-à-dire qu'ils posaient à partir de l'étude du corps ordonné des nombres réels les axiomes algébriques des corps réels clos. Pour mieux m'approprier le contenu, j'en fis une traduction française, restée dans mes tiroirs. J'observai que l'enseignement universitaire classique en France ne faisait aucune mention de cette théorie, qui apportait pourtant une réponse à une question qui a occupé nombre de mathématiciens à travers les siècles : comment exprimer sous forme purement algébrique des propositions impliquant les nombres réels ? En d'autres termes, comment exprimer le continu par du discret ? Personnellement en tout cas, je tenais un fil reliant l'analyse classique, l'algèbre moderne et la logique mathématique, du moins la partie fondée par Alfred Tarski. Le mémoire de Tarski *The completeness of elementary algebra and geometry*⁶ me fournit mon incipit : le théorème d'algèbre de Sturm transformé, par généralisation, en méthode de décision, et pierre angulaire de la construction des corps réels clos d'Artin et Schreier – ce dont Tarski n'a pas tenu compte dans la première édition californienne de son mémoire. J'observai de nouveau que je n'avais jamais rencontré ni Sturm ni son théorème au cours de mes études à la faculté. Je m'engageai donc avec gourmandise dans des recherches historiques, largement favorisées par le fonds de la bibliothèque de l'Institut Henri Poincaré que je fréquentais quotidiennement.

J'étais interpellée par le fait que la théorie d'Artin et Schreier et le mémoire de Tarski sur la complétude de l'algèbre et de la géométrie élémentaires, dont l'idée remonte à l'année 1931 qui voit paraître son article « Sur les ensembles définissables de nombres réels »⁷, tendaient vers le même résultat par deux voies étrangères l'une à l'autre. Ce n'est en effet qu'en 1951, dans la deuxième version californienne de son mémoire, que Tarski fit référence aux corps réels clos et à leur définition par Artin et Schreier. Mon livre *Corps et modèles. Essai sur l'histoire de l'algèbre réelle* (Paris, Vrin, 1991, 2^e éd. 1999), dont les épreuves furent relues par des amies mathématiciennes, eut le bonheur d'attirer l'attention de Marie-Françoise Coste-Roy. Elle m'invita à parler à son séminaire et ce fut le début d'une amitié intellectuelle sans faille. Cette facette de mon expérience est en effet très différente de celle qui concerne l'œuvre de Cavaillès, mais un lien existe entre les deux, constitué par l'irruption de la logique dans la pratique mathématique. Tout en critiquant le logicisme, Cavaillès a saisi que le rapport de la logique aux mathématiques changeait avec la perspective introduite par Tarski. Bien sûr, il n'a pas eu le temps d'y voir plus clair, mais son intuition à ce propos comme à d'autres est remarquable. Mon travail sur Sturm, Sylvester, Hermite, Artin et Schreier puis Tarski, d'abord totalement indépendant de mon travail sur Cavaillès, ne lui était en fait pas totalement étranger.

Peux-tu évoquer pour nous d'autres parties de ton travail qui te tiennent à cœur (par exemple Bolzano, Dedekind, l'infini, la logique) ?

Comme je vous l'ai dit, Bolzano fut à l'origine de mon intérêt pour l'entrecroisement des mathématiques et de la philosophie. Une origine due aux hasards qui m'ont conduite au lycée Fénélon, puis à l'ÉNS de jeunes filles du boulevard Jourdan où enseignait Jules Vuillemin. Avec Bolzano et ma lecture de ses *Paradoxien des Unendlichen*, que je traduisis pour ma propre gouverne avant que Jean-Marc Lévy-Leblond ne m'invite à en publier la traduction dans sa collection aux Éditions du Seuil, la connexion était toute faite entre l'analyse infinitésimale et l'infini actuel des ensembles, dénombrables ou non. Appelée à aborder les commencements de

6. *Sur la complétude de l'algèbre et la géométrie élémentaires*, Paris, Institut Blaise Pascal, 1939/1967, reprint in *Collected Papers IV* (S. Givant & alii eds.), Birkhäuser, 1986, p. 289-346. Traduction française dans *Logique, sémantique, métamathématique 1923-1944*, T. 2, G.G. Granger dir., Paris, Armand Colin, 1974, p. 203-242. Cf. aussi *A decision method for elementary algebra and geometry*, University of California Press, Berkeley and Los Angeles, 1948/1951, repr. in *Collected papers III*, p. 297-368.

7. *Fundamenta mathematicæ* 17, p. 210-239, repr. in *Logique, sémantique, métamathématique 1923-1944*, T. 1, p. 117-146 et *Collected papers I*, p. 517-548.

la théorie des ensembles, je ne pouvais manquer de rencontrer les travaux de Dedekind et de Cantor. *Stetigkeit und irrationale Zahlen*⁸ [Continuité et nombres irrationnels] de Dedekind retint immédiatement mon attention par sa caractérisation algébrique du continu, tandis que *Was sind und was sollen die Zahlen*?⁹ [Que sont les nombres et à quoi servent-ils ?] m'intéressa par sa caractérisation de la suite des nombres entiers naturels à partir des propriétés communes à tout ensemble infini linéaire dénombrable. Une fois de plus, je fis une traduction de ces opuscules, bien avant de penser à la publier. Bientôt, notamment grâce à la dernière phrase du chapitre I de *Méthode axiomatique et formalisme* de Cavaillès¹⁰, je compris le lien entre *Was sind und was sollen die Zahlen*? et *Grundlagen der Geometrie*¹¹ [Fondements de la géométrie] de Hilbert : l'axiomatisation. Ce chapitre de Cavaillès, sous-titré « De Gauss et Bolzano à Russell et Hilbert », évoque brièvement Hankel, Cauchy, Grassmann, Euclide, Dedekind ainsi que les énoncés qui ne doivent rien à l'intuition et « dont le contenu pourtant n'est ni vide ni le résultat de déterminations arbitraires » (p. 56). En même temps Cavaillès fait un sort à la construction logique des entiers par Gottlob Frege, qui substitue le concept de fonction à celui de copule de la logique aristotélicienne. La suggestion est avancée à cet endroit avant d'apparaître en pleine lumière dans la dernière page de *Sur la logique et la théorie de la science* : substituer le concept à l'objet. Le lien entre les nombres, l'analyse réelle, l'infini, la théorie des ensembles et la logique n'était pas surimposé à l'œuvre des mathématiciens ; ceux-ci, du moins certains comme Dedekind, Frege, Hilbert, Russell, l'avaient eux-mêmes établi.

Tu as également fait des incursions dans les sciences médiévales en arabe : qu'a apporté ce terrain autre à ta réflexion de chercheuse ?

Mes incursions dans les apports des mathématiciens arabes furent indirectes ; elles eurent pour médiateurs des historiens des mathématiques, notamment Franz Woepcke, Adolf-Andrei Youskevitch, Roshdi Rashed et Ahmed Djebbar. Bien que je ne sois pas allée bien loin dans cette voie, le béné-

fice que j'en ai retiré est important du point de vue épistémologique. Celui-ci a consisté en une mise en perspective d'un certain discours occidental sur l'histoire des sciences et l'histoire de la philosophie. Par exemple, on ne peut négliger les éditions de textes mathématiques arabes qui attestent que Descartes n'est pas le grand initiateur de l'utilisation des équations algébriques pour résoudre des problèmes de géométrie. Ainsi, toute inflexion historique perçue comme rupture est en réalité souvent le produit d'une longue évolution progressive, parfois souterraine.

Tu as été très active au sein de la communauté universitaire française, notamment au sein du CNRS en tant que présidente de la section 35 et lors de la fondation du comité d'éthique du CNRS. Peux-tu nous parler de cette expérience, et du regard que tu poses sur l'état de la recherche aujourd'hui ?

J'ai été appelée à présider la section 35 du CNRS (1991-1995) et à remplir différentes missions que l'on me confiait parce que, philosophe, je prenais langue facilement avec les responsables et les chercheurs des sections scientifiques du CNRS. Mon expérience personnelle de va-et-vient entre mathématiques et philosophie aidait à cette entremise. C'est ainsi que j'ai œuvré à la naissance du comité d'éthique du CNRS en 1993, le COMETS, alors que jusque-là je ne m'intéressais pas beaucoup à la philosophie éthique. Mais je trouvai du renfort parmi les spécialistes de cette discipline, en section 35. La première présidente du COMETS fut l'historienne Hélène Ahrweiler, qui me confia la rédaction des avis élaborés pendant nos séances de réunion. Je m'initiai ainsi à une réflexion qui devait, chaque année, prendre de plus en plus d'importance. J'ai appris beaucoup de choses et parmi celles-ci la plus importante, que j'avais déjà pratiquée à une moindre ampleur : ignorer les frontières entre spécialités et disciplines. Ma fonction de présidente d'une section qui regroupait, outre la philosophie, la littérature, les langues vivantes, la musicologie, etc., m'aidait dans la tâche de réunir et de faire dialoguer des personnalités d'horizons divers. Aujourd'hui, je déplore que la recherche fondamentale soit privée du

8. Braunschweig, Vieweg und Sohn, 1872, repr. in *Gesammelte mathematische Werke* III, E. Noëther & alii eds., Braunschweig, Vieweg, 1932, p. 315-324. Traduction française avec introduction et notes par H. Benis-Sinaceur dans R. Dedekind, *La création des nombres*, Paris, Vrin, 2008, p. 23-89.

9. Braunschweig, Vieweg und Sohn, 1888, repr. in *Gesammelte mathematische Werke* III, p. 335-391. Traduction française avec introduction et notes par H. Benis-Sinaceur dans R. Dedekind, *La création des nombres*, p. 91-216.

10. « De là à considérer que seule la méthode axiomatique peut fonder et étendre le travail mathématique, parce qu'elle exprime son essence, il n'y avait qu'un pas, qui fut fait en 1899 » (deuxième édition, Paris, Hermann, 1981, p. 75).

11. Stuttgart, Teubner, 1899, 2^e éd. 1903, 10^e éd. 1968. Trad. fr. P. Rossier, Paris, Dunod, 1971.

temps long et de moyens conséquents. Pas besoin de répéter que l'enseignement et la recherche sont une nécessité vitale.

Tu joues aussi un rôle important en tant que directrice de la Collection Mathesis chez Vrin. Peux-tu évoquer la création de cette collection et le travail d'éditrice que tu mènes ?

Sur le point de créer une collection d'histoire des sciences à la librairie philosophique Joseph Vrin, Michel Blay me proposa en 1990 d'en partager la direction avec lui. J'acceptai de prendre en charge les projets relatifs à l'histoire des mathématiques, l'histoire de la physique étant son domaine. La collection fut magnifiquement lancée par la publication des traductions de textes de Leibniz par Marc Parmentier. D'autres textes de Leibniz suivirent jusqu'à constituer une part appréciable de cette collection. D'autres traductions de textes d'auteurs cardinaux furent publiées : de Baas van Fraassen, de Bernays, de Carnap, de Dedekind, de Hintikka, de Lukasiewicz, de Frank Ramsey. Il y eut aussi beaucoup d'études sur des sujets divers. Là encore, j'ai appris énormément de choses par ma lecture des manuscrits proposés. Et j'espère ne point avoir rebuté les auteurs par mes exigences de rigueur et de précision. Parfois l'auteur et moi consacrons beaucoup de temps à discuter du contenu et de la forme du manuscrit destiné à devenir un livre de la collection. Mon idée est évidemment de mettre à la disposition des étudiants et des chercheurs des sources difficilement accessibles et d'attirer leur attention sur des ressources constituées par les travaux d'autres chercheurs.

Tu as aussi été très active au Maghreb en parallèle de ta carrière française ?

Je n'ai sans doute pas pu le faire suffisamment mais j'ai toujours désiré être active sur l'autre rive de la Méditerranée. Au Maroc, j'ai donné, de manière bénévole bien entendu, des cours d'histoire des mathématiques à la Faculté des sciences et à l'Institut National de Statistiques et d'Économie Appliquée (INSEA) de Rabat. J'ai fait des conférences de philosophie dans les Instituts Culturels Français de Casablanca, Rabat, El Jadida, Marrakech, Fès et Meknès. J'ai été membre de l'Institut Universitaire de

Recherche Scientifique (IURS), où j'ai participé aux réflexions sur les problèmes de l'éducation et de la formation au Maroc et parlé, parfois, de philosophie des sciences, et écouté, plus souvent, la grande dame de la sociologie féministe marocaine, Fatema Mernissi. Ce fut une pionnière, y compris au niveau international ; son livre sur le voile a d'abord été publié en anglais sous le titre *Beyond the Veil* (1975). À Alger et à Oran, j'ai participé à des colloques d'histoire des mathématiques. À Tunis, je suis intervenue dans des cercles de philosophie générale, à l'université et à l'Académie des lettres, des sciences et des arts Beït al Hikma, dont j'eus l'honneur d'être membre puis vice-présidente.

Quelles furent pour toi les rencontres les plus belles et les plus marquantes au cours de ta carrière ?

Ma première belle rencontre fut Paris. Je l'ai parcourue sous le charme dont l'ont parée les écrivains, les poètes et les peintres. Décisif pour ma carrière fut Georges Canguilhem qui, tandis que je n'étais pas encore française, me fit recruter à l'université, et à qui je dois d'être restée en France. Puis-je mentionner que Canguilhem accepta de parrainer la publication d'un livre posthume de Mehdi Ben Barka aux éditions Maspero ? M'ont accueillie chez eux, avec amitié et affection, Jean-Toussaint Desanti et son épouse Dominique, militante de la cause des femmes. M'a généreusement aidée dans mon travail intellectuel, dont la nature mixte m'isolait dans le milieu philosophique des décennies 1970 et 1980, Roger Martin, dont l'épouse, Colette Martin, directrice de la bibliothèque de mathématiques de l'ÉNS Ulm, a gardé à l'occasion mon fils aîné pour que je puisse travailler. M'a encouragée après avoir lu mon premier rapport au CNRS, où je venais d'entrer en tant que chargée de recherche, Gilles-Gaston Granger. Le petit mot personnel qu'il m'a adressé m'a convaincue que j'étais sur une bonne voie. M'ont intriguée par leur personnalité non standard Gabriel Sabbagh et Georg Kreisel que je voyais chaque fois qu'il venait à Paris et sur les articles duquel je me suis beaucoup cassé les dents. La très belle personne que j'ai rencontrée en 1960 à Rabat, où elle était professeure d'histoire au Lycée Descartes, et que j'ai retrouvée à Paris, est Lucie Aubrac.



Née à Casablanca le 11 octobre 1940.

Études

École normale supérieure (1962-1966)
Agrégation de Philosophie (1966)
DEA de mathématiques, université Paris 7 (1977)
Docteur ès Lettres (1987)

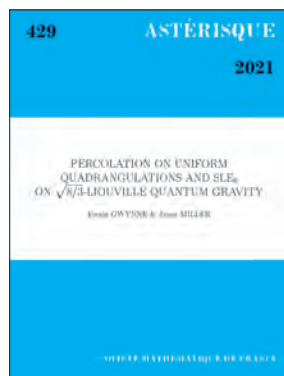
Emplois

Enseignante au Centre universitaire expérimental de Vincennes (1968-1970)
Enseignante à l'université Paris 1 (1970-1979)
Chargée de recherche puis Directrice de recherche et éméritat au CNRS, Institut d'Histoire et Philosophie des Sciences et des Techniques, université Paris 1 Panthéon-Sorbonne (1979-) Chercheuse invitée au Dibner Institute for the History of Science and Technology (1997-1998)

Distinctions

Lauréate au Concours général des Lycées et Collèges 1991, Médaille de bronze du CNRS
1991, Grand prix du livre du Maroc
1994, Chevalier dans l'Ordre des Palmes académiques
1995, Membre titulaire de l'Institut International de Philosophie (IIP), Vice-Présidente 2003-2006.
2005, Membre correspondant de l'Académie Internationale d'Histoire des Sciences.
2014, Wissam Alaouite par Sa Majesté le Roi Mohammed VI
2021, Membre honoraire de l'Académie internationale de philosophie des sciences

Astérisque - nouveauté



Vol. 429

Percolation on uniform quadrangulations and SLE_k on $\sqrt{8/3}$ -Liouville quantum gravity

E. GWYNNE et J. MILLER

ISBN 978-2-85629-947-0
2021 - 242 pages - Softcover. 17 x 24
Public: 50 € - Members: 35 €

We show that the percolation exploration path for critical ($p=3/4$) face percolation on a uniform random quadrangulation with simple boundary converges in the scaling limit to a certain curve-decorated metric measure space. Explicitly, the limiting object is SLE_k on a $\sqrt{8/3}$ -Liouville quantum gravity (LQG) disk, or equivalently SLE_k on the Brownian disk. The topology of convergence is the natural analog of the Gromov-Hausdorff topology for curve-decorated metric measure spaces. We also obtain analogous results for site percolation on a uniform triangulation with simple boundary. We expect that our techniques can be generalized to other variants of

percolation on uniform random planar maps. Our proof proceeds by showing tightness of our percolation-decorated random quadrangulation, then showing that every possible subsequential limit must be SLE_k on $\sqrt{8/3}$ -LQG. To carry out this second step, we prove that SLE_k on a $\sqrt{8/3}$ -LQG surface is uniquely characterized by a list of simple properties, then check that the subsequential limit must satisfy these properties. The discrete part of the argument (involving random planar maps) is carried out in the first article of this volume, in which we show tightness and check the hypotheses of the characterization theorem. The continuum part of the argument (involving SLE and LQG) is carried out in the second article, in which we prove the characterization theorem for SLE_k on $\sqrt{8/3}$ -LQG. We also establish analogous characterization theorems for SLE_k on γ -LQG surfaces for any $k \in (4, 8)$ and $\gamma = 4/\sqrt{k} \in (\sqrt{2}, 2)$, which we expect may be useful for proving scaling limit results for other statistical mechanics models on random planar maps.

Disponible sur le site de la SMF (boutique en ligne) : <https://smf.emath.fr>

*frais de port non compris





Activités de diffusion mathématique : appel à contributions

- I. CHATTERJI
- R. COULON
- F. PÈNE
- D. THOMINE

Nous sommes beaucoup à avoir des objets et des activités de diffusion qui amusent petits et grands à diverses occasions (fête de la science, etc). Au fil des années, nos activités se sont perfectionnées, mais la plupart d'entre elles ne sont partagées que localement, avec les collègues de notre stand. Deux projets s'associent pour faciliter l'échange et contribuer à la mise en valeur des travaux des collègues en matière de diffusion mathématique : la plate-forme d'échanges *Kits Mathématiques (Kits)* et un numéro spécial « Activités » de *La Gazette* de la Société Mathématique de France. Le matériel lié aux articles du numéro spécial de *La Gazette* pourra être déposé sur *Kits* et, inversement, le matériel déposé sur *Kits* pourra faire l'objet d'un article dans le volume spécial de *La Gazette* détaillant un atelier utilisant ce matériel. Nous espérons que ces projets vous plairont et que vous serez nombreux et nombreuses à y contribuer.

C'est quoi ce site *Kits* ?

Le site *Kits* (<https://kits.math.cnrs.fr>), développé par Indira Chatterji et Rémi Coulon, est une plate-forme d'échanges autour de la médiation scientifique, destinée à la communauté universitaire francophone. Vous y trouverez des activités et objets introduisant des idées en lien avec la recherche contemporaine et faisant partager notre émerveillement devant les mathématiques. *Kits* est un site collaboratif qui a pour but de promouvoir les échanges non seulement d'idées, mais aussi d'objets, au sein de la communauté. Vous pouvez y contribuer en déposant des activités, en les commentant, mais aussi en proposant du matériel à emprunter, etc. N'hésitez pas aussi à parcourir notre galerie d'activités en

quête d'inspiration ou à demander aux collègues de vous prêter leur matériel. Si vous souhaitez fabriquer des objets mathématiques, vous pouvez en réaliser avec l'appui du FabLab, du menuisier, du verrier, etc. de votre université, ou rejoindre l'un des prochains Fabrikathon qui seront annoncés sur le site *Kits*.

Et ce numéro spécial « Ateliers mathématiques : clefs en main » de *La Gazette* ?

La SMF a le projet de publier un numéro spécial de *La Gazette* compilant des descriptifs d'ateliers ou activités auprès du grand public, ou à destination des classes d'école primaire, collège ou lycée. La SMF assurera la distribution de ce numéro spécial afin de donner à toute la communauté l'accès à ces initiatives. Le format des articles, destinés aux collègues, est libre et deux exemples vous sont proposés aujourd'hui. Un comité éditorial spécifique à ce numéro spécial, piloté par Françoise Pène et Damien Thomine, est en cours de construction. Ce comité veillera à ce que les articles présentent les activités de manière concise, complète et compréhensible et incluent des conseils pour la bonne réalisation des activités. Nous vous invitons à nous faire part de vos intentions au plus vite, et à soumettre votre article à Françoise Pène et Damien Thomine (francoise.pene@univ-brest.fr, damien.thomine@universite-paris-saclay.fr) d'ici à fin octobre 2022.

1. Exemple 1 : Patrons de cube. Mélanie Guenais et Damien Thomine

Niveau : CP à CE2.

Durée : 1h.

Objectifs : trouver des patrons de cube. Construire un cube.

Pré-requis : reconnaître un cube.

Notions travaillées : représentations du cube et des figures pleines. Reconnaissance de figures symétriques (optionnel).

Matériel : Polydrons™ carrés, 6 par élève¹; enveloppe 11 x 22 cm autocollantes², 1 par élève; ciseaux.

Déroulement

Introduction (5-10 min). Le cube est un solide; qu'est ce que cela veut dire³? Introduire le vocabulaire de face et d'arête. Prendre un cube, expliciter la forme de ses faces (des carrés) et les compter.

Faire verbaliser par les élèves les étapes de la construction d'un cube : dessin de 6 carrés contigus, découpage de la forme obtenue, pliage et recollement. Donner l'objectif de l'activité : trouver toutes les figures que l'on peut replier afin d'obtenir un cube.

On va utiliser des polydrons, que l'on peut emboîter puis replier pour obtenir un cube; en faire une démonstration devant la classe. Préciser qu'il ne faut pas « recoller les arêtes » à la fin de la construction, sinon, on ne peut plus revenir en arrière.

Montrer à l'ensemble de la classe comment on emboîte des polydrons⁴. En parallèle, en distribuer

6 par élève. Leur demander au passage de combien de carrés ils ont besoin pour construire un cube.

Patrons de cube (manipulation : 30 min., bilan : 10 min.) Laisser les élèves chercher des patrons (assemblages de 6 polydrons). Quand ils en ont trouvé un, ils peuvent venir le montrer à un animateur puis, si le patron est validé, aller le dessiner au tableau. Suivant le niveau, les élèves pourront tracer le contour des polydrons à la craie (puis rajouter les carrés intérieurs), ou bien dessiner de mémoire. Demander aux élèves de trouver des patrons qui ne sont pas encore affichés au tableau.

Conclure. Un tableau de taille raisonnable devrait être rempli. En faisant participer les élèves, trouver tous les patrons distincts, et effacer les doublons. Quand on repère des doublons, faire verbaliser par les élèves la transformation permettant de passer de l'un à l'autre (une rotation ou une symétrie; on dira qu'on obtient un patron en « tournant » ou en « retournant » un autre). Faire verbaliser par les élèves les propriétés qui distinguent des patrons (par exemple, l'un a quatre carrés alignés et pas l'autre). On pourra utiliser des polydrons pour pouvoir retourner un patron dans l'espace, et faire saisir l'idée de symétrie par retournement.

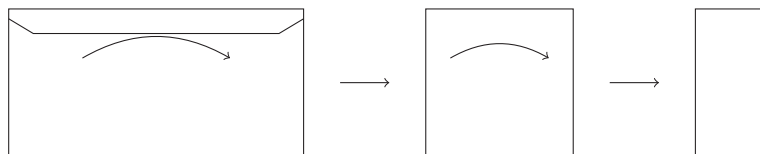
Compter le nombre de patrons distincts trouvés⁵.

Construire un cube (10-15 min). Pour finir, on va construire un cube. Distribuer les enveloppes, puis faire la construction pas à pas.

Pliage

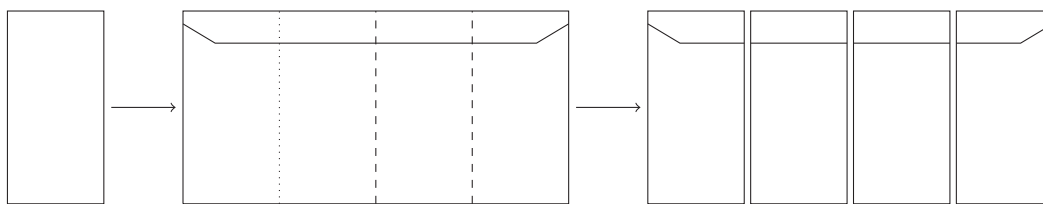
Les plis vallée sont indiqués par des tirets, et les plis montagne par des pointillés. Prendre une enveloppe, en coller la languette.

Plier la feuille en deux dans le sens de la longueur, deux fois. Bien marquer les plis.



1. Une version de l'atelier sans ce matériel sera disponible sur le site kits.
2. Le ratio des côtés de l'enveloppe doit être de 2 : 1.
3. Au niveau de l'atelier, un solide est une forme dans l'espace dans laquelle on peut mettre des choses (qui a un volume), et qui est fermée (qui a un intérieur et un extérieur). Exemples : boîte, armoire, etc. Chercher dans la salle un exemple concret qui soit un cube.
4. Si les polydrons sont mal manipulés, la casse est possible.
5. Il y en a au maximum 20; une classe en trouve typiquement une quinzaine. Seuls 2 d'entre eux sont symétriques par retournement; si on identifie les patrons qui s'obtiennent par retournement, on en trouve donc 11 différents. Ceci dit, l'enjeu de l'atelier n'est pas de trouver tous les patrons.

Déplier la feuille, puis couper soigneusement le long des plis.

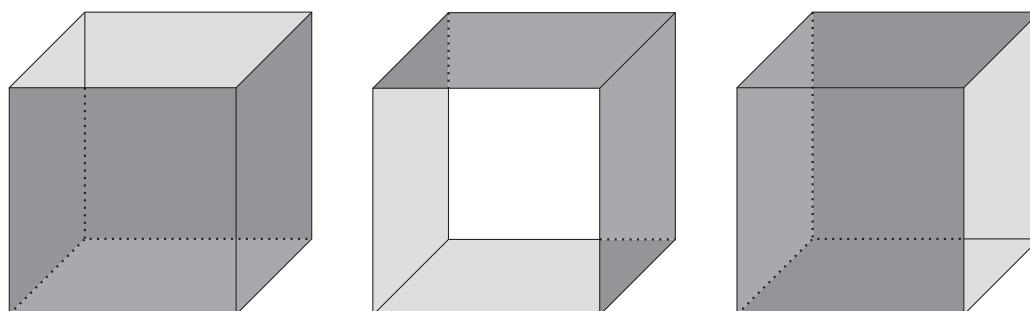


On a alors 2 « anneaux » (ou bracelets) et 2 « poches ». Couper le fond d'une des poches pour obtenir un troisième anneau. Mettre la poche restante de côté (pour remplacer un des anneaux au cas où il y aurait un problème).

Prendre chacun des anneaux, placer le pli mon-

tagne du haut sur le pli vallée du bas, aplatir et marquer les plis. On obtient ainsi trois « anneaux carrés ». Les placer face à soi, orientés dans les trois directions différentes (par exemple, le trou face au plafond, à la porte et à la fenêtre). Emboîter deux anneaux, puis passer le troisième autour. Éventuellement, écrire son nom sur le cube obtenu.

L'extérieur de l'enveloppe est coloré en gris foncé, et l'intérieur en gris clair.



2. Exemple 2 : codes correcteurs d'erreurs et jeu de cartes (avec ou sans mensonge).

Alfredéric Josse et Françoise Pène

Les activités présentées ici introduisent la notion de codes correcteurs d'erreurs. Réalisées sous la forme de tours de jeu de cartes avec un mensonge autorisé, ces activités remportent un franc succès chaque année à la fête de la science auprès de tous les publics, dès le primaire.

Les codes correcteurs d'erreurs permettent par exemple d'écouter la musique d'un CD même si le CD a été abîmé. L'idée consiste à coder par plus de chiffres que nécessaire. Nous utilisons ici un code correcteur d'erreur dû à Richard Hamming (en 1950)⁶ afin d'identifier une carte à partir d'informations potentiellement fausses. Pour plus de

détails, on pourra consulter la version longue de cet article disponible sur Hal-03527313. On peut aussi faire ce tour avec 16 cartes d'un jeu de 32 cartes⁷.

2.1 – Tour de magie (à partir de l'école primaire)

Dans un premier temps, on se met à la place de la personne qui doit trouver la carte, on explique comment on fait (on peut, par exemple, laisser le public observer ce qu'on fait la première fois qu'on fait le tour, puis on discute et on donne des explications à la fin du tour). Très vite, les enfants ont envie de changer les rôles et de devenir la personne qui trouve la carte. On peut alors échanger les rôles, ou bien les laisser faire le tour à leurs camarades, ou aux adultes qui les accompagnent (surtout si ces personnes n'ont pas encore vu le tour).

6. Richard Wesley Hamming (1950). Error detecting and error correcting codes. Bell System Technical Journal. 29 (2) : 147–160.

7. Voir la vidéo <https://www.youtube.com/watch?v=28K1US-hRlw> et le site <https://alfredericjosse.wixsite.com/vulgamaths>

On demande à une personne de choisir une carte parmi les 16 cartes ci-dessous et on va trouver cette carte à l'aide de 7 questions auxquelles la

personne devra répondre par « oui » ou par « non », en ayant le droit de mentir à une question au maximum.

Yeux bleus

Yeux marrons

Yeux bleus

Yeux marrons

Les 7 questions sont:

- 1- est-ce un chat? Réponse $a=1$ ou 0
- 2- a-t-il un collier? Réponse $b=1$ ou 0
- 3- a-t-il les yeux bleus? Réponse $c=1$ ou 0
- 4- a-t-il une marque sur la tête? Réponse $d=1$ ou 0
- 5- y a-t-il un coeur? e (correspond à $b+c+d \pmod{2}$)
- 6- y a-t-il une balle? f (correspond à $a+c+d \pmod{2}$)
- 7- y a-t-il une gamelle? g (correspond à $a+b+d \pmod{2}$)

On calcule ensuite:

$a+c+e+g$
 $b+c+f+g$
 $d+e+f+g$
 résultat impair → mensonge.

Ces cartes à découper (avec indication des couleurs en cas d'impression en noir et blanc) et d'autres supports pour cette activité (liste de questions, lien vers la version longue de cet article, etc.) sont disponibles sur le site *Kits Mathématiques (Kits)*.

Consigne avant le tour : la personne ne doit pas nous dire quelle carte a été choisie, mais peut le dire aux autres personnes dans l'assistance (on peut donner la liste de questions et s'éloigner un peu). Si la personne choisit de le dire à l'assistance,

il est préférable qu'elle décide dès ce moment s'il y aura ou non mensonge et si oui à quelle question et d'en informer l'assistance, afin d'éviter que quelqu'un dans l'assistance dise « non, ce n'est pas cela » si la personne ment.

Les 7 questions. On commence par poser les 4 questions suivantes.

1. Est-ce un chat? Par exemple la personne répond oui.
2. A-t-il un collier? Par exemple la personne répond oui.

3. A-t-il les yeux bleus ? Par exemple la personne répond oui.
4. A-t-il une marque sur la tête ? Par exemple la personne répond oui.

On marque une pause, on demande à la personne de ne rien révéler. On explique que ces 4 questions suffiraient à déterminer la carte s'il était interdit de mentir. Mais un mensonge étant autorisé, on pose aussi les 3 questions suivantes.

- Y a-t-il un cœur sur la carte ? Par exemple la personne répond non.
- Y a-t-il une balle sur la carte ? Par exemple la personne répond non.
- Y a-t-il une gamelle sur la carte ? Par exemple la personne répond oui.

On conclut quelle était la carte choisie par la personne. *Pour l'exemple, c'est le chat avec collier, marque sur la tête et yeux marrons.*

2.2 – Trouver la bonne carte (à partir de l'école primaire)

Nous présentons ici brièvement plusieurs méthodes permettant de trouver la carte choisie (on peut utiliser plusieurs de ces méthodes simultanément). Vous trouverez sur le site *Kits* des supports utiles pour trouver la bonne carte (liste de questions, tableau pour effectuer les calculs avec déduction, tableau pour effectuer le calcul matriciel, fichier xls pour corriger le mensonge et déterminer la carte en utilisant un tableur) et des explications supplémentaires (dans la version longue de l'article).

Par manipulation des cartes

On dispose les cartes comme présenté en page 42 (afin de faciliter les manipulations). À chaque réponse, la personne valide 8 cartes et en rejette 8 autres, et on tourne les cartes rejetées dont la face est visible :

- on tourne de 90° les cartes rejetées qui sont dans leur position initiale (ces cartes sont rejetées pour la 1^{ère} fois),
- on retourne face contre la table les cartes rejetées qui ont déjà été tournées de 90° (ces cartes sont rejetées pour la 2^e fois, elles sont donc éliminées).

Au bout de 4 questions, une seule carte est en position initiale (et donc n'a jamais été rejetée) : c'est la carte choisie s'il n'y a pas de mensonge autorisé.

Au bout de 7 questions, la carte choisie est la seule qui n'a pas été retournée face contre la table et il y a eu mensonge si cette carte a été tournée de 90 degrés. Pour détecter à quelle question avait lieu le mensonge, on peut comparer la carte avec la liste des réponses (en pratique la personne dit en général spontanément à quelle question elle avait menti : « J'avais dit que les yeux étaient bleus »).

Par calculs et déduction

On pose $r_j = 1$ si la réponse à la question j est « oui » et $r_j = 0$ sinon. On détecte le mensonge en utilisant les faits suivants :

- $r_1 + r_3 + r_5 + r_7$ est pair si et seulement s'il n'y a pas eu mensonge aux questions 1, 3, 5 et 7. *Pour l'exemple, cette somme vaut 3, il y a donc eu un mensonge à l'une de ces 4 questions.*
- $r_2 + r_3 + r_6 + r_7$ est pair si et seulement s'il n'y a pas eu mensonge aux questions 2, 3, 6 et 7. *Pour l'exemple, cette somme vaut 3, il y a donc eu un mensonge à l'une de ces 4 questions.*
- $r_4 + r_5 + r_6 + r_7$ est pair si et seulement s'il n'y a pas eu mensonge aux questions 4, 5, 6 et 7. *Pour l'exemple, cette somme vaut 2, il n'y a donc pas eu de mensonge à ces 4 questions.*

Ainsi, dans l'exemple, la personne a menti à la question 3.

Par calcul matriciel

On écrit le tableau suivant et au-dessus les réponses r_j aux questions, on efface ou barre les colonnes correspondant à $r_j = 0$, c'est-à-dire à un « non ». Pour la ligne i , on compte le nombre de « 1 » restants sur la ligne, on écrit $n_i = 1$ si ce nombre est impair et $n_i = 0$ sinon. Cela donne dans le cas général, puis pour l'exemple :

$$\begin{array}{c} r_1 \quad r_2 \quad r_3 \quad r_4 \quad r_5 \quad r_6 \quad r_7 \\ \left(\begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{array} \right), \\ \begin{array}{c} 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \\ \left(\begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & & & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & & & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & & & 1 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \end{array} \end{array}$$

Si $n_1 = n_2 = n_3 = 0$, il n'y a pas de mensonge. Sinon, on obtient une colonne du tableau, disons la colonne j , et il y a mensonge à la question j (ce j

est aussi $j = n_1 + 2 \times n_2 + 4 \times n_3$). Pour l'exemple, on obtient : la 3^e colonne du tableau ; ce qui indique un mensonge à la question 3.

Par programmation (terminale scientifique ou études supérieures)

Ceci est faisable, y compris sur un tableur de smartphone (type WPS Office sur Android) ou d'ordinateur (type Excel, Libre Office Calc). Voir Hal-03527313 et le site Kits pour plus de détails.

2.3 – Même jeu avec 2 ou 4 cartes (à partir de l'école primaire)

On demande combien de questions au minimum il faut poser pour déterminer 1 carte choisie parmi 2 cartes puis parmi 4 cartes (au lieu de 16) dans un jeu avec au maximum un mensonge possible. On précise que les questions ne doivent pas dépendre des réponses et qu'on doit y répondre par « oui » ou « non » seulement. On laisse les personnes tester différentes possibilités.

Jeu avec 2 cartes

Pour déterminer 1 carte parmi 2, 1 question suffit s'il n'y a pas de mensonge autorisé, 2 questions permettent de détecter un mensonge, mais il en faudra 3 pour corriger un mensonge.

Jeu avec 4 cartes

Pour déterminer 1 carte parmi 4, 2 questions suffisent s'il n'y a pas de mensonge autorisé, on n'arrive pas à moins de 5 questions pour corriger un mensonge, soit 3 questions supplémentaires (comme dans le cas de 16 cartes).

2.4 – Explications mathématiques sur le tour avec 16 cartes et cas général (Terminale ou études supérieures scientifiques)

Comment le tour de 16 cartes a-t-il été réalisé ?

Choix des 4 premières questions. Nous avons choisi 4 caractères ayant chacun 2 possibilités :

chat/chien, avec/sans collier, yeux bleus/marron, avec/sans marque sur la tête. Chacune des 16 cartes est caractérisée par les réponses sans mensonge aux 4 premières questions, que l'on code par r_1, r_2, r_3, r_4 ($r_i = 1$ si « oui » est la vraie réponse à la question i , $r_i = 0$ sinon).

Choix des 3 dernières questions : attribution des symboles cœur, balle et gamelle. On met un cœur aux cartes telles que $r_5 := r_2 + r_3 + r_4$ vaut 1 ou 3, une balle aux cartes telles que $r_6 := r_1 + r_3 + r_4$ vaut 1 ou 3, et une gamelle aux cartes telles que $r_7 := r_1 + r_2 + r_4$ vaut 1 ou 3. Détaillons ceci pour le symbole cœur. On met un cœur aux cartes qui représentent :

- un animal avec collier, aux yeux bleus et avec une marque sur la tête,
- un animal qui n'a qu'une seule de ces trois caractéristiques :
 - un animal avec collier, qui n'a pas les yeux bleus et qui n'a pas de marque sur la tête,
 - un animal sans collier, qui a les yeux bleus et qui n'a pas de marque sur la tête,
 - un animal sans collier, qui n'a pas les yeux bleus et qui a une marque sur la tête.

On procède de même pour les symboles balle et gamelle.

Avec ces choix (correspondant aux réponses sans mensonge), on vérifie que les 3 sommes de contrôle $r_1 + r_3 + r_5 + r_7$, $r_2 + r_3 + r_6 + r_7$ et $r_4 + r_5 + r_6 + r_7$ sont paires. Si la personne ment à la question j , la parité de r_j est changée et les sommes ci-dessus dans lesquelles r_j apparaît sont alors impaires.

Nombre minimal de questions pour pouvoir corriger un mensonge (ou une erreur)

Considérons qu'on code M cartes par N bits : $r_1, \dots, r_N \in \{0, 1\}$. Pour chaque carte, il faut au moins $N + 1$ codes distincts : le code sans erreur et, pour chaque $j \in \{1, \dots, N\}$, le code avec une erreur en r_j (et en r_j seulement). Donc, pour M cartes, il faut au moins $M(N + 1)$ codes distincts, mais le nombre de codes distincts $r_1, \dots, r_N$ (avec N bits) est 2^N . On doit donc avoir $M(N + 1) \leq 2^N$, i.e. $M \leq 2^N / (N + 1)$.

Si $M = 4$, on a $2^4/(4+1) < 4 \leq 2^5/(5+1)$, ce qui prouve qu'il faut $N = 5$ questions au minimum (comme ce qui ressortait de l'activité avec 4 cartes, voir Paragraphe 2.3).

Pour nos 16 cartes, on a : $M = 16$, $N = 7$ et $M(N+1) = 2^7 = 2^N$, soit le nombre N minimal de questions (ou bits) permettant corriger un mensonge dans le cas de 16 cartes.

Code de Hamming général

On code $M = 2^{2^m - m - 1}$ cartes par $N = 2^m - 1$ bits. On a $M(N+1) = 2^N$. D'après ce qui précède, N est le nombre minimal de bits nécessaires pour corriger une erreur quand on a M cartes. Si on voulait juste coder les M cartes sans chercher à corriger une erreur, $N = 2^m - m - 1$ bits suffiraient. Dans le code de Hamming, il y a m bits de plus pour permettre la correction d'erreur. Voici une manière de construire

le code de Hamming. On met les $2^m - m - 1$ bits suffisants pour coder l'information (quand on n'essaie pas de corriger une erreur) dans les bits r_i avec $i \in \{1, \dots, N\} \setminus \{2^j; j = 0, \dots, m-1\}$, puis on définit les m bits restant comme suit : pour $j = 0, \dots, m-1$, r_{2^j} est la somme (modulo 2) des r_i avec $i \neq 2^j$ de la forme $i = \sum_{k=0}^{m-1} a_k 2^k$ avec $a_k \in \{0, 1\}$ et $a_j = 1$. Les m sommes de contrôle sont alors :

$$n_j := \sum_{a_0, \dots, a_{m-1} \in \{0, 1\} : a_j = 1} r_{\sum_{k=0}^{m-1} a_k 2^k}, \quad j = 0, \dots, m-1.$$

Si toutes ces sommes sont paires, alors il n'y a pas d'erreur.

Sinon, l'erreur est au bit numéro $\sum_{k=0}^{m-1} b_k 2^k$, avec $b_k = 1$ si n_k est impair et $b_k = 0$ si n_k est pair (en effet, n_j est pair si et seulement s'il n'y a pas d'erreur parmi les bits r_i avec i de la forme $i = \sum_{k=0}^{m-1} a_k 2^k$ avec $a_j = 1$).

Mémoires - nouveauté



Vol. 172

Asymptotic properties of small data solutions of the Vlasov-Maxwell system in high dimensions

L. BIGORGNE

ISBN 978-2-85629-955-5

2022 - 123 pages - Softcover. 17 x 24

Public: 35 € - Members: 24 €

We prove almost sharp decay estimates for the small data solutions and their derivatives of the Vlasov-Maxwell system in dimension $n \geq 4$. The smallness assumption concerns only certain weighted L^1 or L^2 norms of the initial data. In particular, no compact support assumption is required on the Vlasov or the Maxwell fields. The main ingredients of the proof are vector field methods for both the kinetic and the wave equations, null properties of the Vlasov-Maxwell system to control high velocities and a new decay estimate for the velocity average of the solution of the relativistic

massive transport equation. We also consider the massless Vlasov-Maxwell system under a lower bound on the velocity support of the Vlasov field. As we prove in this paper, the velocity support of the Vlasov field needs to be initially bounded away from 0. We compensate the weaker decay estimate on the velocity average of the massless Vlasov field near the light cone by an extra null decomposition of the velocity vector.

Disponible sur le site de la SMF (boutique en ligne) : <https://smf.emath.fr>

*frais de port non compris





La formation mathématique à la Une : une épopée politique et médiatique de la communauté mathématique

• M. GUENAI

Au mois de janvier 2022, un vent médiatique a soudainement projeté le thème de la formation en mathématiques et de la place des filles en mathématiques sous les feux de l'actualité, entraînant la communauté mathématique dans une course inédite. Depuis, un sentiment étonnant d'être enfin perçus comme acteurs potentiels de la vie publique est apparu. Le collectif formé par les sociétés savantes et associations de mathématiques partenaires s'est engagé dans une action de plus longue durée en direction de l'information au grand public. Il a dû s'adapter en urgence à ce temps médiatique *a priori* incompatible avec le temps long habituellement nécessaire aux enseignants et enseignants-chercheurs.

Son objectif, soutenu à présent par un collectif rassemblant plus largement scientifiques et ingénieurs, est de convaincre les pouvoirs publics de revenir, en urgence, sur une réforme de la formation au lycée qui nous alarme tous pour l'avenir des jeunes adultes et du pays.

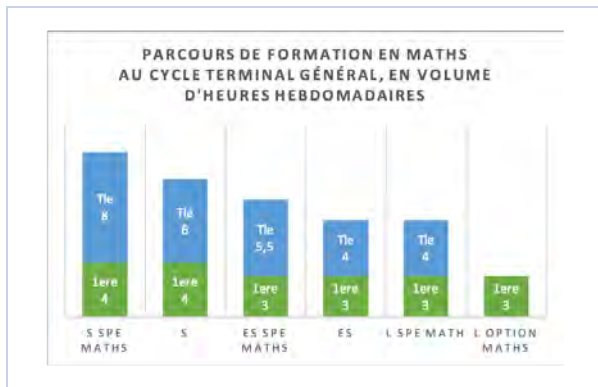
Après une présentation du contexte des dernières réformes mises en place au pas de charge en 2019 par le ministre de l'Éducation nationale, je raconterai l'évolution de notre action collective à travers l'embrasement médiatique des mois de janvier et février. Aujourd'hui, au lendemain du Pi-Day, notre mobilisation se poursuit dans l'espoir d'une amélioration prochaine et d'une prise en compte, enfin, de nos propositions pour rétablir et améliorer une formation mathématique et scientifique adaptée à tous et toutes et aux besoins nationaux.

Contexte de la situation du lycée après la réforme de 2019

Le dernier quinquennat a enclenché la mise en œuvre de nombreux chantiers dans l'Éducation nationale, en particulier en réformant en profondeur l'organisation du lycée général. Nous expliquons rapidement en quoi consiste ce pan des réformes, et pourquoi il inquiète la communauté depuis son annonce.

Jusqu'en 2019, la voie générale du lycée est organisée en trois séries, scientifique (S), économique et sociale (ES) et littéraire (L). La série S concerne un peu plus de la moitié des effectifs, elle est en progression régulière depuis sa mise en place en 1994, au détriment de la filière L. Elle permet une formation assez polyvalente. Sur un total d'environ 30h hebdomadaires, elle propose 16h30 de formation scientifique impliquant 3 ou 4 disciplines scientifiques dont les mathématiques et la physique forment ce qu'on peut appeler des disciplines majeures (respectivement 6h et 5h30 hebdomadaires d'enseignement). Dans cette série, les filles restent minoritaires, mais leur proportion progresse régulièrement depuis 1994, passant de 40% en 1994 à 47,5% en 2019. Elles constituent 56% des effectifs des classes de lycée général au cours de cette dernière décennie.

La formation en mathématiques est également significative en ES qui dispose d'un programme spécifique. Elle est aussi accessible aux élèves de L qui font le choix de cette spécialité (environ 10%). Le graphique ci-après donne une synthèse de la formation en mathématiques des élèves dans ce système :



Dans le nouveau système, mis en place en première en 2019 et en terminale, les séries disparaissent, et les élèves suivent :

- 16 heures (15h30 en terminale) d'enseignements de tronc commun dont 2h sont destinées à un enseignement scientifique et sans cours de mathématiques,
- 12h d'enseignements de spécialité : trois spécialités de 4h en première puis deux spécialités de 6h en terminale, à choisir parmi une douzaine de disciplines. Un seul programme de maths est proposé, celui de l'ancienne S, avec un affichage « ambitieux » selon le ministère.

Par ailleurs, le discours à l'orientation est délibérément un discours favorisant le libre choix. Il ne met pas clairement en lien les choix de spécialités avec les futures orientations post-bac ni avec les débouchés sur le marché de l'emploi. Cela risque de favoriser surtout les élèves bien informés sur les liens entre les spécialités et leur cohérence avec les études visées.

La communauté mathématique alerte dès la présentation de cette réforme, début 2018, sur les dangers potentiels pour la formation en mathématiques.

- Un abandon massif des mathématiques dès la première puisque la discipline n'est pas proposée dans le tronc commun, et qu'aucun contenu ne peut correspondre à l'ancien programme de ES (qui concernait 130 000 élèves jusqu'en 2018).
- Un abandon aggravé par l'absence de discours clair sur l'importance de conserver les mathématiques pour permettre l'accès à de nombreuses filières du supérieur, et en particulier sur la nécessité de poursuivre les ma-

thématiques pour faire des sciences.

- Un second abandon mécanique en terminale de 33% en moyenne entre la première et la terminale, lié à la réduction de 3 à 2 disciplines de spécialités.
- Un risque d'aggravation des inégalités filles/garçons et inégalités sociales lié à la plus forte représentation des filles et des milieux mixtes dans les séries hors S.
- Un risque d'aggravation des inégalités territoriales en raison de l'impossibilité de proposer l'ensemble des spécialités aux élèves dans les lycées de petite taille.

Ces alertes resteront ignorées par les pouvoirs publics malgré les audiences de la communauté. On explique que des maths restent enseignées dans l'enseignement scientifique général, et profitent donc à tous comme culture commune.

À partir de la rentrée 2019, la DEPP¹ publie les premiers résultats concernant les choix de spécialités en première, puis en terminale en 2020. Ils confirment les craintes de la communauté. En novembre 2021, une nouvelle note signale que l'enseignement scientifique n'est enseigné qu'à hauteur de 6,5% par des enseignants de mathématiques et que la réforme a conduit à une économie d'heures enseignées de près de 20% en mathématiques. Plusieurs médias s'émouvent de ce constat ; nous aussi. La SMF et ses partenaires s'associent pour alerter sur cette perte de formation. Après ces publications, la question de la formation mathématique, et par conséquent scientifique, commence à inquiéter plus largement la société.

Début 2022, la place des maths, la société civile s'inquiète : un terrain inflammable

En effet, pour préparer l'avenir, de nombreux défis attendent nos sociétés. Le changement climatique, les défis énergétiques, la raréfaction des ressources, l'évolution du numérique de la haute technologie et des techniques grandissantes de traitement des données deviennent essentiels à traiter pour nous permettre de conserver notre statut de grande puissance économique. En France, le maintien et le développement des savoir-faire technologiques et scientifiques de niveau post-bac et de très haut niveau sont notre principale ressource

1. Direction de l'Évaluation de la Prospective et des Performances, service dépendant du Ministère de l'Éducation nationale.

sur la scène internationale. Alors, la diminution dramatique de la formation mathématique des élèves inquiète à juste titre l'ensemble des acteurs du monde numérique et industriel, bien conscients que, contrairement au discours ambiant, il est impossible de séparer les sciences des mathématiques, quelles qu'elles soient. Ils craignent que le manque de compétences scientifique et technologique de niveau post-bac déjà bien réel ne s'aggrave en raison d'une perte de vivier alors que les besoins grandissent. Ces craintes sont partagées par des économistes, des philosophes, des éditorialistes, des femmes et hommes politiques, de plus en plus de journalistes qui relaient de manière régulière de nombreuses informations alarmantes sur le sujet.

La discordance entre la volonté politique d'engager le pays dans des plans d'avenir nécessitant plus que jamais de hautes compétences scientifiques et l'abandon des maths et des sciences au lycée est devenue une évidence. Certains soulèvent dans les médias la question de l'absence quasi-totale de compréhension des sciences et de leur fonctionnement de la part des femmes et des hommes politiques qui nous dirigent, pratiquement aucun n'y ayant été suffisamment formé. En janvier 2022, en début de période électorale, ce thème des ressources des compétences scientifiques est devenu très sensible, et par conséquent celui de la formation en mathématique également. Le terrain est inflammable.

21 janvier au *Grand Entretien de France Inter* : Grothendieck puis l'étincelle

La semaine du 15 janvier, la SMF rédige un communiqué pour alerter sur la baisse de formation en maths au lycée. Sur ce communiqué figure surtout une inquiétude vis-à-vis des filles, car la réforme a conduit à un abandon massif des mathématiques dès la première, phénomène encore plus marqué chez les filles. L'inquiétude est d'autant plus grande que, jusque-là, la part des filles dans les classes de S progressait.

Lors de la réunion du bureau de la SMF le jeudi 20 janvier, il avait été convenu de publier le texte sous une forme un peu dure et il était prêt à être transmis à nos associations et sociétés partenaires

regroupées par la CFEM². Au passage, le texte avait été transmis à Jean-Pierre Bourguignon pour information.

Le vendredi 21 janvier, les mathématiques étaient à l'honneur sur les plateaux de *France Inter* : à la matinale dans le Grand Entretien avaient été invités Jean-Pierre Bourguignon et Cédric Villani à l'occasion de la parution du livre d'Alexandre Grothendieck « Récoltes et semailles ». Dans le journal du 13-14, il était question de la baisse du nombre d'heures de mathématiques au lycée, Sébastien Planchenault (APMEP³) et Anne Cortella (ADIREM) y avaient été invités également. Nous aurions pu penser que la polémique viendrait du 13-14. Elle est partie du Grand Entretien : des auditeurs, enseignants ou parents s'inquiètent de l'absence de maths dans le tronc commun, de la vision élitiste de la discipline, de son abandon précoce. Les réponses de Cédric Villani et surtout de Jean-Pierre Bourguignon vont déclencher un feu médiatique qui brûle encore aujourd'hui et a permis de faire entrer en grand les mathématiques, et avec elles le collectif associé à la SMF, dans la campagne présidentielle. Peut-être en raison d'une petite phrase et d'une erreur... On dit toujours que les erreurs sont fécondes. Qui l'aurait cru dans ce contexte ?

Explication : la petite phrase est *a priori* banale, la part des filles en maths qui progressait doucement vers la parité a brutalement chuté après la réforme, nous faisant reculer plus de 20 ans en arrière. L'erreur est sans doute due à une langue qui fourche : « La part des filles en maths était à près de 48%. Il semble que le pourcentage de filles ait dégringolé à 10% ». Il aurait mieux valu entendre « de » 10%, et non « à ». Mais qualitativement, l'inquiétude était tout à fait justifiée. Cédric Villani précise que le rapport Torossian-Villani prévoyait bien des maths dans le tronc commun, que la mise en œuvre de l'enseignement scientifique avait été « ratée », qu'elle était complètement à revoir. Bref, avec les journalistes de l'AFP⁴ et de l'AEF⁵ sur le plateau, c'est la panique.

Le feu est parti, non dans le sens de la promotion attendue par le ministre de l'Éducation nationale, mais dans le sens contraire : la réforme est un échec cuisant pour les mathématiques. « C'est dramatique... » pour les filles, pour les maths, pour l'avenir de la France.

2. Conseil Français pour l'Enseignement des Mathématiques.

3. Associations des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.

4. Agence France Presse.

5. Agence Éducation et Formation, éditeur de presse en ligne.

25 janvier : communiqué filles et maths. Tentative d'étouffement et départ d'incendie

Le soir du 21 janvier, la SMF reçoit des messages de Jean-Pierre Bourguignon qui a été sollicité par les journalistes à la sortie du plateau. Il nous demande s'il peut les renvoyer vers nous, ce que nous acceptons. Nous recevons des messages de l'AEF posant la question des données chiffrées, auxquelles nous répondons. Non, ce n'est pas 10% de filles, mais oui, c'est un recul de plus de 25 ans en arrière. Oui c'est désastreux. Oui, il y a un vrai problème.

S'ensuivent des échanges durant le week-end : doit-on accélérer la publication du communiqué ? Comment permettre aux journalistes de comprendre le problème soulevé sinon ? Nous hésitons. C'est court pour faire valider par l'ensemble de la communauté. D'habitude, ça peut prendre plusieurs semaines, même si nous avons appris à réagir un peu plus rapidement depuis les réactions en lien avec le confinement des étudiants. Mais il y a des pressions sur nos deux invités pour qu'ils se désistent, de la part de personnes très haut placées. Nous les contactons, échangeons. Ils refusent d'intervenir et de céder aux pressions, et le collectif décide de publier rapidement.

En un temps qui nous semble record, nous validons tous, l'ensemble des associations et sociétés savantes de mathématiques : c'est un cri d'alarme. Les journalistes nous ont entendus, nous contactent, l'AFP relaie. Le feu a pris.

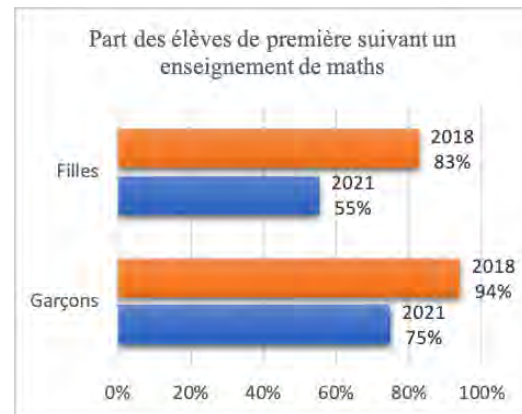
Voilà les graphiques qui synthétisent notre communiqué :

Évolution de la composition des classes de mathématiques de terminale



6. Ministère de l'Éducation nationale, de la Jeunesse et du Sport.

Part des élèves suivant un enseignement de maths en filière générale avant et après réforme du lycée



Lecture : en première en 2018, il y avait 83% des filles qui suivaient un enseignement de mathématiques.

27 janvier : éclairage sur les données chiffrées du MENJS. Retour de flammes

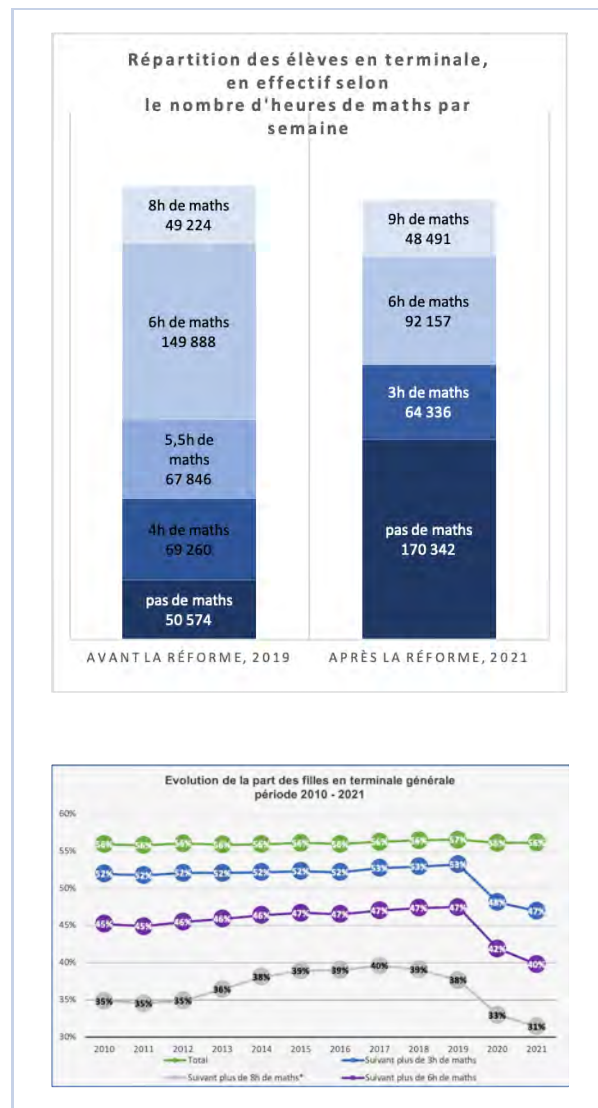
Le 27 janvier au matin, le MENJS⁶ publie sur son site une série de données chiffrées vantant la réussite de sa réforme concernant la formation en mathématiques. La partialité de la présentation fait réagir des collègues : données hors contexte, sans élément de comparaison, focalisée sur un très petit échantillon, le plus sélectif et concernant une option sur laquelle on a peu d'information. Le collectif décide de rectifier publiquement cet affichage. Si remettre en contexte les données ne pose pas

de difficulté, la rédaction nécessite un minimum de concertation, ce que nous faisons. Une demande pressante de l'AFP va accélérer notre publication qui sera finalement validée dans la journée : c'est la condition pour rester dans l'actualité. Le temps médiatique et le temps des enseignants et chercheurs n'ont rien en commun. Cette réactivité conduit à une belle première victoire, celle de la confiance et du relais des journalistes qui nous écoutent et nous questionnent. Le 28, l'APMEP est auditionnée au Sénat qui suggère de demander une mission flash sur les questions de parité dans les enseignements de maths à l'Assemblée nationale. La semaine suivante, les appels se multiplient, la télé s'y met, nous apparaissions aux informations. Le sujet sature désormais la presse quotidienne régionale, « PQR » dans le jargon du ministère. Les mathématiques deviennent un sujet de campagne. Le feu grandit.

7 février : synthèse sur les filles et les maths et déclarations du ministre. L'embrasement

Après un moment de répit, la nécessité de la publication d'une synthèse sur l'offre de formation en maths des élèves et la part des filles en maths émerge, permettant en particulier de répondre aux affirmations du ministre de l'Éducation nationale sur le fait que la part de filles en maths est restée stable. La société savante d'informatique qui venait de publier un communiqué sur la place des sciences dans la société nous rejoint.

Le dimanche 6 février, Jean-Michel Blanquer fait une annonce concernant des aménagements sur la place des maths dans le tronc commun. Il reste vague et indique qu'il a entendu les questionnements, qu'il est prêt à discuter. Des bruits circulent en interne depuis janvier concernant l'augmentation du nombre d'heures dans l'enseignement scientifique général pour imposer plus de maths, quitte à diminuer les autres sciences dans cet enseignement. Nous sommes contactés dès le dimanche soir par les journalistes. Cela nous encourage à accélérer la publication de notre dernière synthèse qui suit donc de quelques heures les annonces du ministre. Cette synthèse met en évidence à la fois la baisse globale de l'offre de formation en maths, de près de 35% en valeur relative, et la baisse de la part des filles dans les classes de mathématiques, quel que soit le parcours choisi. Les graphiques ci-contre récapitulent ces constats :



Les reprises des informations par les journalistes sont massives et nous sommes contactés de toutes parts. Nous affirmons que les propositions avancées ne résoudront pas les problèmes vus, mais que nous sommes ouverts à la concertation. Les journaux nationaux en écrivent des éditoriaux, des dossiers de Une, les interviews défilent. Toute la société s'y met : économistes, politiques, les milieux des banques et assurances, le parlement. Les annonces du ministre ne semblent convaincre personne. Le « soufflé médiatique » atteint son sommet cette semaine, c'est l'embrasement médiatique.

Nous avons gagné la première manche : celle d'une prise de conscience collective de l'existence d'un lien fort entre les mathématiques et la société ; que les mathématiques, ce n'est peut-être pas seulement réservé à une élite. En témoignent les billets des humoristes de *France Inter* sur les maths cette semaine-là.

10 février : demande d'audience auprès du MENJS. Ouverture vers les sciences

Nous profitons de l'écoute médiatique pour demander une audience auprès du gouvernement. L'objectif est de faire état du bilan sur les problèmes du lycée, d'en proposer les analyses puis des remédiations rapides, afin de limiter le nombre des années qui nous semblent perdues. La question de l'audience au Premier ministre se pose, étant donné que le sujet est devenu un problème pour la société en entier. Mais une pseudo-proposition de Jean-Michel Blanquer lors de la séance de questions au parlement nous oriente vers le MENJS. Nous lui envoyons donc une demande d'audience, que nous rendons publique. Nous réfléchissons entretemps aux pistes possibles pour corriger les problèmes de la réforme. La CFEM nous réunit pour essayer de dégager des consensus : plusieurs axes sont dégagés.

- D'abord, il est nécessaire d'envisager trois types de profils d'élèves : ceux qui n'auront pas besoin de maths pour leurs études mais qui doivent pouvoir recevoir un enseignement pour les besoins du citoyen, adapté aussi pour les futurs professeurs des écoles ; ceux qui auront besoin de mathématiques en lien avec les sciences économiques humaines et sociales ; enfin les profils plus scientifiques ou qui s'orienteraient vers la médecine.
- Le premier axe de réflexion concerne la première : l'absence de maths dans le tronc commun et la faible représentation des sciences est problématique d'une part pour la faiblesse de la formation scientifique commune qu'elle propose, d'autre part pour l'image de l'importance des maths et des sciences qu'elle renvoie. De plus, la perte de diversité des maths en première conduit à l'abandon des maths par des élèves qui s'orientent vers les sciences économiques et sociales.
- L'équilibre à trouver sur la première n'est pas évident. Faut-il proposer plusieurs parcours de mathématiques, comme cela avait été demandé et refusé ? Faut-il créer un véritable enseignement de maths dans le tronc commun permettant de répondre à ces besoins, mais qui reste compatible en ce cas avec la spé-

cialité maths. Ou encore faut-il proposer les deux dispositifs ? Il n'est pas évident de trouver une unité. Par ailleurs, inclure des maths dans le tronc commun nécessite un nouvel arbitrage entre disciplines, qui n'est pas de notre ressort.

- Un autre axe concerne le problème d'abandon en terminale par les élèves, majoritairement filles, qui souhaitent plutôt s'orienter vers la SVT⁷ ou la santé ou encore les SES⁸ : quelle discipline faut-il abandonner lorsqu'on a choisi des triplettes MATHS/PC/SVT ou MATHS/SES/HGGSP⁹ en première ? Ce choix assez cruel conduit alors à l'abandon massif de la spécialité maths, seule solution pour garder les 3 disciplines, grâce à un système d'option de maths complémentaires de 3h hebdomadaires. Mais cette option pose de nombreux problèmes : de financement (car en plus du cursus standard), de placement des heures (car en dehors de l'emploi du temps), de garantie sur les compétences acquises (étant donné l'absence d'épreuve nationale).
- Ce problème de réduction des choix en terminale conduit aussi à la perte de vivier en NSI¹⁰ et surtout en SI¹¹, en concurrence avec la physique et les maths. Cette réduction des choix en terminale est un véritable gâchis. Par ailleurs, les retours concernant l'option maths complémentaires sont inquiétants, car elle semble mettre les étudiants des classes de BCPST¹² en grande difficulté. Concernant la terminale, on semble donc s'orienter vers un consensus affirmant la nécessité de conserver les 3 disciplines de spécialité en terminale.
- Pour équilibrer les spécialités avec le tronc commun en terminale, il est nécessaire de réfléchir à l'importance du tronc commun : peut-être faut-il envisager une plus grande part pour les spécialités quitte à diminuer le tronc commun. Dans ce cas, une épreuve anticipée analogue au français pourrait être proposée aussi en mathématiques ? Par ailleurs, on pourrait aussi envisager un système incluant des mineures/majeures, ainsi que le proposait initialement le rapport Mathiot. La partie scientifique du tronc commun pourrait être à choisir parmi plusieurs disciplines scien-

7. Sciences et Vie de la Terre.

8. Sciences Économiques et Sociales.

9. Histoire-Géographie, Géopolitique et Sciences Politiques.

10. Numérique et Science Informatique.

11. Sciences de l'Ingénieur.

12. Classes préparatoires de Biologie, Chimie, Physique, Sciences de la Terre.

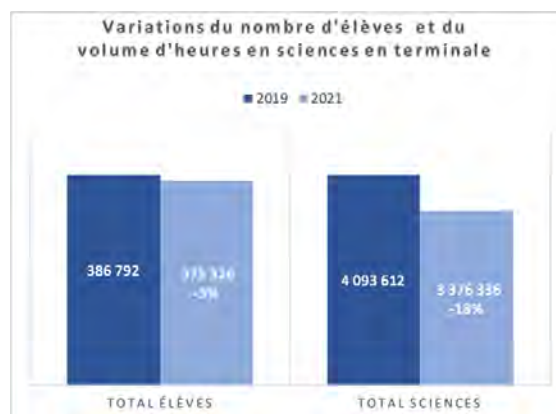
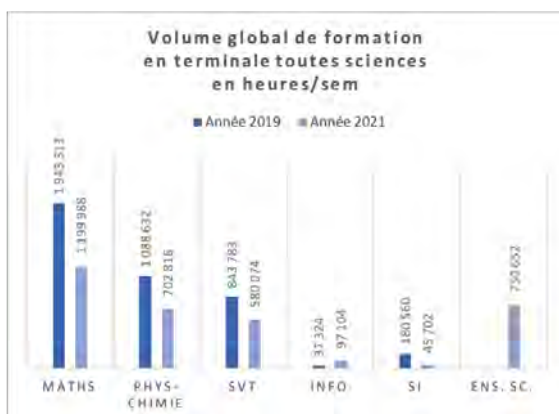
tifiques au sens large, SES incluse. Cela permettrait de rebasculer les options de maths, maths complémentaires et maths expertes dans le cursus standard plutôt qu'en dehors comme c'est le cas actuellement, avec tous les problèmes que cela engendre.

En conclusion, la mise en œuvre est délicate et nécessite une concertation plus large, avec les autres disciplines scientifiques. L'informatique nous a rejoints, nous allons essayer de rassembler plus largement : notre prochain communiqué portera donc sur le bilan de la formation scientifique au lycée.

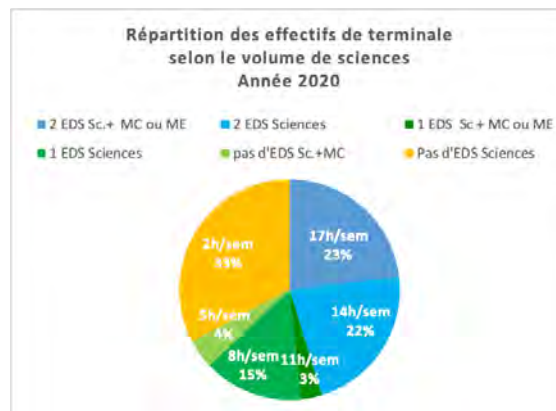
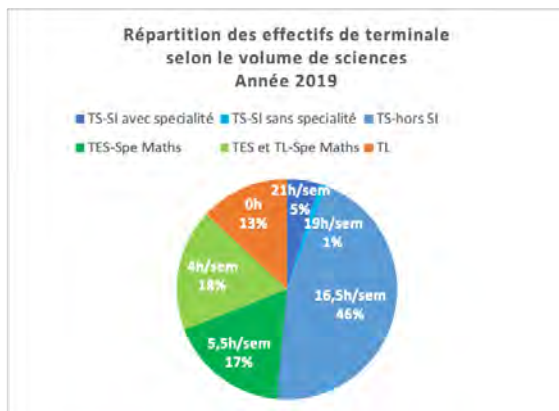
18 février : place des sciences au lycée. Création d'un « comité Théodule »

La semaine passe sans réponse du MENJS à notre demande. Notre communiqué sciences avance. Il montre, sans surprise, une baisse importante de la formation en sciences, chacune des disciplines perdant entre 30% et 38% d'offre de formation, sauf NSI qui en gagne mais perd des élèves, et SI qui est en voie de disparition. La conclusion est sévère : baisse du vivier scientifique, moins de formation scientifique, moins de polyvalence pour ces élèves, futurs étudiants potentiels vers des études scientifiques. C'est tout à fait inquiétant. On reproduit ici les graphiques synthétisant ces données :

Offre de formation en sciences en terminale générale



Analyse chiffrée des parcours de formation en sciences pour la terminale générale



Lecture : en 2019, 46% des élèves de terminale générale ont 16h30 de sciences par semaine.

On entend parler de la création d'un comité d'« experts » qui serait chargé de recevoir différents partenaires pour recueillir leur avis sur les maths au lycée. Cela ressemble à une mise en scène politique à visée électoraliste : autrement dit, on crée un « comité Théodule ». Ce comité, qui questionne aussi le problème de la représentation des filles, semble peiner à trouver des femmes dans sa constitution. Finalement l'annonce de la création d'un « comité de consultation sur la place de l'enseignement des maths au lycée » est faite par voie interne à l'ensemble du personnel du second degré le jeudi 17 au soir. Elle est relayée grâce à des « fuites » par les médias le vendredi 18 février, jour de diffusion de notre communiqué sciences. Par un joli coup de chance, la dépêche AEF annonçant la création du comité relaie également nos nouvelles informations... Il y aurait donc aussi un gros problème avec les sciences ? Grâce à ce nouveau communiqué, notre collectif s'est élargi à 19 associations et sociétés savantes, rassemblant les associations féministes scientifiques et ingénieures, les professeurs de physique-chimie, les classes préparatoires BCPST, des sociétés savantes de biophysique et biométrie, aux interfaces entre sciences du vivant, statistiques, physique.

Nous n'aurons pas de réponse à notre demande d'audience. Le 22 février, le Sénat a repris le thème des maths dans le bilan éducatif du mandat, le ministre accuse « certains » de diffuser des fake-news sur les filles et répète que la réforme a amélioré la formation en mathématiques.

23 février : dénonciation du comité de consultation sur la place des mathématiques et auditions

Le comité créé regroupe 9 personnalités dont 3 femmes. Il comprend : le DGESCO¹³, 4 inspecteurs généraux sous l'autorité directe du ministre dont 2 en lien direct avec la réforme, C. Torossian et J.-C. Ringard, le principal pilote de l'application de la réforme et de son suivi, P. Mathiot ; soit autant de personnes impliquées dans les problèmes soulevés. Le manque d'indépendance choque. Ces pratiques, à l'opposé de l'indépendance de l'évaluation qui constitue notre cœur de métier de scientifique, méritent d'être dénoncées. Par ailleurs, le cadre des missions du comité ne permettra pas de questionner la structure du lycée, puisqu'il s'agit de recueillir

des « remarques » pour, éventuellement, aménager un peu la rentrée prochaine. Nous savons aussi qu'à cette date, les financements des lycées ont déjà été fixés, et que les choix de spécialités sont en cours. Il est donc illusoire de penser ajouter par exemple une seconde spécialité maths en première. Enfin, questionner la place des maths sans réflexion sur l'harmonie d'un parcours scientifique semble inadapté. Il est donc nécessaire d'ouvrir plus largement la question, et selon l'axe choisi pour notre discipline : citoyen, profil orienté économie, sciences humaines et sociales, ou scientifique. Il est donc clair qu'en aucun cas le comité n'aura les moyens d'accéder à des demandes portant sur la structure du lycée. Après discussion, il est décidé de répondre tous aux convocations et de transmettre les mêmes demandes, portant sur la remise à plat de la structure du lycée et la création d'un groupe indépendant du calendrier politique et regroupant des acteurs désignés de manière collégiale. Dans le même temps, nous publierons un communiqué dénonçant l'artifice politique de cette mise en scène.

Finalement les convocations arrivent le lundi après-midi pour le mercredi 23 février. Nous sommes douze à être auditionnés, répartis en six groupes. Les autres groupes auditionnés ne sont pas connus : les syndicats, les parents d'élèves, les professeurs de SVT, avec qui nous avons quelques contacts également et qui partagent nos demandes, en font partie.

24 février : la guerre en Ukraine. Publication de la seconde partie du rapport du GIEC. Compte-rendu d'audience des associations et sociétés savantes

Les médias changent de sujet, à raison, pour se tourner vers l'agression russe en Ukraine. Par effet d'étouffement, le rapport du GIEC qui porte sur les effets dramatiques du changement climatique sur les populations passe à la trappe également. Le monde est bien mal en point. Le sujet des maths continue d'apparaître ici et là, en petite musique de fond. Les comptes-rendus de l'APMEP et des syndicats d'enseignants sont relayés par l'AEF, ils s'accordent pour dire qu'une remise à plat du système est nécessaire. Dans les médias, on peut lire des tribunes sur l'éducation réclamant des assises de l'Éducation, indépendante du temps et de la person-

13. Directeur Général de l'Enseignement Scolaire. Il dirige les mises en œuvre des programmes du primaire et du secondaire.

nalité politique du ministre, permettant de définir les enjeux de la formation des lycéens, en phase avec nos demandes. Les sociétés savantes de mathématiques et informatique publient leur compte rendu d'audience le 2 mars. On peut noter le décalage très problématique entre les croyances de certains des membres du comité sur la charge de travail des enseignants du supérieur avec la réalité du terrain.

15 mars : tribune « Mathématiques, un enjeu de société », dans le *Monde de l'Éducation*. Actions à suivre...

Pour la semaine des mathématiques, le collectif décide de publier une tribune dans un quotidien national. C'est l'occasion de présenter une synthèse sur l'importance de la culture mathématique et scientifique pour tous, de revenir sur les événements récents qui montrent l'implication de notre discipline dans la société qui lui redonne une image plus humaine, de montrer en quoi notre discipline est essentielle pour aborder les métiers technologiques et scientifiques et qu'elle peut être un vecteur de promotion sociale. Cette tribune est rapidement acceptée par Le Monde de l'Éducation qui la publie à l'occasion d'un dossier sur les mathématiques, et anticipe de ce fait l'annonce des conclusions du comité prévues initialement vers le 14 mars. Cette fois-ci nous sommes en avance et le comité, en retard.

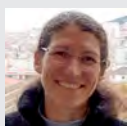
Nous réitérons dans cette tribune nos demandes de remise à plat de la structure du lycée. Nous nous sommes élargis avec l'arrivée des collègues physiciens suivis des biologistes : la Société Française de Physique, celle d'Astronomie et d'Astrophysique, ainsi que le Comité de Liaison Enseignants Astronomes nous ont rejoints, suivis de la Société Fran-

çaise d'Écologie et d'Évolution puis de la Société Française de Biologie du Développement : de quoi enrichir les réflexions pour les semaines à venir.

Le jour où j'écris, le 17 mars, jour de présentation du programme présidentiel du président sortant, le comité a rendu son rapport qui sera publié lundi 21 mars. Cependant, certaines parties ont déjà opportunément « fuité » dans les médias.

Sans surprise, les propositions avancées semblent correspondre à ce qui a probablement déjà été prévu depuis janvier et que nous avons dénoncé : à savoir augmenter d'une à deux heures l'enseignement scientifique du tronc commun de première, sans savoir si c'est au détriment des autres sciences. Des modulations seraient néanmoins proposées pour signaler que nous avons été entendus, comme par exemple un peu de mathématiques en plus réservées aux élèves ne choisissant pas la spécialité. Quoi qu'il en soit, le budget des établissements étant déjà fixé, ces annonces ne peuvent concerner que des modifications à la marge qui ne sont pas en mesure de répondre aux problèmes soulevés globalement. En raison des prochaines élections, l'engagement du ministère sur ce projet reste flou, et toutes les pistes pour une réflexion approfondie restent donc ouvertes.

Notre collectif est déterminé à poursuivre son action au-delà des présidentielles pour permettre de continuer à peser sur les décisions concernant l'équilibre de la formation mis à mal par la réforme. Nous avons bon espoir et n'abandonnerons pas maintenant notre travail d'information et d'analyse. Ce travail a déjà permis un premier pas en faveur d'une prise de conscience de la nécessité d'un retour sur cette réforme. Il faut maintenant convaincre de la mise en place d'une réflexion élargie sur ce sujet central pour l'avenir scientifique de notre pays. Puisse son impact contribuer à améliorer notre société future.



Mélanie GUENAI

Université Paris Saclay
melanie.guenais@universite-paris-saclay.fr

Maîtresse de Conférences au Laboratoire de Mathématiques d'Orsay à l'Université Paris-Saclay, Mélanie Guenais est Vice-Présidente de la SMF en charge de l'enseignement depuis 2020. Son domaine de recherche porte sur la théorie ergodique et les propriétés spectrales des systèmes dynamiques.

Ancienne lycéenne d'un lycée socialement mixte du Nord-Est de l'Essonne, mon choix de spécialités dans le système actuel en fin de seconde, à 14 ans, aurait été : Maths, Littérature (HLP), Langues (LLCE)...

Mathdoc, des projets et des défis pour la communauté mathématique

• É. MIOT

1. Un quart de siècle en appui à la communauté mathématique

*Mathdoc*¹ est une unité d'appui et de recherche sous tutelles de l'INSMI² du CNRS et de l'Université Grenoble Alpes. Avec pour mission de contribuer à la structuration de la documentation mathématique française, *Mathdoc* a une vocation nationale, à caractère unique.

Depuis sa création en 1995, la cellule *Mathdoc* fournit des services d'édition et de documentation destinés à la communauté mathématique au sens large : chercheurs et chercheuses, documentalistes, laboratoires, éditeurs académiques de mathématiques.

Mathdoc participe à des projets en partenariat étroit avec les acteurs des domaines de la documentation et de l'édition, tant au niveau national (réseaux RNBM³ et Mathrice⁴) qu'international (co-opérations sur des projets de bibliothèques numériques de maths ou avec des éditeurs académiques). La cellule est partenaire historique de la base de données zbMATH et, ces deux dernières décennies, elle a été impliquée dans tous les projets internationaux de bibliothèques numériques de mathématiques.

Implantée sur le campus de l'université de Grenoble, *Mathdoc* est pilotée par des mathématiciennes et mathématiciens. Son équipe est actuellement composée de quinze personnes : documentalistes, chargées d'édition, maquettistes $\text{\LaTeX}$, informaticiens, responsable administrative. *Mathdoc* s'appuie également sur l'expertise des membres de son conseil scientifique – des mathématiciennes et mathématiciens reflétant la diversité géographique et thématique – et sur une petite équipe rapprochée d'animation scientifique. Une grande force de

Mathdoc est d'associer des profils professionnels variés et complémentaires, dans le but de garantir l'adéquation des projets menés avec les besoins concrets des utilisateurs. L'implication de scientifiques dans l'unité est de plus un atout pour entretenir des contacts avec les sociétés savantes de mathématiques françaises ou internationales.

2. Trois projets de *Mathdoc* pour les chercheurs et chercheuses

Parmi les projets passés ou actuels de *Mathdoc*, je me focaliserai ici sur trois d'entre eux qui concernent sans doute plus directement les lecteurs et lectrices de la *Gazette* : le Portail Math, Numdam et le centre Mersenne.

Le Portail Math est développé par *Mathdoc*, le RNBM et *Mathrice*. Il propose un point d'entrée unique vers un panel de services numériques : principaux portails éditeurs avec gestion des authentifications, agenda des conférences et séminaires de mathématiques, services numériques tels que outils de visioconférence, d'hébergement de sites de conférences, stockage et partage de fichiers.

Numdam et le centre Mersenne sont deux programmes distincts produits par *Mathdoc*, dont une finalité commune est la diffusion de publications scientifiques de recherche en libre accès.

Initié il y a un peu plus de vingt ans, Numdam est la bibliothèque numérique de mathématiques française, un édifice en perpétuelle extension. Son ambition est de donner les moyens aux scientifiques d'accéder facilement et librement à des documents mathématiques couvrant une longue période de temps, ce qui est crucial dans notre discipline où la recherche se nourrit de résultats parfois anciens.

1. De son nom complet : cellule de coordination documentaire nationale pour les mathématiques.

2. Institut des Sciences Mathématiques et leurs Interactions.

3. Réseau National des Bibliothèques de Mathématiques, RT CNRS 2755.

4. Réseau des informaticiens des laboratoires de mathématiques, RT CNRS 2754.

À ce jour, Numdam archive et diffuse librement en ligne, à l'issue d'une éventuelle barrière mobile, un large corpus de documents mathématiques (plus d'un million de pages) pour certains datant de plus de deux siècles. Ces documents sont des articles, livres, thèses ou actes de séminaires qui ont été numérisés au cours de plusieurs vagues par *Mathdoc* et un réseau de partenaires, ou bien acquis directement sous forme électronique auprès des éditeurs qui les fournissent. Au-delà de ses fonctions d'acquisition, d'hébergement et de diffusion, Numdam offre des fonctions de navigation et de feuilletage efficaces, adaptées aux usages des scientifiques. Les collections de Numdam sont indexées finement, les métadonnées sont raffinées et enrichies. Par exemple Numdam présente les bibliographies dès que cela est possible, et pour chaque référence ajoute des liens vers les références présentes dans les bases de données de maths (zbMATH, MathSciNet, Numdam, EuDML), et le doi⁵ s'il existe.

Ouvert en 2018, le centre Mersenne est une infrastructure d'édition scientifique en accès ouvert développée par *Mathdoc* avec le soutien de ses tutelles et de l'IDEX de Grenoble. Il prend le relais et généralise le Cedram, projet d'édition électronique de revues académiques de mathématiques françaises mené depuis 2005.

Le centre Mersenne a été fondé afin de promouvoir l'édition scientifique en libre accès diamant, c'est-à-dire en accès ouvert immédiat, sans frais de publication pour les auteurs et autrices. Son périmètre scientifique englobe les disciplines qui utilisent traditionnellement le $\LaTeX$, telles que la physique, la géomécanique, l'informatique, avec un noyau dur de revues de mathématiques, mais qui propose aussi une extension du côté de la chimie, de la géoscience et de la biologie. Le centre Mersenne est tourné vers les scientifiques d'une part, qui accèdent librement via son portail aux articles des revues, vers les équipes éditoriales d'autre part, en leur fournissant des outils techniques et éditoriaux à coût faible voire nul pour faciliter la gestion de leur revue.

Ces outils que le centre Mersenne développe, maintient ou adapte concernent toutes les facettes de la production d'une revue : mise en ligne et diffusion des articles sur la plateforme du centre Mersenne, avec création préalable d'un site web personnalisé par revue, attribution de DOI et archivage pé-

renne des articles, installation et paramétrage d'un logiciel de gestion de flux éditorial⁶. S'appuyant sur l'expérience de *Mathdoc*, le centre Mersenne prétend à une qualité de services comparable voire à certains égards – par exemple quant au traitement des références – supérieure à celle d'un éditeur commercial. L'offre de services sera étoffée grâce à des recrutements récents, mais n'aura pas pour but de s'aligner systématiquement sur celles de certaines plateformes commerciales, par exemple en ce qui concerne les indicateurs quantitatifs d'impact de recherche.

Le centre Mersenne est un projet construit dans une logique de pérennité. Son modèle économique a été réfléchi afin de permettre l'accueil soutenable de une à trois nouvelles revues par an, et pourra évoluer en fonction des opportunités à venir. Ce modèle repose sur le principe que, d'un côté, le développement et la maintenance de l'infrastructure sont essentiellement financés par les tutelles de *Mathdoc*. D'un autre côté, les coûts récurrents induits par la production de la revue doivent provenir d'un financement spécifique, soit d'une institution aidant la revue (c'est le cas actuellement de plusieurs revues directement soutenues par l'INSMI) soit par la revue elle-même. Typiquement, les services donnant lieu à ces coûts sont la mise aux normes $\LaTeX$, la correction de la langue, le secrétariat de rédaction.

Depuis sa naissance, le centre Mersenne a connu un essor rapide, incluant les revues du Cedram et de nouvelles (par exemple, les *Annales Henri Lebesgue*), ou accueillant des revues ayant quitté des éditeurs commerciaux pour se tourner vers le libre accès diamant. De beaux exemples sont ceux de la revue *Algebraic Combinatorics*, recrée à partir de la démission du comité de rédaction de la revue *Journal of Algebraic Combinatorics* publiée par Springer, et celui des *Comptes Rendus de l'Académie des sciences*, publié par Elsevier jusqu'en 2019 dont six séries sont désormais diffusées sur la plateforme Mersenne.

Le centre Mersenne est donc un acteur jeune, mais déjà significatif dans l'écosystème de la science ouverte. Il s'est inscrit dans un mouvement qui s'est amplifié au cours des dernières années : appel de Jussieu en 2017, bras de fer entre le consortium Couperin et un éditeur commercial conclu par le non-renouvellement de certains abonnements

5. Digital Object Identifier, i.e. identifiant pérenne unique.

6. Le centre Mersenne installe et configure le logiciel open source Open Journal System (OJS) en fonction des pratiques éditoriales de chaque revue.

en 2018, pour ne citer que le cas français. Cela traduit la volonté de la communauté scientifique de se réappropriar les produits de sa recherche et celle des institutions publiques de maîtriser des coûts d'abonnement devenus insupportables. La science ouverte est désormais au cœur de politiques publiques, comme le montre par exemple le déploiement du premier Plan National pour la Science Ouverte en 2018 suivi du deuxième Plan en 2021. Ces politiques s'accompagnent de fonds importants dédiés à des projets de science ouverte⁷ dont *Mathdoc* bénéficie d'ores et déjà. Des structures publiques d'édition en libre accès diamant existent et prennent de l'ampleur, complémentaires du centre Mersenne : OpenEdition pour les revues de sciences humaines et sociales (développé par OpenEdition Center, unité de service et de recherche), dont le centre Mersenne pourrait devenir l'analogue côté sciences et techniques; Episciences (développé par le ccsp⁸, une unité d'appui et de recherche) dont le flux éditorial repose sur des archives ouvertes; Sci-post (parti de la physique, en cours d'ouverture vers des disciplines voisines); Peer Community In (ayant pour finalité la publication d'une recommandation

reposant sur des rapports ouverts)...

3. Des défis futurs

L'accès libre et aisé à un corpus mathématique très vaste et structuré est fondamental pour le travail quotidien de tout chercheur ou chercheuse. *Mathdoc* poursuivra son travail au service de la communauté nationale et internationale, avec en point de mire l'édification d'une bibliothèque numérique universelle de mathématiques, constituée d'articles, de livres, de thèses ou de textes de recherche sous forme électronique, s'appuyant sur les ressources mondiales déjà existantes telles que Numdam, les partenaires EuDML⁹, Project Euclid, zbMATH Open... Le centre Mersenne sera consolidé, en s'adaptant aux ressources disponibles et aux changements rapides dans le paysage de l'édition scientifique : nouvelles pratiques éditoriales, évolution des licences et des cadres juridiques¹⁰... Le centre Mersenne doit continuer de s'affirmer auprès de la communauté scientifique comme une alternative réaliste aux maisons d'édition commerciales pour (re)fonder et gérer une revue.



Évelyne Miot

Cellule *Mathdoc*, Université Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble
evelyne.miot@univ-grenoble-alpes.fr

Évelyne Miot est directrice de recherche CNRS à l'institut Fourier. Son domaine est celui des équations aux dérivées partielles, et concerne plus précisément la dynamique de singularités ponctuelles ou filamenteuses dans des équations de la physique mathématique (mécanique des fluides, équations cinétiques). Depuis 2021, elle est directrice de *Mathdoc*.

7. Par exemple, le Fonds National pour la Science Ouverte (FNSO).

8. Centre pour la Communication Scientifique Directe.

9. Pour une présentation de la bibliothèque numérique européenne de mathématiques EuDML, nous renvoyons à l'article : Thierry Bouche, *Démarrage du projet EuDML – La bibliothèque numérique européenne de mathématiques*, La Gazette des mathématiciens, 124 (Avril 2010), 65-74.

10. Voir par exemple l'article 30 la loi du 7 octobre 2016 pour une République numérique relatif au dépôt par les auteurs dans une archive ouverte de la version finale acceptée pour publication après une période d'embargo de six mois en mathématiques.

Labos 1point5 : transformer la recherche collectivement pour réduire son impact sur l'environnement

• E. CARCIOFI

Ce texte a été rédigé en octobre 2021

Un besoin de sens et de cohérence à l'origine de *Labos 1point5*

Les scientifiques ont de plus en plus le sentiment que leurs pratiques professionnelles ne sont pas toujours en cohérence avec ce que la science nous apprend de l'urgence climatique, ce qui peut générer une déstabilisation voire une perte de sens, à l'échelle individuelle ou collective. À différents endroits et sous plusieurs formes, des initiatives pour réduire l'impact des activités scientifiques sur l'environnement ont donc vu le jour, mais sans être reliées. Forts de ces constats, Tamara Ben Ari (chercheuse en agronomie globale, INRAE¹) et Olivier Berné (astrophysicien, CNRS²) ont proposé de fonder un collectif national. C'est ainsi que le 19 mars 2019, dans le journal *Le Monde*, paraissait la tribune intitulée « Face à l'urgence climatique : transformer la recherche collectivement³ », le texte fondateur du collectif *Labos 1point5*, dont le nom fait référence à l'Accord de Paris de 2015. Dès le début, le but de *Labos 1point5* a été de réunir des membres du monde académique, de toutes les disciplines et de tous les statuts (doctorants, chercheurs, ingénieurs, techniciens) avec pour objectif commun de quantifier et de comprendre l'impact des activités de recherche sur le climat et l'environnement, et de réfléchir et agir pour expérimenter différentes modalités de réduction de cet impact à l'échelle des laboratoires de recherche. Aujourd'hui, le collectif rassemble plusieurs centaines de membres du monde scientifique et s'est structuré en deux entités.

1. Un groupement de recherche [GDR] qui, lancé le 19 mai 2021, dirigé par Tamara Ben Ari et soutenu par le CNRS, INRAE et l'ADEME⁴, ras-

semble les activités de recherche du collectif.

2. Une équipe *Réflexion* (présentée ci-dessous) et une toute nouvelle équipe chargée des activités faisant le lien entre art et science.

Voici un tour d'horizon de quelques-unes des principales activités de *Labos 1point5*.

Quantifier : *GES 1point5*, un outil en ligne, libre, pour estimer et analyser l'empreinte carbone de la recherche en France

L'estimation de l'empreinte carbone des laboratoires est l'un des projets fondateurs de *Labos 1point5*. *GES 1point5*⁵ (GES pour Gaz à effet de serre) a été créé au sein du collectif pour calculer l'empreinte carbone de tout laboratoire volontaire. Son périmètre s'étend progressivement (consommations d'énergie et de fluides frigorigènes des bâtiments, déplacements en mission et domicile-travail, équipements numériques, achats...). L'une des particularités de l'outil, dont l'utilisation est notamment recommandée par la direction du CNRS, est la prise en compte de facteurs d'émission spécifiques au secteur de la recherche, au-delà des facteurs d'émission standard de la Base Carbone® de l'ADEME. À ce jour, plus de 280 laboratoires utilisent cet outil, dont l'objectif est triple.

1. Permettre aux laboratoires de quantifier et de suivre leur empreinte sur plusieurs années.
2. Mener des études scientifiques relatives à l'empreinte carbone de la recherche publique française. *GES 1point5* ouvre en effet la voie à des analyses statistiques sur les émissions

1. Institut national de recherche pour l'agriculture, l'alimentation et l'environnement.

2. Centre national de la recherche scientifique.

3. <https://labos1point5.org/reflexion/TexteFondateur>

4. Agence de la transition écologique.

5. <https://labos1point5.org/ges-1point5>

des laboratoires, au développement d'une méthode d'estimation de l'empreinte carbone de la recherche publique française, à la caractérisation de cette empreinte ainsi qu'à la construction de scénarios de réduction des émissions.

3. Nourrir la réflexion sur les leviers d'actions permettant de réduire l'impact des activités de recherche sur les émissions de gaz à effet de serre, tant à l'échelle nationale qu'à l'échelle du laboratoire. À ce titre, il est le point de départ d'expérimentations qui visent à explorer différentes modalités de réduction de l'empreinte carbone de laboratoires volontaires.

Expérimenter : accompagner, faciliter et étudier les trajectoires de réduction au sein des laboratoires

L'objectif général de l'équipe *Expérimentation* est d'explorer différentes modalités de réduction des émissions de gaz à effet de serre dans un petit nombre de laboratoires volontaires et d'en observer les impacts, tant sur ces émissions que sur la qualité de la recherche produite et le bien-être au travail. Ainsi, en plus d'accompagner et de faciliter les débats et les procédures de décision visant à concevoir des trajectoires d'atténuation à l'échelle des laboratoires grâce à des outils aussi variés que des chartes, une taxe carbone, des quotas, etc., cette équipe effectue un travail scientifique puisqu'elle documente l'ensemble du processus et évalue les effets des différentes options de réduction à la fois sur les émissions et sur la qualité de la recherche. Une phase de test s'étale sur 2021 : vingt laboratoires sur le territoire français ont mesuré leur empreinte avec *GES 1point5* et discutent désormais à l'échelle de leur laboratoire des options de réduction. Cette phase a reçu un soutien financier du CNRS. À partir de 2022, une phase de déploiement sera lancée, et chaque laboratoire volontaire sera le bienvenu pour rejoindre le futur réseau de laboratoires en transition.

Comprendre : enquêter sur les pratiques et représentations, dans le monde de la recherche, concernant le changement climatique

Une première grande enquête nationale en ligne intitulée « Les personnels de la recherche face au changement climatique⁶ » a été diffusée en 2020 auprès d'un échantillon représentatif tiré au sort parmi l'ensemble des personnels affiliés à une unité du CNRS, tous statuts et disciplines confondus, et a obtenu plus de 6000 réponses. Les objectifs principaux de l'enquête étaient de :

- mesurer les pratiques fortement émettrices de gaz à effet de serre ;
- explorer des solutions et leur acceptabilité ;
- recueillir la perception des personnels par rapport aux enjeux environnementaux.

Les résultats⁷ ont fait apparaître une très forte préoccupation des personnels vis-à-vis du changement climatique. D'autres enquêtes quantitatives et/ou de terrain permettront d'aller encore plus loin dans la compréhension des représentations et pratiques de la communauté scientifique dans le contexte du réchauffement climatique, en particulier en étudiant comment l'organisation et les enjeux du monde académique, notamment dans sa forme mondialisée, contribuent à forger les pratiques de travail, parfois en contradiction apparente avec les volontés de changement.

Réfléchir : s'interroger sur le rôle de l'enseignement supérieur et de la recherche dans la crise climatique, et partager le fruit de ces réflexions

L'équipe *Réflexion*⁸ est en charge de faire vivre et d'articuler la réflexion intellectuelle et d'organiser des débats de fond au sein du collectif et au-delà sur, en particulier, le lien entre empreinte environnementale et organisation de la recherche (doit-on repenser la compétition, les critères d'évaluation et l'utilisation des ressources et du temps ?). Les fruits de ces débats sont divers : ils ont mené, par exemple, à la création de l'équipe *Expérimentation* présentée plus haut, mais aussi à des textes portant sur la question de la transition écologique dans la recherche et dans les enseignements, tels que

6. <https://labos1point5.org/les-enquetes>

7. <https://labos1point5.org/les-enquetes/enquete1-resultat>

8. <https://labos1point5.org/reflexion>

9. <https://labos1point5.org/reflexion/EnseignerTransition>

« Enseigner la transition environnementale dans le supérieur⁹ » et « Après la crise, réduire la production, la compétition et l'empreinte environnementale¹⁰ ».

Le groupe *Réflexion*, composé de plus de 300 personnes, est également le lieu où les membres du collectif peuvent échanger entre eux, partager des exposés d'ouvrages, etc. Lorsque cela s'avère opportun, des personnalités extérieures, impliquées dans la cause climatique, sont invitées. Le but est de permettre aux membres du groupe d'étendre leurs connaissances en lien avec la crise climatique et la transition énergétique.

Partager : communiquer sur le collectif, l'empreinte environnementale des activités de recherche et des sujets connexes

D'ailleurs, c'est à l'initiative de cette même équipe qu'un séminaire interne au collectif a été lancé à la rentrée 2021, sous la forme de cycles de conférences thématiques saisonnières, afin d'éclairer une réflexion commune au sein des équipes de *Labos 1point5*. Au-delà du collectif, *Labos 1point5* communique également vers la communauté scientifique : un colloque intitulé « S'engager ensemble pour réduire l'empreinte de nos activités de recherche » a ainsi été organisé le 6 novembre 2020. Il a rassemblé virtuellement 800 participants dans toute la France autour d'un programme¹¹ composé de : 11 présentations en direct sur les activités du collectif, 1 exercice interactif d'inspiration à l'action, 1 jeu sérieux « Ma Terre en 180 minutes », 34 posters d'initiatives locales de toute la France et 1 discussion sur la loi de programmation de la recherche. La communication s'étend encore au-delà de ces deux sphères, pour toucher un large public. En plus des outils classiques (site web, réseaux sociaux, lettre d'information...¹²), nous pouvons citer le groupe *Sensibilisation/enseignement de la crise climatique*¹³ qui a pour objectif la réalisation d'exposés, établis de manière scientifique et collective, qui permettent à tout membre du collectif d'intervenir, au nom de *Labos 1point5*, au sein d'un établissement, d'une association ou d'une collec-

tivité, ou bien encore les décryptages¹⁴ qui livrent les messages essentiels d'un article scientifique sur l'impact environnemental des activités de recherche dans un langage clair et compréhensible même pour des non-experts.

Rejoindre *Labos 1point5* ?

Les actions menées par *Labos 1point5* sont diverses et variées, et toute personne travaillant dans la recherche publique (quels que soient sa discipline, son statut et son institution de rattachement) peut se joindre¹⁵ à son mouvement, que ce soit en intégrant le GDR ou bien les équipes *Réflexion* ou *Arts-Sciences*.

Les principes fondateurs de *Labos 1point5*

- Réduire l'empreinte carbone de la recherche nécessite un effort conjoint de toute la communauté de recherche, à l'échelle nationale.
- Il est essentiel de quantifier et de comprendre avant tout car on sait peu de choses sur l'empreinte carbone de la recherche, ses déterminants, ses incertitudes et son hétérogénéité.
- Du fait de la grande diversité des empreintes et des solutions de réduction, les solutions top-down uniformes risquent de se révéler inopérantes : nous devons implémenter des solutions conçues et délibérées localement dans les laboratoires de recherche.
- La communauté doit prendre part à une réflexion plus large sur le rôle de l'enseignement supérieur et de la recherche dans la transformation bas-carbone de nos sociétés.

Quelques liens utiles

Le site internet : <https://labos1point5.org/>

Les lettres d'information : <https://labos1point5.org/info-news/newsletter-7>

Twitter : <https://twitter.com/labos1point5>

10. <https://labos1point5.org/reflexion/TransitionLPPR>

11. <https://labos1point5.org/les-seminaires> (cliquer dans la colonne de gauche sur « Journée L1p5 2020 »)

12. <https://cloud.le-pic.org/s/GS4S4yk7ofWNsi5>

13. <https://labos1point5.org/l-enseignement>

14. <https://labos1point5.org/les-decryptages>

15. <https://labos1point5.org/nous-rejoindre>

À propos du conseil scientifique de l'INSMI

• R. CARLES

1. Rôle et fonctionnement du csi

Le comité national de la recherche scientifique (CoNRS) est surtout connu au sein de la communauté pour la section 41 (anciennement numérotée 01, jusqu'en 2012) et pour la commission interdisciplinaire (CID) 51 (interactions avec la biologie), qui s'occupent notamment du recrutement des chercheurs CNRS en tant que jury d'admissibilité, et plus généralement de l'évaluation scientifique pour les mathématiques au CNRS. Il existe deux autres entités au sein du CoNRS : le conseil scientifique du CNRS, et les dix conseils scientifiques d'institut (csi, un par institut du CNRS). L'existence de ces conseils scientifiques d'institut est relativement récente, évidemment liée à la création d'instituts au sein du CNRS, il y a un peu plus de dix ans.

Comme son nom l'indique, le rôle du csi de l'INSMI est de conseiller : ses prises de position n'engagent ni l'INSMI, ni le CNRS. Les deux moyens de communication officiels du csi sont les recommandations qu'il rédige et vote, et le rapport de prospective qu'il remet en fin de mandat. Le csi peut être invité par la direction de l'institut à analyser des questions précises, et se saisit par ailleurs des questions de son choix.

Le csi se réunit au moins deux fois par an pour des raisons statutaires :

- vers la fin du mois de septembre, pour évaluer d'éventuelles divergences entre section(s) du CoNRS et institut concernant la création ou la suppression d'unités ;
- vers la fin du mois de janvier, pour se prononcer sur une partie (membres nommés par l'institut) de la composition du jury d'admission CR de l'INSMI.

Le csi actuel choisit de se réunir une troisième fois dans l'année vers la fin du mois de juin. Généralement, les matinées sont consacrées à des discussions entre la direction de l'INSMI et le csi, et les après-midi sont réservées à l'accueil d'intervenants extérieurs sur des thèmes décidés en bureau du csi un mois avant la réunion.

Le csi a mis en place une page web recensant les documents disponibles le concernant, regroupant les recommandations, les ordres du jour des réunions avec les documents de présentation des intervenants, et les rapports de prospective des mandatures précédentes :

<https://csi.math.cnrs.fr/>

Pour informer la communauté mathématique, le csi utilise plusieurs canaux :

- envoi de textes via la liste de diffusion mathdir : le directeur de l'INSMI transmet un message aux directions des unités (DU) INSMI, en général pour diffusion au sein des laboratoires ;
- une lettre d'information du csi, également transmise par le directeur de l'INSMI sur la liste mathdir pour diffusion au sein des laboratoires, et conservée sur le site du csi (rubrique « Lettre »), dont nous reprenons ici une partie du texte (une seule lettre a pour le moment été envoyée, en mars 2021) ;
- les nouvelles recommandations sont systématiquement annoncées dans la lettre de l'INSMI.

La mandature actuelle (2019-2023) a voté des recommandations sur les sujets suivants :

- soutien au projet de création d'un *Institut Mathématiques de la Planète Terre* (5 juin 2019) ;
- Impact environnemental de l'activité des laboratoires (9 octobre 2019).
- mise en disponibilité des doctorants et post-doctorants agrégés de mathématiques (4 février 2020) ;
- dispositions de la LPPR (17 juin 2020) ;
- code de bonne pratique dans la communauté mathématique (7 octobre 2020) ;
- affichage par ordre de mérite des candidats admissibles sur le site des concours CNRS (16 mars 2021) ;
- prise en compte de la médiation scientifique dans les évaluations (5 juillet 2021) ;
- environnement (1^{er} février 2022).

À la rentrée 2021, le csi a lancé plusieurs sondages concernant les carrières (EC-C, IT, doctorants,

post-doctorants), dont les réponses seront analysées dans le rapport de prospective.

Nous détaillons ci-dessous le code de bonne pratique, une étude sur l'évolution des postes, et un sondage spécifique aux chercheurs CNRS.

2. Code de bonne pratique

Nous rappelons la recommandation votée par le conseil, concernant un Code de bonne pratique dans la communauté mathématique, inspiré du texte correspondant de l'EMS (European Mathematical Society), qui a vocation à prévenir les situations conflictuelles et, en cas de problème avéré, à servir de support pour saisir l'un des deux référents du CNRS – déontologie et intégrité scientifique. Leurs coordonnées sont rappelées à la suite du Code de bonne conduite. Le texte intégral est disponible sur le site du CSI, et en appendice du présent texte.

3. Évolution des postes EC en maths

Entre 2011 et 2020, le nombre de postes d'EC ouverts aux concours de recrutement a été divisé par deux, aussi bien en MCF qu'en PR, en section 25 qu'en section 26, comme on peut le voir sur le site Opération Postes par exemple,

<http://postes.smai.emath.fr/2021/OUTILS/bilans.php>

Soulignons toutefois que la baisse du nombre de postes aux concours n'est pas propre aux mathématiques, la plupart des sections CNU ont subi des pertes d'effectifs sur la même période. Malgré tout, la proportion d'EC dans les sections CNU 25 et 26, parmi le groupe 25-26-27, est passée de 62% en 1993, à 48% en 2018; sur l'ensemble des sections CNU, la proportion est passée de 7,7% en 1993 à 6,4% en 2018 (chiffres MESRI).

Nous avons préparé une carte pour présenter de façon synthétique une partie des résultats d'une enquête faite par le CSI auprès des DU à propos de l'évolution des postes d'enseignants-chercheurs (uniquement EC) entre 2011 et 2020. Il est en fait difficile d'avoir des chiffres précis, pour différentes raisons (les postes gelés reviendront-ils? Parfois on sait que non, parfois on n'est pas sûr), donc il faut considérer que la carte¹ donne avant tout un ordre de grandeur.

1. https://framacarte.org/fr/map/evolution-des-postes-en-maths-sur-10-ans_93553
ou <https://tinyurl.com/mwu6ymuv>

En survolant les sites, on a des chiffres bruts, qui sont détaillés par un clic. Nous avons mis la taille du laboratoire avec le nombre total EC+chercheurs. Si les chiffres doivent être corrigés, merci de nous envoyer les données.

Le code couleur :

- vert foncé : gain de postes,
- vert clair : maintien,
- jaune : perte < 5% du nombre de permanents,
- orange : 5% ≤ perte < 10%,
- rouge : perte ≥ 10%.

Cette carte fait suite à une enquête lors de laquelle le CSI voulait essayer de comprendre si la culture de la mobilité (au moment des recrutements notamment) pénalisait la communauté mathématique : il ressort des chiffres collectés qu'en effet certains laboratoires sont pénalisés par cette pratique. Plus précisément, dans la majorité des laboratoires, la republication ou non d'un support semble indépendante de la raison associée à la vacance du poste (promotion, mutation, retraite, autre) : c'est souvent tout ou rien, selon vraisemblablement la santé financière des établissements concernés, et éventuellement leur politique scientifique (le seul critère de la pression en enseignements est parfois mis en avant pour justifier la non-republication d'un poste en mathématiques).

4. Les CR ne deviennent (pratiquement) plus PR

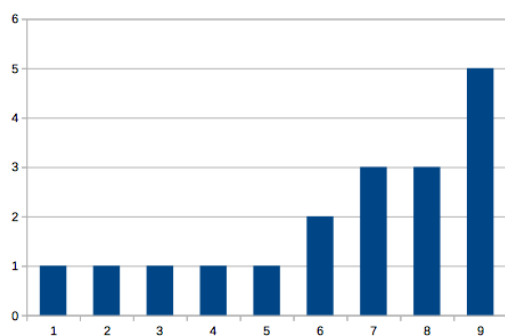
Il y a une vingtaine d'années, une large majorité des CR CNRS en mathématiques quittaient le CNRS pour devenir professeurs d'université en France. La situation a considérablement évolué, et très peu de CR deviennent désormais PR. Plusieurs explications peuvent être mises en avant (notamment la baisse du nombre de postes PR évoquée précédemment), et pour éviter des spéculations hasardeuses, le CSI a sondé directement les récents lauréats des concours DR en section 41, et en mathématiques pour la CID 51. Nous avons choisi les concours de la période 2015-2021, ce qui correspond à un peu moins de cinquante collègues. Les réponses des actuels CR seraient très intéressantes, mais évidemment souvent plus délicates à solliciter. Les questions étaient les suivantes (les numéros ci-dessous sont là pour faciliter la lecture de la figure 2, et n'étaient pas affichés sur le questionnaire).

- Avez-vous postulé sur un ou des concours PR ?
- Si oui, combien de fois ?
- Pourquoi être passé DR plutôt que PR ? Plusieurs réponses possibles.

1. Concours PR n'ayant pas abouti.
2. Pas de poste PR là où vous pourriez postuler pour des raisons thématiques.
3. Pas de poste PR là où vous auriez souhaité aller. (La question peut porter sur un ensemble différent de la question précédente...)
4. J'aurais postulé PR au bout de quelques années si je n'avais pas été pris DR, mais j'ai été recruté DR suffisamment rapidement.
5. Je n'aurais jamais postulé PR, quitte à rester CR toute ma vie.
6. Un poste au CNRS n'a pas les mêmes contraintes d'emploi du temps, et permet d'assister très facilement à des conférences ou semestres thématiques.
7. Un poste au CNRS permet de choisir son affectation, et de changer facilement d'affectation si besoin.
8. Le volume d'enseignement en tant que PR est rédhibitoire.
9. Dégradation des conditions d'enseignement.
10. Les responsabilités liées au poste de PR (autres que la recherche, la préparation des cours et l'enseignement à proprement parler) sont trop nombreuses.
11. Autre, merci de préciser :

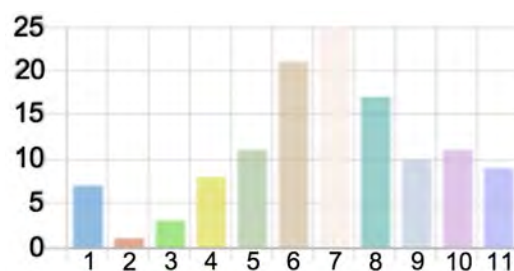
Nous avons recueilli 38 réponses, parmi lesquelles 9 mentionnaient une ou plusieurs candidatures PR (de 1 à 5 candidatures), voir figure 1.

FIGURE 1 – Nombre de candidatures PR



La répartition des réponses, parmi les 11 possibles, à la question « Pourquoi être passé DR plutôt que PR ? » apparaît en figure 2.

FIGURE 2 – Passer DR plutôt que PR



Le choix de l'affectation recueille le plus grand nombre de suffrages, suivi par la plus grande flexibilité d'emploi du temps (la notion de liberté est souvent mentionnée autour de ces deux points). La possibilité de choisir (essentiellement) son affectation ressort également dans les commentaires, en raison des contraintes familiales (emploi du conjoint, notamment). La politique de non-recrutement local pèse dans certains choix (un poste DR permet de revenir sur place après quelques années, ce qui est délicat en PR). L'aspect de l'interdisciplinarité est également mis en avant : il y a très peu de postes PR affichant un profil recherche à l'interdisciplinarité, alors que la CID est faite pour cela côté CNRS.

Le volume d'enseignement en tant que PR apparaît comme la troisième raison. Le fait d'enseigner un peu (64h ETD) ne semble pas poser de problème, mais 192h représente un volume trop important pour ceux qui évoquent cet aspect. Les commentaires font apparaître que la dégradation des conditions de travail du côté de l'université a un rôle dissuasif important (aspects administratifs, responsabilités de filières), singulièrement pour les femmes. Il n'y a pas de réticences à prendre des responsabilités en termes d'animation de la recherche (ne consistant pas seulement à encadrer des doctorants ou post-doctorants), point auquel la section (jury d'admissibilité) et la direction de l'INSM (au moment de l'admission) veillent depuis plusieurs années lors du passage DR.

Soulignons que dans le cas de deux réponses, les collègues ont postulé PR et ont répondu « non » à toutes les questions sauf la question numérotée 1.

Code de bonne pratique dans la communauté mathématique

Selon la loi 83-634 du 13 juillet 1983 portant droits et obligations des fonctionnaires, toute personne relevant de la fonction publique doit respecter les règles de déontologie prévues par le chapitre IV de cette loi. L'article 28bis (du 20 avril 2016) de cette même loi instaure le droit de consulter un référent déontologue. Le décret du Conseil d'État 2017-519 (du 10 avril 2017) détermine les modalités de désignation des référents déontologues au sein de chaque établissement public. Depuis le 1^{er} septembre 2018, Joël Moret-Bailly est le référent déontologue désigné par le CNRS. Le CNRS a également créé la fonction de référent intégrité scientifique, Rémy Mosseri occupe cette fonction depuis le 1^{er} août 2018.

Le code suivant explicite les règles déontologiques recommandées par le Conseil Scientifique de l'INSM pour la communauté mathématique.

Ce code reprend les dispositions du « Code of Practice » de la Société Européenne de Mathématiques qui souhaite le voir adopter par tous les mathématiciens et mathématiciennes, et éditeurs et éditrices de mathématiques. Les points I à IV en sont repris pour l'essentiel. Le point V a été ajouté par le Conseil Scientifique de l'INSM. Par ailleurs, nous rappelons qu'en ce qui concerne le bon déroulement d'un doctorat, chaque université a une charte déontologique.

Les coordonnées des deux référents du CNRS sont données à la fin de ce code, ainsi qu'un lien décrivant leurs missions et leurs modalités d'actions. Nous donnons également le lien de la liste des signataires des chartes et des référents intégrité scientifique affichée par le Hcéres.

Responsabilités des auteurs et autrices

1 - Les auteurs et autrices doivent maintenir un haut niveau de comportement éthique, particulièrement en matière de publication et de diffusion de leur recherche. Dans leurs publications, l'attribution précise de chaque résultat utilisé ou cité et son référencement correct constituent des éléments de bonne conduite importants.

Il n'est pas contraire à l'éthique de se tromper dans l'attribution d'un résultat ou de la méconnaître, à condition que les auteurs et autrices se soient rigoureusement interrogés sur la nouveauté de leurs

résultats et corrigent rapidement leurs erreurs d'attribution quand elles leurs sont signalées.

La publication de résultats de mathématiques comme étant les siens, alors qu'on a eu connaissance de ces résultats par d'autres personnes (à l'occasion d'une conversation, d'un exposé, de la lecture d'un écrit non formellement publié...) s'appelle du plagiat : cela constitue un grave manquement éthique et une forme de vol.

2 - Chaque cosignataire doit avoir contribué significativement au travail présenté dans une publication commune, et chaque personne ayant contribué significativement à ce travail doit être cosignataire. De plus, tous les cosignataires doivent accepter la responsabilité conjointe du manuscrit soumis et de sa publication finale. Soumettre et publier sans le consentement de l'ensemble de ses cosignataires constitue un manquement éthique.

3 - Les résultats de mathématiques sont pour la plupart publiés après un processus de soumission à des journaux ou des compte-rendus de conférences ou bien inclus dans la rédaction d'un livre. La responsabilité du contenu de la publication revient aux auteurs et autrices qui doivent s'assurer de la justesse de leurs travaux et de l'attribution correcte des résultats. Cette responsabilité implique l'obligation dans le temps de répondre avec diligence à des demandes fondées de précisions supplémentaires.

4 - En mathématiques, soumettre simultanément à différentes revues ou publications un manuscrit présentant un même résultat nouveau constitue un manquement éthique. Publier un même résultat dans différentes revues ou publications sans en faire mention par des citations explicites constitue également un manquement. Les sites de dépôt de manuscrits tels que Arxiv ou Hal ne sont pas des publications.

5 - La traduction d'un travail publié ou non doit toujours citer clairement sa source.

6 - Les mathématiciens et mathématiciennes ne doivent pas faire l'annonce publique de nouveaux théorèmes ou de la résolution de problèmes de mathématiques sans être capables d'en fournir les preuves détaillées en un laps de temps court.

Responsabilités des éditeurs et éditrices et des revues

1 - Il est recommandé aux journaux publiant des mathématiques d'établir et de présenter clairement leur règles éthiques en précisant leurs responsabi-

tés et le processus adopté en cas de suspicion ou de plainte pour manquement éthique. Les journaux doivent alors répondre aux auteurs et autrices avec respect et diligence.

2 - Pour parvenir à prendre des décisions responsables et objectives, les éditeurs et éditrices doivent adopter un haut niveau éthique. Cela implique de se retirer en cas de conflit d'intérêts personnel, professionnel ou commercial, d'éviter d'abuser de leur position privilégiée pour influencer le traitement de leurs propres articles ou ceux d'autres personnes, de ne pas exploiter des informations confidentielles.

3 - Le processus de soumission et de traitement des articles doit être affiché par chaque journal. Un article soumis doit recevoir un accusé de réception. Les éditeurs et éditrices doivent assurer le suivi du traitement d'une soumission, éviter tout retard excessif dans le processus d'évaluation et la prise de décision de publication, recueillir le consentement pour publication de la totalité des signataires d'un article ou d'une seule personne signataire agissant au nom de toutes les autres. Les dates de soumission et de tout changement notable doivent apparaître sur la publication, ceci est utile en cas de problème de priorité.

4 - Les journaux ont l'obligation de publier sous un format clair et précis et doivent notamment s'assurer que les symboles, mots et phrases mathématiques utilisés sont clairs et ne représentent pas un obstacle à la compréhension. Publier des travaux mal rédigés sans demande d'amélioration à l'auteur constitue un manquement éthique.

5 - Les éditeurs et éditrices doivent considérer avec soin et objectivité toute soumission. Normalement cela doit être fait sur la base d'évaluations par des rapporteurs et rapporteuses appropriés, mais si le travail soumis est en-dehors du périmètre de la revue ou est manifestement en-dessous du niveau exigé par la revue, les éditeurs et éditrices peuvent se passer de ces évaluations et en décider le rejet. Les auteurs et autrices doivent alors être informés, rapidement et courtoisement, du rejet motivé.

6 - Les éditeurs et éditrices doivent informer les auteurs et autrices des décisions prises toujours de façon courtoise, diligente et constructive en s'appuyant sur les informations fournies par les évaluations. Il n'est pas nécessaire de communiquer l'intégralité de ces informations.

7 - En cas d'erreur importante constatée par un auteur ou une autrice dans un travail publié, les éditeurs et éditrices doivent lui permettre de publier une correction ou une rétractation.

8 - En cas d'erreur importante constatée par un lecteur ou une lectrice, les éditeurs et éditrices doivent réagir de façon réfléchie et demander au signataire du papier en cas de confirmation de l'erreur de publier une correction ou une rétractation.

9 - Les éditeurs et éditrices constatant un cas de plagiat dans un travail publié par leur journal, doivent demander aux signataires de soumettre pour publication une rétractation substantielle. À défaut, les éditeurs et éditrices doivent publier au nom de la revue une information décrivant le plagiat.

10 - La version en ligne d'un article problématique doit être maintenue s'il peut en paraître ultérieurement une version corrigée. Sinon la version problématique peut être supprimée en ligne à la demande des signataires de l'article ou sur décision des éditeurs, avec en remplacement l'information du retrait.

11 - Une personne ne peut être présentée comme membre du comité éditorial d'une revue sans son consentement. Si une personne démissionne d'un comité éditorial, son nom doit être rapidement supprimé de la liste affichée par la revue.

12 - Toute personne membre d'un comité éditorial est censée connaître l'éthique de son journal et y adhérer, et éventuellement réagir en cas de constatation de manquement par une autre personne de l'équipe éditoriale

Responsabilités des rapporteurs et rapporteuses sollicités par un comité éditorial

1 - Pour parvenir à formuler des recommandations responsables et objectives, les rapporteurs et rapporteuses doivent adopter un haut niveau éthique. Leur mission est de chercher à évaluer la justesse, la nouveauté, la clarté et l'importance du manuscrit soumis. Néanmoins, le travail publié est de la responsabilité des signataires.

2 - Avant d'accepter un travail d'évaluation, les rapporteurs et rapporteuses doivent s'interroger sur de potentiels conflits d'intérêts. En situation de conflit d'intérêts, les rapporteurs et rapporteuses doivent en avertir leur contact au comité éditorial et ne peuvent poursuivre leur tâche sans son accord.

3 - Une fois la tâche acceptée, les rapporteurs et rapporteuses doivent l'exécuter en un temps raisonnable.

4 - Les rapporteurs et rapporteuses ne doivent pas utiliser les informations privilégiées contenues dans

l'article à évaluer.

5 - Les rapporteurs et rapporteuses qui suspectent des éléments de plagiat dans le manuscrit à évaluer ou tout autre manquement éthique doivent en avvertir rapidement leur contact au sein du comité éditorial.

Responsabilités des utilisateurs et utilisatrices de données bibliométriques

1 - Quel qu'en soit le but (une dotation, un prix, une promotion...), il est irresponsable de la part d'une institution ou d'un comité d'évaluer la qualité de recherches en mathématiques d'une équipe ou d'un individu sur la base exclusive de données bibliométriques.

2 - Citer des références inutiles en vue d'augmenter leurs indices de citation est un manquement éthique.

3 - Si un journal modifie des données bibliométriques à son avantage, il déroge à l'éthique.

Responsabilité individuelle et rôle des directeurs et directrices d'unité, d'équipe, des organisateurs et organisatrices de groupes de travail, de colloques ou de tout événement

Dans une unité de recherche ou le temps d'un événement, il revient à toute personne participant à la

vie d'un groupe de mathématiciens et mathématiciennes, et particulièrement à leurs responsables, de s'efforcer de contrôler les dérives de comportement nuisibles à l'épanouissement, l'échange et la créativité, telles que :

- dénigrer ou remettre en question les compétences en mathématiques d'une personne,
 - colporter une rumeur,
 - laisser agir des préjugés de tous ordres (de genre, de réseau, d'affinité, etc.),
 - se croire propriétaire d'un problème de mathématiques,
- cette liste n'étant pas exhaustive.

Que ce soit pour un événement ou dans les différentes structures, il convient de s'assurer dans la mesure du possible que la communauté mathématique soit bien représentée dans sa diversité.



Conseil scientifique de l'Institut national des sciences mathématiques et de leurs interactions (INSMI)

Éthique, déontologie et intégrité scientifique au CNRS

<http://www.cnrs.fr/fr/ethique-deontologie-integrite-scientifique-et-lancement-dalerte>

Référent déontologie au CNRS : Joël Moret-Bailly - joel.moret-bailly@cnrs.fr

Référent intégrité scientifique au CNRS : Rémy Mosseri - remy.mosseri@cnrs.fr

Référents scientifiques dans les établissements d'enseignement supérieur

<https://www.hceres.fr/fr/liste-des-signataires-des-chartes-et-des-referents-integrite-scientifique>



En hommage à Nessim SIBONY 1947-2021

Nessim à Bruxelles en 2018



© Erik Luntang-Jensen

Nessim Sibony, mathématicien par Jean-Michel Bismut

Nessim Sibony est né le 20 octobre 1947 à Marakech. Il arrive à Paris en septembre 1955. Il fait sa scolarité dans des écoles du cinquième arrondissement. C'est sans doute sous l'influence de ses deux frères aînés qu'il décide de devenir mathématicien, en s'inscrivant à la Faculté des Sciences de Paris, alors qu'elle est traversée par les remous de Mai 1968. Selon son frère Daniel, le choix des mathématiques allait de soi pour Nessim. Il soutient sa thèse d'État à Orsay en 1974, le jury étant formé d'Henri Cartan, Gustave Choquet, Adrien Douady, Jean-Pierre Ferrier et Valentin Poenaru. Il devient

assistant à Orsay, puis professeur à Orsay en 1981, dans l'équipe d'analyse harmonique.

Il consacre sa vie de mathématicien à l'analyse complexe sous toutes ses formes, et particulièrement à la dynamique holomorphe en dimension supérieure, aux méthodes dynamiques d'étude des feuilletages holomorphes, et donne une impulsion essentielle au développement de la théorie des courants positifs, et du pluripotentiel associé. Il aura des collaborateurs d'une vie, tels John Erik Fornæss de 1992 à 2013, et Tien-Cuong Dinh, avec qui il travaille sans relâche de 1999 à 2021 : cette collaboration avait été amorcée grâce au recrutement de Dinh à Orsay sur un poste de maître de conférences, et ceci de 1998 à 2005. Nessim collaborera

également avec entre autres Bo Berndtsson, Daniel Burns, Viêt-Anh Nguyễn, Mihai Păun, et Misha Verbitsky.

Il a été le directeur de thèse de Romain Dujardin, Charles Favre, Vincent Guedj, Guokuan Shao, et Gabriel Vigny.

L'influence de Nessim sur l'ensemble de l'analyse complexe est considérable, et ceci d'autant plus qu'il voyage sans cesse, en particulier vers la Corée, Singapour, Hong Kong, et la Chine. C'est en grande partie grâce à Nessim que Ngaiming Mok décide de quitter Columbia et de venir à Orsay de 1989 à 1994.

Le point de vue de Nessim sur les mathématiques était vaste : s'il était d'abord un analyste radical, il était capable de s'intéresser directement aux avancées de la géométrie complexe, et aux travaux des arithméticiens sur les questions d'équidistribution. Son attitude vis-à-vis des mathématiques comme sur le reste était d'une passion sans limite, sans indulgence d'abord pour lui-même, et comme par rebond, pour les autres également. J'avais vainement tenté de l'enrôler comme coorganisateur du séminaire d'analyse géométrique que nous organisions à Orsay, ce qu'il avait au fond refusé. Mais il y venait très régulièrement. Il s'installait au fond de la salle, posait quelques questions rapides et brèves, et passait me voir dans mon bureau pour me faire savoir, de manière souvent vigoureuse, ce qu'il avait pensé de l'exposé. Entre nous, la bonne humeur était indestructible. Nous avions ces conversations peut-être étranges de deux mathématiciens observant la vie d'un peu loin, et s'aidant mutuellement pour mieux la comprendre. Il lui arrivait de me dire que la vie d'un mathématicien est aussi « une vie de fou ».

Nessim Sibony est décédé le 30 octobre 2021 à Bruxelles des suites d'une grave maladie. L'un de mes jeunes collègues me disait au sujet de la disparition de Nessim : « encore un coup dur pour Orsay. » Je n'ai jamais su ce qu'il voulait dire par cet « encore ». Mais sûrement, pour ceux qui avaient approché Nessim, et qui appréciaient sa forme supérieure d'ironie et de distance de soi, une perte irrémédiable.

Quelques souvenirs de thèse avec Nessim

C'est avec une grande tristesse que nous avons appris le décès brutal de notre ancien directeur de

thèse Nessim Sibony. Nous réunissons ci-dessous quelques souvenirs de notre rencontre avec un chercheur d'une grande originalité, qui nous a tous marqués profondément.

Vincent Guedj J'ai commencé à travailler avec Nessim par hasard. Hésitant durant mon DEA entre formes modulaires (cours de Clozel), dynamique des polynômes (Douady) et géométrie hermitienne (Mok), j'ai été séduit par la théorie des courants positifs que Nessim a développée et utilisée avec autant d'élégance que de profondeur.

Nessim venait de terminer une série de travaux retentissants avec Duval sur la convexité rationnelle (via une utilisation très fine des estimées L^2 de Hörmander), et était en train de poser avec Fornæss les premières pierres de la théorie des systèmes dynamiques complexes à plusieurs variables. Il m'a proposé de poursuivre dans l'une de ces deux directions.

Nessim a été un excellent directeur de thèse, ayant l'intuition des sujets porteurs et laissant une grande latitude dans les choix ; il s'est toujours montré très disponible. Il est sans doute difficile d'imaginer qu'il partageait à l'époque avec Mok un minuscule bureau malgré leur grande réputation internationale !

Nessim a fait pleinement profiter ses étudiants de son réseau de collaborateurs. Fornæss est venu passer 6 mois à l'IHÉS avec de nombreux thésards, source d'une animation scientifique joyeuse. Nessim a également incité Berndtsson à m'accueillir en coopération scientifique à Göteborg, poursuivant un chapitre d'une riche amitié franco-suédoise.

Nessim a gardé un œil bienveillant sur mon début de carrière. Il a guidé mes premiers pas en dynamique, ainsi que ceux de toute une génération de chercheurs qui poursuivent ses travaux aujourd'hui. Son dernier exposé à Oberwolfach fin mai 2021 ouvrait encore de belles perspectives, quelques jours seulement avant un diagnostic implacable.

Charles Favre J'ai rencontré Nessim à l'occasion du cours de DEA portant sur l'analyse à plusieurs variables complexes qu'il professait à Orsay en 1994. Un style d'enseignement d'une grande concision (en osmose avec le ton du livre d'Hörmander sur le sujet), une présence singulière au tableau, des transitions émaillées de « Mais alors » qui faisait systématiquement sourire l'assistance suivant son cours de manière quasi-religieuse.

Suivant les conseils (avisés) d'Adrien Douady, je poursuivais mon mémoire de DEA en dynamique complexe avec Nessim, puis je commençais une thèse sous sa direction. Je ne tardais pas à comprendre qu'il était très exigeant (me laissant parfois seul dans son bureau en haut du bâtiment 425 pendant de longues minutes me dépêtrer avec des arguments que je n'avais pas assez travaillés).

Il me laissait cependant une liberté totale dans mes recherches même lorsque celles-ci prenaient un tour trop algébrique (ou trop lent!) à son goût. Il était très impliqué pour accompagner ses étudiants, et son soutien pendant et après ma thèse a été décisif dans les premières années de ma carrière.

Son humour était parfois décapant (« crystal clear » m'avait-il dit un jour avec un sourire malicieux à la fin d'un exposé obscur qu'avait fait un collègue pourtant charmant dans un anglais très approximatif).

Nessim était un orfèvre en analyse complexe, avec une compréhension de son sujet d'une profondeur exceptionnelle. Il restera pour moi un modèle par son extraordinaire longévité scientifique.

Nos discussions durant son hospitalisation à l'été 2021 étaient devenues plus décousues, portaient sur des sujets divers. Il gardait cependant toujours un esprit critique très acéré, une curiosité intellectuelle vivace, et jusqu'au bout sa passion pour les mathématiques est restée remarquablement intacte.

Romain Dujardin Comme mes prédécesseurs, j'ai rencontré Nessim Sibony comme étudiant de son cours d'analyse complexe. C'était un cours tiré au cordeau, qui était le contrepoint parfait de celui d'Adrien Douady sur la dynamique à une variable. Il m'a ensuite proposé un sujet de thèse très ouvert, qui s'est affiné au fur et à mesure de nos entretiens hebdomadaires. Il m'a laissé une grande liberté dans le choix de mes thèmes, mais il n'était pas non plus facile à convaincre!

Son style mathématique était minimaliste, et j'ai été de nombreuses fois impressionné par la concision et l'apparente simplicité de ses arguments. Une expression que j'ai beaucoup entendue de sa part (à tort ou à raison d'ailleurs) est : « c'est trop compliqué ». J'ai dû souvent revenir à la charge pendant plusieurs semaines pour défendre la pertinence d'un argument.

« Vous voulez aller à l'Élysée ? » C'était au début de l'été 2003, j'avais soutenu ma thèse quelques mois plus tôt, et le cabinet de la ministre cherchait

quelques jeunes docteurs pour la traditionnelle garden party. Nessim était directeur du labo d'Orsay à l'époque, et il avait donné mon nom... Tout comme il m'a soutenu en coulisses au début de ma carrière.

Les années qui ont suivi, je le croisais principalement lors de conférences, où nos relations étaient restées celle d'un maître et son élève (en tout cas le vouvoiement était toujours de rigueur!). Je crois qu'il appréciait particulièrement ces événements, où son humour pince-sans-rire faisait des ravages.

L'intégralité de mes travaux est imprégnée de ses idées, qui ont profondément influencé toute une génération de chercheurs en analyse et dynamique complexe.

Gabriel Vigny C'est à la réunion de présentation du DEA d'Orsay que j'ai vu Nessim pour la première fois. Il avait dessiné au tableau une casserole (de Hartogs) en expliquant que les fonctions holomorphes à plusieurs variables se prolongeaient naturellement sous le manche de la casserole et donc que la classification des domaines complexes était plus riche à plusieurs variables qu'à une seule. C'est ce qui m'a donné envie de suivre son cours.

J'ai ensuite fait mon mémoire de DEA avec lui puis ma thèse (en co-direction avec Dinh avec qui il forma un duo de choc). Nessim était un mathématicien aux avis tranchés, souvent très pertinents. Alors qu'il était un virtuose technique, il m'a toujours impressionné par sa capacité à vouloir établir le cadre juste, simple et intrinsèque, persuadé qu'il fallait travailler de la bonne manière (comme il aimait à le dire « we're in a hurry, so we must go slow »). C'est cette exigence qui l'a amené à établir, entre autres, la théorie des super-potentiels, des densités de courants... Et en tant qu'étudiant, puis mathématicien, cela fut parfois pénible, quand j'avais l'impression d'avoir prouvé un théorème, de me voir dire que c'était « farfelu »... mais il avait souvent raison! Un de mes meilleurs travaux n'a vu le jour que lorsque j'ai admis sa remarque que je ne travaillais pas avec les bons espaces de fonctions et qu'il fallait considérer les fonctions DSH qu'il avait introduites avec Dinh.

Guokuan Shao It was my immense fortune and privilege to have been a student of Nessim. During my M2, I wondered in which PhD program I should enroll. Following the advice of Xiaonan Ma, I wrote an email to Nessim to ask for an appointment. Walking on the « path to glory » (Sentier de la Gloire) from Polytechnique to Lozère station on a snowy

day made me feel more nervous before I first met him in his office. He was very friendly and gave me several topics to choose. I studied rigidity phenomena of Julia sets in complex dynamics during my M2 thesis, and continued my PhD thesis under his supervision (with co-advisor Viêt-Anh Nguyễn).

As a leading expert in several complex variables and a founder of complex dynamics in higher dimensions, his profound clairvoyance and remarkable talent have had a far-reaching influence to the mathematical community. He was full of enthusiasm in introducing new ideas and developing new techniques. I had immersed myself in his wonderful theories of super-potentials, current densities, meromorphic transforms, Alexander-Dinh-Sibony capacity, where the last two play a vital role in my thesis concerning equidistribution of zeros of holomorphic sections.

Nessim was not only a great mathematician but also an exceptional supervisor. He always encouraged me and guided me to the right way of thinking whenever I encountered obstacles. He was also demanding on technical details of my thesis. One time I presented him my recent progress on a key inequality with respect to singular measures. He discovered quickly that there were a large constant plus a small one in the right hand of the inequality, which did not make sense. He smiled at me until I modified the singular measures.

After graduation in 2016, I met Nessim mostly in conferences. When we met at IMS, Singapore in 2017, he was satisfied with my recent research about complex/CR geometry with Chin-Yu Hsiao. In 2019, he had a very pleasant journey in China including hiking the Great Wall and Mount Tai.

I could not visit him during his hospitalization in France due to the epidemic, which was my lingering regret. I admired him greatly for his wise advice and constant support which have enriched my career and life tremendously.

Souvenirs de Nessim par Claude Viterbo

J'ai eu le plaisir de faire la connaissance de Nessim il y a un peu plus de 30 ans lors de mon arrivée à Orsay. Il était de ceux avec qui on pouvait parler ouvertement, et qui ne faisaient pas sentir à un jeune collègue l'étendue de son ignorance. De fait, j'essayais à cette époque d'appliquer certaines méthodes de géométrie symplectique aux fonctions

de plusieurs variables complexes et Nessim m'apporta à cette occasion une aide précieuse, à la fois par sa culture extraordinaire dans le domaine, dont il avait une vision particulièrement claire, et par ses encouragements. Si j'ai poursuivi ce thème pendant quelques années, c'est aussi pour le plaisir des conversations avec Nessim, que la proximité de nos bureaux au bâtiment 425 rendait encore plus facile. À cette époque Nessim continuait ses travaux sur les courants positifs, en particulier avec Bo Berndtsson que j'ai pu connaître à cette occasion. Mais j'étais aussi témoin de la naissance de la belle école de Dynamique complexe à plusieurs variables qu'il était en train de fonder : Charles Favre puis Romain Dujardin étaient en thèse, Tien-Cuong Dinh était très présent, parfois aussi venait – de plus loin – John-Erik Forneaess.

J'appréciais aussi beaucoup l'humour de Nessim, un peu cynique et décalé, dont on voyait bien qu'il cachait une grande sensibilité. Sa grande liberté de pensée venait peut-être de son parcours atypique : issu d'une famille juive de Marrakech, arabophone, il était venu en France encore enfant. Il n'était élève d'aucune École – grande ou petite – mais étudiant de la faculté des sciences d'Orsay où il fit d'ailleurs toute sa carrière, d'assistant à professeur de classe exceptionnelle et directeur du laboratoire. J'ai ensuite quitté Orsay pendant 20 ans et mes rencontres avec Nessim se firent plus rares, mais toujours aussi cordiales et chaleureuses. Dans la perspective d'un retour à Orsay en septembre 2021, je me réjouissais de l'y retrouver. Hélas, peu de temps avant, sa fille Anne-Lise m'annonça la grave maladie qui frappait Nessim, me faisant comprendre l'urgence.

J'ai alors revu Nessim. Il avait toujours ses mêmes lunettes à monture métallique, toujours identiques, dont j'ignore s'il en avait une collection quasi-infinie, mais enfin, il me semble qu'il a toujours porté le même modèle. Et si l'on y songe, cette constance, comme la modestie et la rigueur de ces lunettes, illustraient bien le caractère de Nessim. Et puis j'ai retrouvé les gestes de Nessim : le bras un peu arrondi pour écrire sur le tableau noir, comme pour ne pas le brusquer, ou bien expliquant ce qu'il vient d'écrire les bras un peu écartés, comme pour dire « ce que je dis est bien évident pour qui sait regarder ».

Étrangement, celui que tout le monde appelait Nessim vous appelait par votre nom de famille. Nos rencontres commençaient souvent par un « Dis-moi, Viterbo,... » très doux. Sa diction, était – non pas

hésitante – mais démarrait lentement, comme pour s’assurer qu’il ne vous avait pas interrompu, comme s’il vous prenait doucement par le bras en vous demandant de le suivre dans le cheminement de ses pensées. Ces derniers mois nous nous étions vus assez souvent, et j’ai eu le privilège de découvrir un autre Nessim, ou plutôt le Nessim caché, et nos conversations sont devenues beaucoup plus personnelles. C’était un Nessim parfois joyeux, parfois, bien sûr, angoissé par la maladie, mais toujours attaché aux plaisirs de la vie en lien avec ses différentes cultures. Et aussi d’une grande profondeur et d’une subtilité intellectuelle qu’il illustrait par des traits d’esprit, souvent sous la forme d’histoires juives, qui, comme de jolis théorèmes, permettaient à cette profondeur et à cette subtilité de s’exprimer avec légèreté.

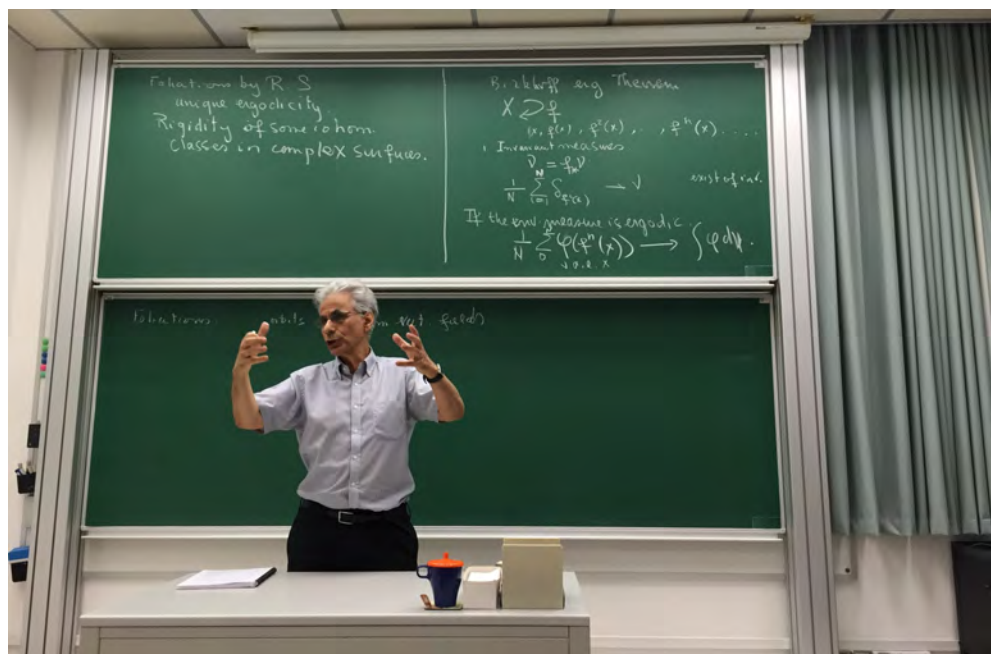
Nessim Sibony : Souvenirs Inoubliables d’un Cher Ami par Ngaiming Mok

Nessim et moi nous nous sommes rencontrés au cours d’un court séjour à Paris que j’ai fait à l’été 1984, lors d’une séance du Séminaire Dolbeault-Lelong-Skoda à Paris. Dès ma première rencontre avec Nessim nous sommes devenus de bons amis prêts à parler de tout. J’étais frappé par son ouver-

ture, son humour et ses connaissances, aussi bien en mathématiques qu’autour des affaires internationales. Son attitude accueillante vers les cultures asiatiques me permettait de me sentir à l’aise dans le milieu parisien qui est en même temps très attrayant mais aussi bien étranger pour moi.

Très rapidement Nessim m’a proposé à faire un long séjour de six mois à Orsay. En rétrospective, peut-être voyait-il en moi la qualité d’un chercheur en géométrie complexe avec des connaissances qui pourraient compléter les expertises représentées par les collègues à Orsay, et il voulait dès les premiers jours me recruter à Orsay. C’est vrai que j’étais parmi les rares mathématiciens étrangers francophones non européens, et il voyait en moi la volonté de poursuivre une carrière en France. De toute façon la possibilité de passer six mois à Paris nous plaisait, et à Princeton moi et ma femme Julia commencions à nous préparer pour cette « aventure », une aventure qui se prouvait déterminante pour notre trajectoire dans la vie. À ce moment-là Nessim cherchait un appartement pour nous à Paris, une tâche pas simple du tout, et finalement il nous a trouvé un appartement bien agréable et pratique dans le 14^e arrondissement, rue d’Alésia, qui n’est ni loin de chez lui ni loin du centre de Paris, et nous nous réjouissions des multiples invitations chez lui et des sorties au Quartier Latin et à Beaubourg.

Nessim à Hong Kong en 2015



© Erik Lundang-Jensen

Dans les années suivantes, Nessim nous a convaincus de prendre au sérieux l'opportunité offerte par un déplacement en France. Finalement j'étais nommé professeur à Orsay et nous avons déménagé avec notre fille Vivienne, à l'âge pour s'inscrire à l'école maternelle, à Bures-sur-Yvette en automne 1989. C'était avec l'aide généreuse de Nessim que nous pouvions rapidement nous accoutumer à la vie parisienne. Nous étions sans doute bien aidés par l'hospitalité de Nessim, sa femme Joëlle et leur fille Lily, et nous avons beaucoup aimé l'ambiance à la fois intellectuelle et chaleureuse chez eux. Il y a eu des périodes durant lesquelles pour des raisons professionnelles je devais faire des allers-retours transatlantiques, et je me sentais rassuré à cause de Nessim, qui était toujours prêt à donner un coup de main à ma famille. Dans le travail je me sentais à l'aise dans l'ambiance très ouverte de discussions mathématiques à Orsay, souvent avec Nessim et d'autres collègues mais aussi avec des invités fréquents de Nessim.

En 1994 j'ai reçu une invitation pour rentrer à Hong Kong en qualité de « Chair Professor » de mathématiques à l'université de Hong Kong, un poste avec une lourde responsabilité académique. Les universités à Hong Kong étant prêtes à cette époque à faire des efforts pour se transformer en des centres d'excellence de recherche, il était logique que j'accepte cette invitation imprévue, sans doute avec beaucoup de regret que je devrais quitter la France. Néanmoins, dans les années suivantes j'ai pu garder des liens professionnels avec la France en faisant des visites académiques presque chaque année à Orsay ou à l'IHÉS. C'est ainsi que j'ai pu continuer mes discussions mathématiques avec Nessim, et qu'à travers son enthousiasme j'étais introduit au début du millénaire à un domaine de recherche fascinant qui est l'application de la géométrie complexe à l'arithmétique, à commencer avec des problèmes posés par Laurent Clozel et Emmanuel Ullmo, collègues à Orsay, sur des isométries holomorphes. Au niveau professionnel je suis très reconnaissant de cette opportunité initiée par Nessim qui me permettait d'avoir des échanges fructueux avec des spécialistes liés à l'arithmétique. Au niveau personnel, comme nous avons gardé des liens avec la France, Vivienne pouvait poursuivre ses études universitaires à Paris, et dans ces années à partir de 2003 durant lesquelles Vivienne étudiait à Paris, c'était en outre grâce à l'hospitalité de Nessim qu'elle se sentait chez elle.

Nessim était très intéressé à contribuer au progrès de la recherche mathématique en Asie. Il était invité à l'IMR (l'Institut de Recherche Mathématique), dont j'ai été directeur, de l'université de Hong Kong en février 2002 à faire un exposé dans la « France-Hong Kong Geometry Conference », activité inaugurale à Hong Kong (toutes disciplines confondues) du PROCORE, fond local pour la collaboration de recherche entre la France et Hong Kong soutenu par HKRGC (conseil des bourses de recherche de Hong Kong), puis en 2007 et 2015 pour donner des conférences dans « Hong Kong Geometry Colloquium », une activité co-organisée par trois départements de mathématiques de Hong Kong, et pour faire d'autres exposés, y compris une suite d'exposés « Foliations, Rigidity and Nevanlinna Theory » en 2015. Chez nous on a gardé un très bon souvenir de son style engageant d'exposition et de son dynamisme en mathématiques. Je partageais avec Nessim l'enthousiasme sur les feuilletages, et j'étais très frappé par la facilité avec laquelle il pouvait faire l'analyse moyennant des courants positifs provenant des feuilletages holomorphes. Après sa retraite je l'ai rencontré plusieurs fois dans des activités de recherche en Asie, à Taipei, Séoul, Hanoï et Shanghai. En 2018 et 2019 il était un des organisateurs d'une activité « Progress in Several Complex Variables » à KIAS, Séoul, dont j'étais un de ses invités en 2019, dans laquelle un grand nombre de conférenciers étaient invités à donner des mini-cours thématiques. Comme éducateur, Nessim avait sûrement la volonté de faciliter d'une manière systématique l'introduction des nouveaux thèmes de recherche dans différents centres de recherche mathématiques en Asie. Comme humaniste, il voulait toujours connaître la culture et les paysages du lieu de rencontre, et en outre être un chercheur superbe qui pouvait aider au progrès de recherche mathématique en Asie, il était toujours accueilli comme un bon ami étranger de la communauté mathématique locale.

J'avais le privilège d'avoir eu une longue conversation téléphonique avec Nessim après qu'il avait été déjà au courant de son cancer cérébral. Dans son style caractéristique, Nessim pouvait parler avec beaucoup de calme et avec un air très positif vis-à-vis de l'inconnu. Je garderai avec beaucoup d'affection le souvenir d'un ami cher qui, en face des nouvelles brusques et frappantes, pouvait encore partager avec moi ses pensées et m'encourager en dépit de sa situation catastrophique. Pendant ces longues années Nessim avait singulièrement transformé pour le mieux le chemin de ma vie. La

mémoire de l'amitié profonde entre nous me donnera toujours de l'espoir pour l'avenir.

Un courant positif par Hélène Esnault

En décembre 2011 j'ai participé à une conférence à Shirahama au sud de Nagoya. Les exposés étaient ancrés en géométrie complexe, voire analyse complexe, souvent tournant autour de problèmes issus de dynamique. Nessim Sibony participait à la conférence, son jeune collaborateur et ami Tien-Cuong Dinh aussi. C'est ainsi que j'ai fait leur connaissance. Ils avaient étudié l'entropie en complexe et montré qu'elle est prise sur le sous-groupe des cycles de Hodge en cohomologie de Betti. La méthode utilise des courants positifs. Nessim expliquait à moi, géomètre vraiment algébriste, comment les appliquer à ce problème. J'étais à la peine. Dans un accès d'humour, il déclama les propriétés des courants en se servant de la mythologie grecque. Cela s'est terminé par un fou rire. Puisse l'autodérision nous aider à surmonter la tristesse.

Tout ce qui est vrai reste là par Joël Merker

Que le souvenir multiple de Nessim reste définitivement gravé en moi, en haute reconnaissance, avec estime fidèle pour celui qui fut ce que nul parent ne peut promettre : un penseur, un créateur, un mathématicien d'Orsay, un aîné d'exception.

« Un artisan » disait-il plutôt, « dissimulant dans les énoncés de ses théorèmes ce que les outils de son atelier peuvent réellement atteindre ». Lucidité frappante... concernant la réflexivité intrinsèque du discours mathématique !

Nessim aimait, en ma compagnie, exprimer librement maintes pensées sur le monde mathématique, et sa réflexion s'emparait aussi d'autres sujets, ce qui induisait instantanément des vibrations dans mon cerveau, stupéfait par la nouveauté. « On écrit des mathématiques pour les oublier ! », m'a-t-il une fois lancé, ce qui, au-delà du paradoxe, me plongeait dans une très grande perplexité.

J'ai souvent regretté de n'avoir pas eu la chance de travailler en mathématiques avec lui ! D'être son élève, de l'être bien au-delà de la durée d'une thèse... Or il était trop tard, vu l'œuvre qu'il développait déjà avec Tien Cuong Dinh et Viêt-Anh Nguyễn depuis de nombreuses années.

Et Nessim avait tout du Maître, farouchement indépendant, parcourant en seigneur plusieurs univers mathématiques, en quête d'inconnu.

Si certains pans entiers des mathématiques discouraient sur des êtres inaccessibles, mon caractère profondément « terrien », « cramponné aux calculs jusqu'à ce qu'ils s'achèvent », m'éloignait des formes géométriques, fluides, mouvantes, de l'Analyse et de la Théorie du Potentiel, auxquelles Gustave Choquet avait initié Nessim Sibony.

La liberté peut se vivre au diapason, tant que l'extériorité thématique garantit l'autorité domaniale.

Alors une amitié philosophique, *philia*, s'est construite. Quelle ne fut pas ma surprise lorsque Nessim m'encouragea presque, en 2012, à m'orienter définitivement vers la philosophie des mathématiques, rêve toujours non réalisé. Rare est cette ouverture d'esprit.

L'humour fulgurant de Nessim était résolument philosophique, et rien ne nous rapprochait tant que la critique et l'inflexibilité concernant la teneur des résultats mathématiques. Ma grandiloquence ? Il la moquait... ce que j'acceptais.

« Surtout, Joël, en toute situation, apprends l'humour »... face à l'absurde, signe des temps. Ma tendance à la pédagogie-fleuve, aussi, était orthogonale à ses canons de concision. « Au moins, tu comprendras vraiment bien le cours que tu enseignes ». Oui, Nessim, ton ironie me transperce, et me transporte encore... aujourd'hui.

D'autres évocations lacunaires dansent dans ma mémoire.

Automne 1993, Orsay, cours de DEA ; Nessim enseigne le célèbre théorème de Hartogs sur les suites de fonctions pluri-sous-harmoniques majorées, clé de l'holomorphie séparée, principale entrée analytique dans le domaine des fonctions de plusieurs variables complexes.

Première rencontre avec la « monographie-diamant » de Hörmander ; dans l'inconscience totale des enjeux, je suis plutôt désorienté : telle est la prime « enfance » mathématique.

Il est presque impossible de présenter complètement en cours, au tableau, les estimées L^2 dans les domaines pseudoconvexes, et encore moins de détailler la solution au problème de Levi dans C^n . Aussi, Pierre Lelong, Henri Skoda, Jean-Marie Trépreau, interrogés, donnent oralement quelques idées-guides, mais les vérités profondes demeurent invisibles au novice que je suis.

Vingt ans plus tard, grâce à la monographie (2016) de Junjiro Noguchi consacrée à la théorie d'Oka, certains aspects s'éclairent, lors d'un cours de Master 2 que j'enseigne à Orsay.

« N'ambitionne pas de comprendre », me disait Nessim, « cela prend trop de temps ». D'où la nécessité d'écrire des synthèses, simples tentatives... que l'on n'a pas vraiment l'interdiction de publier.

Avant l'aube de la dynamique holomorphe à plusieurs variables complexes, cela se sait déjà, au début des années 1990 : Nessim Sibony est profond, exigeant, créateur.

Et dès l'âge de 25 ans, je formule très consciemment l'intuition que les travaux de Nessim Sibony méritent d'être, et seront un jour, édités en œuvres complètes.

1999 : le « soldat Merker », « au front des applications CR », reçoit un premier soutien de Nessim Sibony, pour la publication d'un théorème de synthèse dans un contexte algébrique. Souvent, Nessim répétait que « les applications CR entre variétés CR sont inintéressantes », car, disait-il, « la plupart du temps, elles n'existent pas ! ».

Pour donner tort à cette opinion vraie génériquement (car causée par des phénomènes de rigidité), j'ai lu et traduit des œuvres de Sophus Lie et de Friedrich Engel, foisonnantes en modèles homogènes, puis, j'ai bifurqué vers la méthode d'équivalence d'Élie Cartan, et traduit la réduction des G-structures dans le langage des séries entières – retour aux fonctions analytiques, notre pays d'origine.

Hiver 2008, Institut Mittag-Leffler, Stockholm ; la fascination de Nessim pour l'hyperbolicité complexe, domaine plus algébrique qu'analytique, s'exprime. Il m'impressionne, c'est un Maître. Tien Cuong Dinh m'incite aussi à visiter ce domaine de calculs, dont plus de 85% demeurent totalement inaccessibles avec les exigences d'effectivité que je pratique chaque jour sur ordinateur en théorie de Lie et de Cartan.

Comme le font les particules dans les diagrammes virtuels de Feynman, les trajectoires intellectuelles se croisent, en inflexion, en osculation, en bifurcation, se séparent, se rejoignent, s'estompent.

Malgré de forts contrastes incorporels, de mystérieuses proximités de pensée s'expriment, se ressentent, se fidélisent.

Comme toi, je m'estomperai.

Le'haïm, Nessim.

My collaborator Nessim Sibony par John Erik Fornæss

I have known Nessim through his whole career. This includes writing 28 joint papers over a 32 year period. The work has been a good mix of personal and professional. I have visited him countless times in Paris and Orsay over typically a 1 month period. During these visits I have spent many days working with him in his Paris apartment and ended with a nice meal and some wine and tasted his cognac cellar. He also has visited me many times for long periods over the years.

I want to describe my joint collaboration with Nessim. There are two main phases. The first is prior to the Mittag-Leffler year 1987-1988 devoted to several complex variables.

Our first joint paper was entitled Increasing unions of complex manifolds, *Mathematische Annalen* 1981. The topic we discussed there is still not finished and in fact I am still working with coauthors on this. The set up is an increasing union of domains biholomorphic to the unit ball in two dimensional complex Euclidean space. What can you say about the union? The obvious possibilities are the ball, the unit disc times the complex line and two dimensional complex Euclidean space. The first two have the property that the Kobayashi metric is not completely degenerate. In the latter case the Kobayashi metric vanishes identically. What Nessim and I settled are the first two possibilities. However, we were not able to settle the last case. In fact, much later I showed in a paper that there are other possibilities, so-called short C2. What I am still struggling with is whether there are even other possibilities.

In complex analysis, L^2 spaces of holomorphic functions play a special role. In fact there is a celebrated theorem by Hörmander which is of fundamental importance in complex analysis to this day. What Nessim and I investigated in a paper from 1991, was what would be possible in more general L^p spaces. We found that in this case, the situation is more complex in that we found both positive results and counterexamples. For example we showed that when p is strictly between 1 and 2, then L^p estimates hold in the unit disc given any subharmonic weight. We couldn't do the case when p is 1 but that was later proved to be true by Bo Berndtsson, another of Nessim's collaborators.

Next, I discuss the Complex Dynamics period starting around the Mittag-Leffler year. This was about the time where Douady and Hubbard with the

help of Nessim introduced the use of subharmonic functions in complex dynamics in one complex dimension. Two of the main experts in complex pluripotential theory, Eric Bedford and Nessim Sibony saw complex dynamics as a field where their expertise in complex pluripotential theory could be applied. In other words, the work by Douady and Hubbard in one complex dimension using subharmonic functions, could be generalized to higher dimension using plurisubharmonic functions. Both were present at the Mittag-Leffler year. This started the work by Bedford and Smillie on the one hand and Nessim and me on the other in complex dynamics.

Actually the first paper by Nessim and me was in one complex dimension. We wanted to see what happened with the classical concepts of Fatou and Julia sets when the maps we iterated were allowed to change randomly. This was motivated by the idea that in real life, when you keep repeating a process, actually the situation you describe has changed a little each time, hence a map should be allowed to change a little each time you iterate. This viewpoint has also been used many times later.

After that, we worked mainly on complex dynamics in higher dimension. Mostly we worked in complex Euclidean space and complex projective space. Many of our papers were about Fatou and Julia sets for holomorphic maps on these spaces. But we also later investigated the continuous case, which meant understanding holomorphic foliations.

The work in complex dynamics has its roots in work by Poincaré on celestial mechanics, modeling return maps by holomorphic polynomials in the complex plane and hence also in higher dimension. In celestial mechanics the maps are symplectic, so Nessim and I also studied holomorphic symplectic maps with focus of stability under iteration. We found that a dense set of maps each have a dense set of points with orbits escaping to infinity. There are many unresolved questions in this direction.

In this short article I have barely touched on a few of the many topics Nessim and I worked on together.

Mille et une promenades avec Nessim Sibony dans le monde mathématique par Tien-Cuong Dinh

Novembre 2021, lors d'un voyage à Berlin, soudain, je pensai à appeler Nessim. Nos vingt-trois

années d'amitié étaient bien remplies par des excursions dans le monde mathématique, passant par des chemins ardu, des voies obscures qui nous menaient à de belles découvertes et parfois à des paysages inouïs. Réveillé aussitôt par la réalité, je me sentis être instantanément envoyé dans un nouveau voyage, cette fois dans le temps.

Peu après mon arrivée à la Faculté d'Orsay à l'automne 1998, je rendis visite à Nessim dans son bureau ensoleillé qui se trouvait au dernier étage du fameux bâtiment 425. Nessim était un grand maître de l'analyse complexe et un fondateur de la théorie des systèmes dynamiques complexes à plusieurs variables, aussi connu pour son exigence. Son accueil chaleureux me toucha beaucoup. Je n'avais que vingt-cinq ans.

Nessim me proposa de travailler sur les endomorphismes holomorphes permutables en grande dimension. Ce sujet avait été étudié par Gaston Julia et Pierre Fatou, les fondateurs de la théorie des systèmes dynamiques holomorphes en dimension un, au début du xx^e siècle. La solution de ce problème marqua notre première collaboration. Nous n'avions pas réalisé que notre long parcours ensemble dans le monde mathématique eut ainsi démarré.

Peu après, Nessim me raconta avec beaucoup d'enthousiasme sa nouvelle stratégie pour construire la mesure d'équilibre d'une application d'allure polynomiale. Il m'expliqua le problème principal sur la convergence d'une suite de fonctions plurisousharmoniques qui lui faisait barrage depuis un certain temps.

Ce fut Nessim qui introduisit les courants positifs fermés dans la théorie des systèmes dynamiques complexes et obtint les mesures d'équilibre comme intersections de tels courants. Cette idée fondamentale fut un point tournant de la théorie. Avec John-Erik Fornæss, il ouvrit un vaste chantier et contribua à une base solide de cette théorie qui est aujourd'hui en plein développement.

C'était encore Nessim qui explorait une nouvelle voie pour construire les mesures d'équilibre, différente de celle qu'il avait découverte. Les systèmes dynamiques étaient nouveaux pour moi et la théorie du pluripotentiel n'était pas encore dans mes bagages mathématiques. J'abordais le problème avec une approche aussi naïve que l'on puisse imaginer. Par chance, je le résolus d'une manière étonnamment simple.

Cette deuxième collaboration changea notre point de vue et nous mena à d'autres découvertes.

Une borne supérieure de l'entropie à la Gromov, l'invariance des degrés dynamiques, l'équidistribution des points et des variétés, la rigidité de l'ensemble de Julia, de nombreuses propriétés ergodiques de la mesure d'équilibre, etc., s'ajoutèrent dans notre liste de publications. La théorie du pluripotentiel n'avait pas été bien développée pour les courants généraux de grand degré. Nous établîmes les calculs pour ces courants en introduisant la théorie des super-potentiels et la théorie des densités. Et puis, avec Nguyễn Việt-Anh, nous écrivîmes un chapitre sur la théorie ergodique pour les feuilletages par surfaces de Riemann, travail que Nessim aimait beaucoup.

Nous nous voyions et nous nous appelions régulièrement. Nous discussions mathématiques partout, à Paris, à Orsay, à Singapour, pendant nos séjours à Lyon, Marseille, Toulouse, Berlin, Bonn, Cologne, Levico, Oslo, Trondheim, Ann Arbor, ou encore à Ha-

noi, Huê, Da Nang, Kyoto, Osaka, Shirahama, Hong-Kong, Taipei, Séoul.

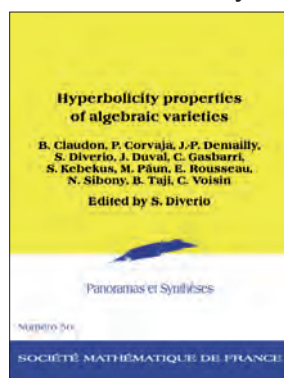
Je me souviens de Nessim, entouré des jeunes, heureux de parler de mathématiques. Nous nous amusons et l'appelions Monsieur « Positive Current ». Tout content, il réclamait qu'il était un jeune de trente-neuf ans.

Je me souviens des moments passés chez Nessim rue de la Glacière avec Bo Berndtsson, Laurent Clozel, John-Erik Fornæss, Joël Merker, Nguyễn Việt-Anh ou Raghavan Narasimhan. Il était si fier de sa cuisine, de son choix de champagne et de la collection d'objets venant de ses voyages.

Je me souviens qu'on discutait mathématiques dans le froid de Vienne ou sous le soleil de Huê.

Et aussi des moments silencieux où, avec un crayon, Nessim menait ses longs calculs passionnants.

Panoramas et Synthèses - nouveauté



Vol. 56

Hyperbolicity properties of algebraic varieties

B. CLAUDON, P. CORVAJA, J.-P. DEMAILLY, S. DIVERIO, J. DUVAL, C. GASBARRI, S. KEBEKUS, M. PAUN, E. ROUSSEAU, N. SIBONY, B. TAJI, C. VOISIN
(edited by S. DIVERIO)

ISBN 978-2-85629-951-7

2021 - 388 pages - Softcover. 17 x 24

Public: 60 € - Members: 42 €

Since its introduction in the 70's, the notion of Kobayashi hyperbolicity has attracted a lot of attention in the mathematical community. Besides its aspects exclusively belonging to the several complex variables world, an extremely fascinating theme is that of its interactions with the algebraic, arithmetic, and differential geometric properties of algebraic varieties. These interactions are essentially what this book is about. Some of the issues addressed are: distribution and distribution of values of entire curves, algebraic analogues of hyperbolicity, hyperbolicity properties of projective hypersurfaces and of varieties of general type, hyperbolicity of moduli spaces, relationships between hyperbolicity and negative curvature, distribution of rational points on hyperbolic (arithmetic) varieties, and interplay of different kinds of natural fibrations on algebraic varieties and hyperbolicity. The volume has the ambition to make a point of the state of the art, each chapter treating a different aspect of the subject, trying to keep the language friendly enough to encourage in particular PhD students as well as young researchers in complex geometry to get into the most recent advances in the study of hyperbolicity properties of algebraic varieties.

Disponible sur le site de la SMF (boutique en ligne) : <https://smf.emath.fr>

*frais de port non compris





La Petite histoire des flocons de neige

Étienne Ghys

Odile Jacob, 2021. 144 p. ISBN : 978-2738154415

Disons-le tout de suite, ce petit livre est une merveille, autant que les objets dont il parle. Il réalise le rêve de tout vulgarisateur scientifique : s'adresser à un public très large.

Véritable odyssée du flocon de neige, il nous entraîne dans un voyage historique et géographique avant d'aborder le sujet sous un angle scientifique. Les premiers observateurs de ces étonnantes formations furent avant tout fascinés par leur beauté et leur incroyable diversité. Tout comme eux, le lecteur est d'abord séduit par les superbes images qui parsèment le livre, puis l'émerveillement s'accompagne progressivement d'un questionnement scientifique.

Les mathématiques font une première et discrète apparition avec Kepler. Avec lui, nous commençons à nous interroger sur la symétrie hexagonale, seul point commun à tous les flocons... Cette surprenante régularité sera le fil rouge de l'enquête. La science s'invite définitivement avec les travaux de Bragg père et fils sur la diffraction et la structure des cristaux. Mais c'est aux deux tiers du livre, alors que le suspens est à son comble, que les mathématiques entrent en scène pour de bon. J'aime particulièrement la malicieuse phrase d'introduction au chapitre : « quand un système physique est trop compliqué, on fait appel aux mathématiciens ». Comment douter de l'utilité des mathématiques après ça ! Je parie que ceux qui s'y croyaient allergiques perdront définitivement leurs boutons...

Une fois sa mission réconciliatrice accomplie, l'auteur peut enfin nous laisser entrevoir une possible explication de cette mystérieuse symétrie d'ordre 6... Mais pour cela, un détour s'impose. L'avant-dernier chapitre revient sur l'œuvre de Kepler et sa fascination pour les symétries. C'est l'occasion pour Étienne Ghys d'élargir son propos et d'offrir au lecteur une brève introduction à la cristallographie. Luxe ultime, il nous détaille une jolie démonstration du fait qu'un cristal périodique ne peut pas présenter de symétrie d'ordre 5, mettant fin (ou presque) aux espoirs de Kepler...

Si les mathématiques apportent une aide indispensable pour tenter de comprendre la formation des flocons de neige, la méthode expérimentale est elle aussi incontournable. L'auteur nous en donne deux illustrations éloquentes : aucune observation précise n'aurait été possible sans l'invention d'une machine à produire des flocons artificiels. De même, les modèles mathématiques ne doivent leur pouvoir explicatif qu'aux simulations numériques qui permettent de comparer leurs flocons « idéaux » aux « vrais » flocons...

Le tout dernier chapitre nous laisserait-il sur notre faim ? C'est à dessein ! Étienne Ghys invite la lectrice mathématicienne (ou physicienne) à apporter sa contribution à ce problème dont de multiples aspects restent à découvrir...

En résumé, ce livre fera le bonheur des curieux de tous horizons.

Romain TESSERA

Institut de Mathématiques de Jussieu-Paris Rive Gauche



La bosse des maths n'existe pas

Clémence PERRONNET

Autrement, 2021. 272 p. ISBN : 978-2746755734

Quand j'étais au collège, on avait des cours de travaux manuels : les garçons faisaient du cartonnage et de la vannerie, et les filles de la cuisine; les garçons avaient demandé à faire eux aussi de la cuisine, mais cela leur avait été refusé. C'était comme ça. À partir de la Seconde, j'ai vu toutes les filles partir dans d'autres classes : dans ma Terminale C (maths-physique) il y avait deux filles. Cela ne semblait un problème à personne, même si ça me désolait. Le monde a changé : le fait bien documenté que la dernière réforme du lycée a fait fortement baisser la proportion de filles dans la spécialité Mathématiques pose aujourd'hui un problème à tout le monde, et c'est un progrès. Les données du ministère montrent aussi (mais ça semble moins poser un problème) que la proportion d'élèves issus des milieux défavorisés dans cette même spécialité Mathématiques a baissé.

Tout ça ne donne pas une très bonne image dans PISA. On aimerait bien que ces proportions remontent, et on prend des mesures pour éviter l'autocensure de filles, supposée être à l'origine du problème; malheureusement, ça ne semble pas très efficace. On peut considérer tout cela comme une question de bon sens, et prendre des mesures dictées par le bon sens. On peut aussi considérer qu'on peut étudier cela comme une question scientifique, et tenter de faire des recherches dessus. C'est un aspect que nous connaissons bien; mais cette question scientifique n'est pas une question mathématique, c'est une question sociologique, et les personnes qui peuvent faire des recherches là-dessus doivent être des sociologues.

Clémence Perronnet est sociologue, et elle étudie ce problème depuis plusieurs années; durant sa thèse, elle a suivi une cohorte d'élèves, en primaire puis au collège, pour étudier leur rapport aux sciences, et la façon dont se décide leur orientation scolaire. Le livre dont on parle ici, et dont le sous-titre est *Rétablir l'égalité des chances dans les matières scientifiques*, résume ce qu'elle a tiré de cette expérience. Le premier chapitre fait un état de la question : données actuelles, mécanismes historiques de l'exclusion, et quelques faits établis sur les performances, sur les goûts, et sur l'effet des stéréotypes; nombre de ces faits bien établis vont à l'encontre de croyances classiques et solidement ancrées. Les quatre chapitres suivants forment le cœur de l'ouvrage, et analysent divers aspects du rapport des élèves aux sciences, suivant la culture familiale, suivant les rapports avec l'école, et les mécanismes subtils qui évincent nombre de ces élèves. L'effet de l'école est complexe : la première partie du chapitre 4 est intitulée *Quand l'école donne le goût des sciences*, et la seconde *Quand l'école reprend le goût des sciences...* Cette réalité complexe est illustrée de multiples récits de vie, comme celui de Kamel, élève allophone avec des difficultés en français, mais très intéressé par les sciences, qui, malgré un niveau scolaire global ++, et une performance « très bien » en sciences, se trouve orienté en « segpa » à l'entrée en collège, ce qui le sort du système général : sa famille n'a pas les moyens de contester cette orientation, comme le ferait, nous le savons bien, toute famille mieux placée socialement. Citons encore Rahmatta, passionnée de sciences, mais qui juge que son origine va être un handicap : quand l'enquêtrice lui demande si elle pense qu'il y a des inégalités en sciences, elle répond : *Ouais. Parce que ... la plupart ils vont voir déjà « Diarra » [son nom]. On va dire « ça va, ça va ». Mais ensuite y vont voir « Rahmatta », y vont dire : « mais ça sort d'où ? ».* À la question suivante : pense-t-elle que ça peut être difficile pour elle de devenir scientifique? elle répond *Un comble, ouais!* Bien d'autres exemples, qu'on aurait envie de tous citer, racontent à la fois les envies et les efforts de ces élèves, et les multiples obstacles que leur propose, ou oppose, le système scolaire et la société. Le dernier chapitre, *Agir pour l'égalité en sciences*, trace quelques pistes pour des bonnes pratiques.

Tout au long du livre, on rencontre des exemples qui montrent comment se construit le rapport aux sciences, et qui démontent des stéréotypes classiques, comme celui du sexisme des classes

populaires : *Les enfants des classes populaires adhèrent entièrement au principe de l'égalité des sexes. Quatre années d'observation (...) n'ont apporté aucune preuve d'un sexisme exacerbé ou d'un problème vis-à-vis de la présence des femmes en sciences qui leur serait propre. Ce que j'ai bel et bien observé, cependant, ce sont des discours de la part des institutions scolaires et culturelles qui attribuent ces attitudes aux enfants et à leurs familles.* (p.154) Un exemple : lors d'une activité « égalité, sciences et orientation », les enfants doivent choisir, sans aucune autre consigne, une photo qu'ils aiment dans une liste. Samia choisit la photo d'un employé de fast-food, ce que les adultes interprètent comme un manque d'ambition, bien qu'elle explique que c'est parce qu'elle aime les frites ; Nacer, lui, choisit la photo d'une femme faisant la cuisine, ce qui montre à l'animatrice qu'il préfère que les femmes restent enfermées dans leur rôle traditionnel ; il explique, sans être entendu, qu'il a choisi cette photo parce qu'il aime lui-même faire la cuisine... Les préjugés des adultes rendent invisible la réalité des enfants.

On ne peut résumer en quelques lignes 200 pages qui racontent plusieurs années d'observation ; mais on peut dire qu'après avoir lu ce livre, on n'entendra plus de la même façon les discours officiels ou journalistiques sur ces questions, et en particulier sur le sujet de l'auto-censure ; comme le dit Clémence Perronet : *Les femmes, les classes populaires et les groupes ethno-racisés ne « s'auto-censurent » pas en sciences. Elles et ils sont censurés tant par les représentations sociales de ces disciplines que par les conditions concrètes de leurs pratiques* (p.197). On ne lira plus de la même façon ce qui est écrit sur le site du ministère : *Il n'y aura plus de série en voie générale mais des parcours choisis par chaque lycéen en fonction de ses goûts et de ses ambitions.* (<https://www.education.gouv.fr/bac-2021-un-tremplin-vers-la-reussite-1019>). On n'écouterait plus de la même façon les argumentations de Jean-Michel Blanquer, Pierre Mathiot ou Charles Torossian à la télévision : le discours très courant sur « Choisir selon ses goûts » est en fait le moyen le plus simple d'orienter chacun vers la trajectoire qui est *naturellement* associée à sa position dans la société (suivant ce que Bourdieu appelait *Amor fati*, le choix de son destin), et de perpétuer l'état actuel de la structure sociale et scolaire.

Comme on l'aura compris, je recommande vivement ce livre, et tout particulièrement aux lecteurs de la *Gazette*, qui sont tous concernés par son sujet. Son avant-propos, une discussion avec la dessinatrice Marion Montaigne, est intitulé « ouvrir les yeux » ; de fait, quand on referme ce livre, on ne peut plus entendre de la même façon les discussions sur les réformes du lycée, les goûts des élèves, l'auto-censure. Le champ du livre s'arrête au collège ; mais ses leçons ne s'arrêtent pas là, et le lycée ou l'enseignement supérieur (que ce soit en université ou en classes préparatoires) a beaucoup à en tirer.

Pierre ARNOUX
Institut de Mathématiques de Marseille

Instructions aux autrices et auteurs

Objectifs de la *Gazette de la Société Mathématique de France*. Bulletin interne de la SMF, la *Gazette* constitue un support privilégié d'expression au sein de la communauté mathématique. Elle s'adresse aux adhérentes et adhérents, mais aussi, plus généralement, à tous celles et ceux qui sont intéressés par la recherche et l'enseignement des mathématiques. Elle informe de l'actualité des mathématiques, de leur enseignement et de leur diffusion auprès du grand public, de leur histoire, de leur relation avec d'autres sciences (physique, informatique, biologie, etc.), avec pour objectif de rester accessible au plus grand nombre.

On y trouve donc des articles scientifiques de présentation de résultats ou de notions importants, ainsi que des recensions de parutions mathématiques récentes. Elle contient aussi des informations sur tout ce qui concerne la vie professionnelle d'une mathématicienne ou d'un mathématicien (recrutements, conditions de travail, publications scientifiques, etc.) ainsi que des témoignages ou des tribunes libres.

La *Gazette* paraît à raison de quatre numéros par an avec, de temps en temps, un numéro spécial consacré à un sujet particulier de mathématiques ou bien à une grande mathématicienne ou un grand mathématicien.

Elle est envoyée gratuitement à chaque adhérente et adhérent. Les numéros actuel et anciens sont disponibles en ligne (<https://smf.emath.fr/les-publications/la-gazette>).

Articles scientifiques. Les articles scientifiques de la *Gazette* sont destinés à un large public intéressé par les mathématiques. Ils doivent donc être écrits avec un souci constant de pédagogie et de vulgarisation. Les autrices et les auteurs sont en particulier invités à définir les objets qu'ils utilisent s'ils ne sont pas bien connus de tous, et à éviter toute démonstration trop technique. Ceci vaut pour tous les textes de la *Gazette*, mais en particulier pour ceux de la rubrique « Raconte-moi », destinés à présenter de manière accessible une notion ou un théorème mathématique important.

En règle générale, les articles doivent être assez courts et ne pas viser à l'exhaustivité (en particulier dans la bibliographie). Sont encouragés tous les artifices facilitant la compréhension, comme l'utilisation d'exemples significatifs à la place de la théorie la plus générale, la comparaison des notions introduites avec d'autres notions plus classiques, les intuitions non rigoureuses mais éclairantes, les anecdotes historiques.

Les articles d'histoire des mathématiques ou contenant des vues historiques ou épistémologiques sont également bienvenus et doivent être conçus dans le même esprit.

Soumission d'article. Les articles doivent être envoyés au secrétariat, de préférence par courrier électronique (gazette@smf.emath.fr), pour être examinés par le comité de rédaction. S'ils sont acceptés, il faut alors en fournir le fichier source, de préférence sous forme d'un fichier $\text{\TeX}$ le plus simple possible, accompagné d'un fichier .bib pour les références bibliographiques et d'un pdf de référence.

Pour faciliter la composition de textes destinés à la *Gazette*, la SMF propose la classe $\text{\LaTeX}$ *gztarticle* fournie par les distributions $\text{\TeX}$ courantes ($\text{\TeX}$ Live et Mac $\text{\TeX}$ – à partir de leur version 2015 – ainsi que MiK $\text{\TeX}$), et sinon téléchargeable depuis la page <http://ctan.org/pkg/gzt>. Sa documentation détaillée se trouve à la page <http://mirrors.ctan.org/macros/latex/contrib/gzt/doc/gzt.pdf>. On prendra garde au fait que l'usage de cette classe nécessite une distribution $\text{\TeX}$ à jour.

Classe $\text{\LaTeX}$: Denis BITOUZÉ (denis.bitouze@univ-littoral.fr)

Conception graphique : Nathalie LOZANNE (n.lozanne@free.fr)

Impression : Jouve Print – 733 rue St. Léonard 53100 Mayenne

Nous utilisons la police Kp-Fonts créée par Christophe CAIGNAERT.

